



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>





600036008L

PRESS	5
SHELF	5
No	8

Math. K. 22

1875e. 142
1



RC

RR

ARCHIMEDIS PERA OMNIA

CUM COMMENTARIIS EUTOCH.

ODICE FLORENTINO RECENSUIT, LATINE UERTIT
NOTISQUE ILLUSTRUIT

J. L. HEIBERG

DR. PHIL.

VOLUMEN I.



LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCLXXX.

LIPSIÆ: TYPIS B. G. TEUBNERI.

I. N. MADUIGIO

UIRO DOCTISSIMO, CLARISSIMO, HUMANISSIMO

EDITOR DISCIPULUS.

PRAEFATIO.

Opus magnum et difficile, sed necessarium et ab omnibus, qui hanc partem litterarum attigerunt, iam diu desideratum, ad quod dissertatione mea, quae inscribitur Quaestiones Archimedeae (Hauniae MDCCCLXXIX), uiam, quantum potui, muniui, ut opera Archimedis tandem aliquando e legibus artis criticae ederentur et ita, ut philologis quoque non res modo, sed etiam uerba ipsa et quasi manum Archimedis requirentibus satisfaceret, id iam ipse efficere conabor. nam quod primum omnium faciendum erat, ut codex Florentinus praestantissimus denuo diligenter conferretur, id mihi Florentiae facere licuit mense Octobri anni MDCCCLXXIX, quo profectus eram pecunia Instituti Carlsbergici adiutus. quam ob liberalitatem iis uiris, qui huic instituto praesunt, gratias hoc loco ago quam maximas, in primis I. N. Maduigio, uiro doctissimo et clarissimo, praeceptori meo, qui ceteris suis beneficiis hoc quoque adiunxit.

eodem itinere etiam codicem Uenetum inspexi et in Arenario totum contuli.

collato codice Florentino mihi persuasi, quaestionem de necessitudine et coniunctione codicum Archimedeorum, de qua egi Quaest. Arch. cap. VI, retractandam esse; quare de hac re ad finem huius editionis

uberius disputabo. hoc loco pauca tantum dicenda sunt de ea ratione, quam in hac editione comparanda secutus sum.

in uniuersum editionem Pappi, quam parauit Fr. Hultsch, uir doctissimus, tamquam exemplar omnium consensu comprobatum mihi imitandam proposui. itaque non modo notas criticas Graecis uerbis subiunxi, sed etiam interpretationem Latinam addidi, ad quam notae res mathematicas plerumque explicantes adcedunt.

Primum igitur quod ad adparatum, quem uocant, criticum adtinet, eum ita comparaui, ut id maxime adpareret, quid quoque loco praeberet codex Florentinus, et sicubi emendanda erat scriptura eius, quis emendationis auctor esset. quare ubicunque a codice Florentino discessi, in notis eius scripturam primo loco posui, deinde adiunxi emendatae scripturae auctorem, ita ut, ubi nihil ultra additum est, omnes auctores tempore medios, ubi nonnullorum scriptura discrepans enotata est, ceteros certe cum codice Florentino consentire intellegendum sit. qua in re hoc tamen tenendum est, errores apertos codicum Parisiensium prorsus omissos esse. ubi sola scriptura codicis Florentini indicatur, errores eius iam in ceteris codicibus correcti sunt, si collationibus Torellianis fides habenda est; sed non dubito, quin in multis eius modi locis scriptura codicum Parisinorum parum diligenter enotata sit (Quaest. Arch. p. 111 sq.). in locis grauioribus*) codices Parisinos inspexit Henricus Lebègue mea causa rogatus a Carolo Graux, uiro doctissimo mihique ami-

*) Scripturis codd. Parisin., de quibus me certiores fecit H. Lebègue, stellulam adfixi.

cissimo; sed in minutiis iis molestus esse nolui; sic quoque quae mea causa fecerunt, permagna sunt et summa gratia digna, quam me iis habere hoc loco testor. — scripturam discrepantem editionum Basileensis et Torellii totam recipere opus esse non putavi, sed quidquid ad uerba Archimedis emendanda inde sumi posse uidebatur, excerpti. ceterum saepissime codicem Florentinum secutus a Torellio tacite discessi, et in eiusmodi locis silentium pro testimonio scripturae codicis Florentini esto, sicut etiam ubi scripturam eius aliter, ac Bandinius in collatione sua ad editionem Basileensem facta, quae apud Torellium exstat, indicaui, mihi credi uelim.

in commentario critico his compendiis usus sum:

F = codex Florentinus Laurentianus plut. XXVIII, 4.

V = codex Uenetus St. Marci CCCV.

A = codex Parisiensis Nr. 2359.

B = codex Parisiensis Nr. 2360.

C = codex Parisiensis Nr. 2361.

D = codex Parisiensis Nr. 2362.

ed. Basil. = editio Basileensis 1544 fol.

Cr. = interpretatio Iacobi Cremonensis ei addita.

uulgo = significat consensum omnium auctorum praeter eos, qui diserte nominati sunt.

corr. = correxit.

comp. = compendium.

Qui recentiore tempore de Archimede scripserunt uiri docti, haud ita multi sunt, neque ad scripta eius emendanda multa contulerunt. quibus uti potui subsidiis, haec sunt:

Riualtus — Archimedis opera. Parisiis 1615 fol.

Torellius — Archimedis opera. Oxonii 1792 fol.

Commandinus — A. opera nonnulla latine. Uenetiis 1558 fol.

Wallis — A. arenarius et dimensio circuli. Oxonii 1678. 8. — Opera III p. 509 sq.

Sturm — Des unvergleichlichen Archimedis Kunstbücher, übersetzt und erläutert. Nürnberg 1670 fol.

Barrowius — Opera Archimedis methodo novo illustrata et demonstrata. Londini 1675. 4.

Hauber — A. über Kugel und Cylinder und über Kreismessung, übersetzt mit Anmerkungen. Tübingen 1798. 8.

Gutenäcker — A.'s Kreismessung griechisch und deutsch. Würzburg 1828. 8.

Nizze — A.'s vorhandene Werke, übersetzt und erklärt. Stralsund 1824. 4.

Censor Ienensis (Jen.) — Vir doctus ignotus, qui de editione Torellii censuram proposuit Jenaer Litteraturzeitung 1795 Nr. 172—73 p. 610—23.

Wurm — Fr. Wurmii censura editionis Gutenäckeri Jahns Jahrbücher XIV p. 175—85.

emendationes nonnullas ipse proposui Quaest Arch. cap. VII et in editione Arenarii ei libro adiuncta, quarum partem nunc improbaui, plerasque recepi. in Eutocio quaedam emendare conatus sum Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik, Supplementband XI p. 375—83.

In interpretatione Latina, quam totam de meo conscripsi, id maxime secutus sum, ut ubique sensus satis dilucide adpareret, et Archimedeae orationis forma et demonstrandi ratio quam maxime seruarietur, ita tamen ut, ubi fieri posset, ea, quae Archimedes uerbis

proposuerat, signis, quibus nostri mathematici utuntur, exprimerem. quod ut fieret, interdum ab usu linguae Latinae longius discedere coactus sum, maxime in colloca-tione uerborum, et parum Latine loqui, ne aut obscura esset interpretatio aut a Graecis uerbis nimis discreparet. in multorum uerborum interpretatione Hultschium secutus sum, uelut, eo prae-eunte pro Graecorum διπλάσιος cett. sequente genetino dixi: duplo maior quam, cett. (Hultsch: Pappus I p. 59 not.. 1); sed ubi haec orationis forma minus apta erat, uelut pro Graeco διπλασίονα λόγον ἔχειν, scripsi: duplicem rationem habere quam, et similia (cfr. Liuius XXXIV, 19, 4; Columella I, 8, 8; Plinius h. nat. XIX, 9; Quintil. II, 3, 3).¹⁾

In notis interpretationi adiunctis maxime id studui, ut supplerem, quae ab Archimede in demon-stratione omissa erant, et locos obscuriores illustrarem. in libris de sphaera et cylindro et libello de dimen-sione circuli in notis indicaui, quaecunque de genuina scriptura Archimedis suspicari licet. hi enim libri non modo dialecto Dorica spoliati sunt, sed etiam plurimis locis reficti, cum transscriptor et adderet, quae ei necessaria uiderentur, et omitteret, quae abesse posse putaret, et omnino suae aetatis sermonem et rerum mathematicarum nomina, quae tum in usu erant, inferret. itaque cum intellegerem, in his libris ma-num Archimedis restitui non posse, satius duxi recen-sionem posteriorem sequi et tantum modo apertissimos scribendi errores corrigere. sed praeter quam quod,

¹⁾ Hos locos indicauit mihi O. Siesbyeus, uir doctissimus.

ut dixi, in notis indicaui genuinam Archimedis scripturam, ubicunque aut constabat aut probabili coniectura restitui poterat, etiam additamenta plurima in Graecis uerbis uncis [] inclusi, in interpretatione omisi; in interpretatione contra uncis [] inclusa sunt, quae ipse addidi ad Archimedis uerba et demonstrationis rationem illustranda. de additamentis illis cfr. quae scripsi Quaest. Arch. p. 69—78 et Neue Jahrbücher Suppl. XI p. 384—398. in iis locis, quos postea subditiuos esse intellexi, semper causam in notis breuiter indicaui; de ceteris satis esto semel hic illas duas disputationes citasse. unum locum tamen, in quo longiore disputatione opus est, hic uberius tractare libet.

de sphaera et cylindro I, 41 (apud Torellium I, 47) p. 172, 8: καὶ ὡς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον] sint spatia rectangula lateribus polygonorum (P, p) et lineis angulos iungentibus comprehensa S, s ; quae aequalia sunt radiis (R, r) quadratis circulorum M, N . et circulis N, M aequales sunt superficies figurarum circumscriptae et inscriptae (O, o). iam Archimedes inde, quod est

$$S : s = EK^2 : AA^2,$$

concludi uult $O : o = EK^2 : AA^2$. si genuina essent uerba illa, hoc sic efficeret: $S : s = EK^2 : AA^2$, sed $S : s = R^2 : r^2 = M : N$, et $EK^2 : AA^2 = P : p$; quare $P : p = M : N$; sed $M : N = O : o$ et $P : p = EK^2 : AA^2$; quare $O : o = EK^2 : AA^2$. quod quam prauum sit, nemo non uidet; nam polygonorum prorsus peruerse mentio iniecta est, cum deberet sic concludi:

$$S : s = R^2 : r^2 = M : N = O : o;$$

sed $S : s = EK^2 : AA^2$; quare $O : o = EK^2 : AA^2$.

augment malum uerba sequentia lin. 13: τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον (debebat esse τὰ πολύγωνα), quae praecedere debebant uerba: διπλασίονα λόγον ἢ περ ἡ EK πρὸς AA , cum hoc ex illo concludatur. adparet igitur, hos duos locos subditiuos esse. sed repugnare uidetur Eutocius, qui haec habet: ἐπεὶ δέδεικται, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N . sed puto, eum minus proprie loqui et ad ipsam rationem ab Archimede in priore parte propositionis demonstratam $O : o = EK^2 : AA^2$ respicere. nam cum $O : o = M : N$ (ex hypothesis) et

$$EK^2 : AA^2 = P : p \text{ (Eucl. VI, 20),}$$

hinc ratio $P : p = M : N$ tam facile sequitur, ut Eutocius recte dicere possit, hanc rationem simul cum illa demonstratam esse. eodem modo Archimedes dicit: ἐδείχθη δὲ ὡς ἡ EK πρὸς AA , οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου (p. 174, 13), cum tamen hoc tantum demonstrauerit: $O : o = EK^2 : AA^2$, unde facile concluditur $R : r = EK : AA$. subditua esse uerba illa, hinc quoque adparet, quod Archimedes prop. 42 p. 176, 25 hanc ipsam rationem $O : o = P : p$ proponit his uerbis additis: ἐκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλασίος ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευράν (h. e. $EK : AA$). haec uerba sine dubio in prop. 41 addidisset, si ibi quoque hac ratione uti uoluisset; et praeterea Eutocius ad prop. 42 uerba ἐκάτερος γὰρ κτλ. illustrat, cum tamen satis esset uerba ipsius Archimedis ex prop. 41 adferre. quare puto, uerba illa a transscriptore ad similitudinem propositionis 42 interposita esse. hoc

ideō quoque pluribus uerbis exposui, ut uno saltem exemplo additamentum manifeste argueretur, qualia in his libris plurima occurrunt.

in his igitur libris dialectum Doricam restituendam non esse putavi, in ceteris uero in uniuersum eam tenui rationem, quam proposui Quaest. Arch. p. 78 sq., sed eam aspere exigendam esse non censui, ut potius cautior essem, quam ut in contrarium uitium inciderem.

Quibus subsidiis in epigrammate et iis libris, qui Latine tantum exstant, usus sim, suis locis dicetur. nunc finem faciam, cum ante gratias egero Nicolao Anziani, uiro doctissimo, praefecto bibliothecae Laurentianae, cuius humanitatem egregiam Florentiae cognoui.

haec habui, quae dicerem de consilio meo in hac editione paranda. utinam ne uires meae tanto oneri nimis impares sint!

Scripsi Hauniae Id. Decemb. MDCCCLXXIX.

DE SPHAERA ET CYLINDRO

LIBRI II.

τοχιμηθῆς τοσούτοι χάρειν.

Προτερον μὲν ἀπεσταλμαμέν σοι τὰ εἰς τότε τε-
θεωρημένα γράσαντες μετὰ τῶν ἀποδείξεων αὐτῶν
ὅτι πᾶν τμήμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῇ εὐθείᾳ καὶ
5 ὀρθογωνίου πλάτους τομῆς ἐκτετατόν ἐστι τριγώνου τοῦ
τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῇ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον
μετὰ δὲ ταῦτα ἐκπεσόντων θεωρημάτων τινῶν ἀπὸ
ἐλέγκτων, πεπραγματεύμεθα πρὸς ἀποδείξεις αὐτῶν. ἔστι
δὲ τὰδε· πρῶτον μὲν, ὅτι πύσης σφαίρας ἡ ἐπιφανεία
10 τετραπλάσια ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου· ἔπειτα δέ, ὅτι
παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴση ἐστὶ πύ-
σις, ὅ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ
τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἀγομένη ἐπὶ τὴν περι-
μέτειον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος· πρῶ-

1. γράσαν] εὐγράφειν B. 2. ἀπεσταλμαμέν] VAD; ἀπέ-
σταλμά F; ἀπεσταλμα ceteris uerbis: σοι — — αὐτῶν lin.
omission B; „misi“ Cr. εἰς τότε] ὅς ποτε F. θεωρημένα
θεωρημένα F. 3. τῶν] om. F. αὐτῶν] om. F lacuna
relieta. 4. τῇ εὐθείᾳ καὶ] B; om. F; „a recta et“ Cr.
5. Inter ἐπι- et τρίτον lacunam habet F. τριγώνου τοῦ] om. F.
τριγώνου τοῦ ἔχοντος B. 6. τὴν αὐτὴν βάσιν] βάσιν τὴν αὐ-
τὴν B; αὐτὴν τὴν βάσιν F. ἔχοντος] om. B. 7. μετὰ δὲ
τάδε] lacunam B. ἐκπεσόντων] ἀποκτείνων τῶν F; περὶ
τῶν B. „nunc autem quorundam occurrentium“ Cr. τινῶν
ἐλέγκτων] ἀντιλεγον F, lacunam B; „quae effectu probata
αὐτῶν“ Cr. 8. πεπραγματεύμεθα] Rinaltus; πεπραγματεύ-
μεθα F; πεπραγμα relicta lacuna B. αὐτῶν] αὐτά |
— πύσης lin. 9 om. B lacuna relicta; „demonstration
πύσης“ Cr. 9. τὰδε] τι τὰδε F; „huiusmodi“ Cr.

I.

Archimedes Dositheo s.

Antea ad te misi, quae ad id tempus perspexeram, demonstrationibus adiunctis conscripta: quoduis segmentum linea recta et parabola comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.¹⁾ postea autem cum incidissem in theoremata quaedam nondum demonstrata, demonstrationes eorum confeci. sunt autem haec: primum cuiusvis sphaerae superficiem quadruplo maiorem esse circulo maximo²⁾; deinde cuiusvis segmenti sphaerae superficiei aequalem esse circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit segmenti.³⁾ et praeterea quemuis cylindrum basim

Huius epistolae restitutionem dedi Quaest. Arch. p. 131, quam hic secutus sum. tota exstat in FB solis (Quaest. Arch. p. 118—22). In VAD prima uerba: Ἀρχιμήδης — σοι lin. 2 exstant; reliqua pars paginae primae uacat (Quaest. Arch. p. 117; cod. Venetum postea ipse inspexi); deinde in summa pagina 2 sequuntur καλῶς cett. p. 6, 6. Haec sola uerba extrema habent C, ed. Basil.; interpretatio I. Cremonensis priorem partem solam praebet (Quaest. Arch. p. 122).

1) h. e. τέτραγ. παραβ. 17; 24.

2) h. e. περὶ σφ. καὶ κυλ. I, 30.

3) ibid. I, 39—40.

fort. τοιάδε. πάσης] τῆς F; „omnis“ Cr. 10. κύκλου] κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ B. ἔπειτα] post lacunam εἶτα B. 11. κύκλος] B; κώνω F; „circulus ille“ Cr. 14. βάσις B; βάσης F.

δὲ τούτοις, ὅτι πᾶς κύλινδρος τὴν βάσιν ἔχων ἐ
 τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἐ
 τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας αὐτός τε ἡμιόλιός ἐσ
 τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανεί
 5 τῆς σφαίρας. ταῦτα δὲ τὰ συμπτώματα αὐτῇ τῇ
 σει προσηύραχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα, ἡγνο
 δὲ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίας ἀνεστρα
 μένων. νενοηκῶς δέ, ὅτι τούτων τῶν σχημάτων
 ἐστὶν οἰκεῖα, οὐκ ὀκνήσαιμι ἂν ἀντιπαραβαλεῖν α
 10 πρὸς τε τὰ τότε θεωρηθέντα καὶ πρὸς τὰ δόξα
 ἀποδειχθῆναι ἀσφαλέστατα τῶν ὑπὸ Εὐδόξου περὶ
 στερεὰ θεωρηθέντων· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον
 μέρος πρίσματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῇ
 ραμίδι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ὅτι πᾶς κώνος τρίτον μ
 15 ἐστὶ τοῦ κύλινδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν
 κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων προσηύραχον
 φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδό
 γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαινε

1. πᾶς] πάσης σφαίρας F, πάσης σφαίρας ὁ B; „cuius
 sphaerae“ Cr.; fortasse retinenda erat scriptura cod. B et
 σφαίρας lin. 4 delenda. τὴν βάσιν] F; ὁ βάσιν μὲν B.
 ἔχων] B; ἔχοντος F. ἴσην] F; τὴν αὐτὴν B; om. Cr. 2. ἴ
 B; ἴσον F. 3. τῇ] B; om. F. αὐτός τε ἡμιόλιος
 τότε ἡμιόλιον F. ἐστίν] F; ἐστι B. 5. δὲ τὰ . . . α
 om. B; „haec autem accidentia“ Cr. τῇ] om. F. τ
 μὲν τῇ φύσει Barrowius. 6. ἡγνοεῖτο] ἡγνόεστο F; γ
 B; οὐ μὲντοι γέγονεν Rinaltus; „uerum non fuerant sup
 ribus cognita“ Cr. 7. δὲ ὑπὸ τῶν] om. B, lacuna rel
 ὑπὸ τῶν om. F lacuna relicta; suppleuit Rinaltus; „qui
 nos“ Cr., qui sequentia omisit. ἀνεστραμμένων] ανε λα
 relicta FB; ἀνεστραμμένων Rinaltus. ἀνεστραμμένων τεθε
 μένα Barrowius. 8. νενοηκῶς δέ] ενοηκός F; νενοηκός
 καὶ νοήσεεν Barrowius. ὅτι] ὅταν Rinaltus; ὅς ἂν B
 wius. 9. ἐστίν] om. B. οἰκεῖα οὐκ] scripsi; om. la
 relicta F, B; ταῖς ἀποδείξεσιν Rinaltus. ὀκνήσαιμι ἂν]
 B; ἂν om. F. ἀντιπαραβαλεῖ B. 10. πρὸς τε τὰ] om.

habentem circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem diametro sphaerae aequalem, et ipsum dimidia parte maiorem esse sphaera, et superficiem eius superficiei sphaerae dimidia parte maiorem.¹⁾ hae item proprietates ipsa natura figuris, quas commemoravi, inde ab initio erant, ignorabantur autem ab illis, qui ante me geometriae studebant. sed cum intellexerim, eas harum figurarum proprias esse, non habitauerim, eas eodem loco ponere, quo et ea, quae antea perspexi, et ea, quae putantur firmissimis documentis demonstrata esse eorum theorematum, quae Eudoxus de figuris solidis proposuit: quamvis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem, et quemvis conum tertiam partem esse cylindri basim eandem habentis, quam conus, et altitudinem aequalem. nam cum hae quoque proprietates ipsa natura his figuris essent inde ab initio, accidit, ut ab omni-

Tota epistula usque ad καλῶς p. 6, 6 in F manu posteriore, saeculi, ut uidetur, XV, scripta est. Rinaltus cod. B secutus est, cum lacunas eius partim coniecturis partim interpretatione I. Cremonensis Graece uersa suppleret. Torellius Rinalti scripturam praebet receptis coniecturis Barrowii (Archimedis opera. Londini 1675. 4 p. 1—2); sed in initio ἀπὸ τῶν ἀρχαίων σοι e cod. Veneto recepit.

1) h. e. I, 31 πρόρισμα.

lacuna relicta. τότε] τό F; τε B. θεωρημένα B. καὶ πρὸς] καίπερ Rinaltus; ὥσπερ Barrowius. 11. ἀποδειχθῆναι ἀσφαλέστατα] πολλά lacuna relicta F; πολλὰ lacuna relicta B. τῶν ὑπὸ Εὐδόξου] om. F lacuna relicta; ξου post lacunam B; τῶν ὑπὸ τοῦ Εὐδόξου Rinaltus. 12. θεωρητέων F; θεωρεθέντων B; corr. Rinaltus. 13. μέρος ἐστὶ B. πυραμίδει F. 15. βάσιν μὲν Torellius. 16. τούτων] B; πούτων F; om. Torellius. 17. Inter πρὸ et Εὐδόξου lacunam habet B, sed mg. ἐν τοῖς ἐσχάτοις χωρίοις τούτοις οὐδὲν λείπει. 18. ὑπὸ] τό Rinaltus; ἀπὸ Barrowius.

πάντων ἀγνοεῖσθαι μηδ' ὑφ' ἐνὸς κατανοηθῆναι. ἐξ-
 ἔσται δὲ περὶ τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυνησομένοις.
 ὥφειλε μὲν οὖν Κόνωνος εἶτι ζῶντος ἐκδίδοσθαι ταῦτα.
 τήνον γὰρ ὑπολαμβάνομεν πον μάλιστα ἂν δύνασθαι
 5 κατανοῆσαι ταῦτα καὶ τὴν ἀρμόζουσαν ὑπὲρ αὐτῶν
 ἀπόφασιν ποιήσασθαι· δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν
 μεταδιδόναι τοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀποστέλ-
 λομέν σοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράφαντες, ὑπὲρ ὧν
 ἐξέσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπι-
 10 σκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γράφονται πρῶτον τὰ τε ἀξιώματα καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

ΑΞΙΩΜΑΤΑ.

α'. Εἰσὶ τινες ἐν ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπε-
 15 ρασμέναι, αἱ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυσθῶν αὐτῶν
 εὐθειῶν ἦτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ εἰσιν ἢ οὐδὲν ἔχουσιν
 ἐπὶ τὰ ἕτερα.

β'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην
 γραμμὴν, ἐν ἣ ἂν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιων-
 20 οὖν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι ἦτοι πᾶσαι ἐπὶ
 τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ
 αὐτὰ, τινες δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

1. ἀγνοεῖσθαι] F, Barrowius; εἰσθαι post lacunam B.
 μηδ'] μὴ δ' F. Inter ἐξέσται et δέ in B lacuna est; sed huc
 quoque referenda est adnotatio illa (ad p. 4 lin. 17). 4. ἂν]
 om. FB. 6. ἀπόφασιν B. καλῶς] hinc rursus incipiunt F
 manus 1, ACDV, ed. Basil. 7. μαθημα lacuna relicta B.
 ἀποστέλλομεν] om VAD; λλομεν post lacunam B. 8. ἀπο-
 δειξης F. 9. περὶ] τε F. 10. ἔρρωσο] ἐρρωμενω F, ἐρρωμέ-
 νως VABCD; corr. ed. Basil. 11. γράφονται] hic rursus in-
 cipit Cr. τὰ] το F; corr. BC * ἀξιώματα] αξιωμα F; corr.
 BC.* 12. ἀποδείξης F. 13. Titulum hic et p. 8 lin. 21
 om. F; hunc et numerorum seriem addidit Torellius. 19. ἂν]
 εαν F; corr. Rualtus.

bus geometris, qui tamen plurimi et praestantissimi ante Eudoxum fuerant, ignorarentur nec a quoquam intellegerentur. licebit autem omnibus, qui quidem poterunt, haec inuenta mea examinare. certe Conone uiuo haec edenda fuerunt; illum enim existimo praeter ceteros haec intellegere potuisse et aptum de iis iudicium proferre. sed operae pretium me esse facturum ratus, si haec cum mathematices studiosis communicassem, ad te demonstrationes, quas conscripsi, misi, quas mathematices peritis licebit examinare. uale.

Primum proponuntur et postulata, et quae ad demonstrationes inuentorum meorum adsumpsi.

DEFINITIONES.

1. Sunt quaedam in plano curuae lineae terminatae, quae aut totae in eadem parte sunt rectarum linearum terminos earum iungentium, aut nihil in altera parte positum habent.

2. In eandem partem cauam lineam eiusmodi uoco, in qua sumptis duobus punctis quibuslibet lineae rectae puncta iungentes aut omnes in eandem partem lineae cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsam lineam, nulla autem in alteram partem.

Scripturam Riualti plerumque neglexi, quippe qui pauca tantum ueri similia proposuerit. Ubi nihil aliud diserte dictum est, emendationem ipse proposui Quaest. Arch. p. 131. hoc tantum adiicio, Iacobum Moor teste Simsono Eucl. elem. p. 404 hanc epistulam ex codicibus emendasse, quae emendationes utrum publici iuris factae sint necne, nescio. sed ueri simile est, eum ipso codice Parisino B usum esse, cum constet, eundem uirum alios quoque codices Parisinos mathematicorum Graecorum contulisse (Hultsch: Pappos I p. XX).

γ'. Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαι τινὲς εἰσιν πεπερασ-
 μέναι, αὐταὶ μὲν οὐκ ἐν ἐπιπέδῳ, τὰ δὲ πέρατα ἔχου-
 σιν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ τοῦ ἐπιπέδου, ἐν ᾧ τὰ πέρατα
 ἔχουσιν, ἦτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔδονται, ἢ οὐδὲν
 5 ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

δ'. Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὴ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπι-
 φανείας, ἐν αἷς ἂν δύο σημείων λαμβανομένων αἱ με-
 ταξὺ τῶν σημείων εὐθεΐαι ἦτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ
 πίπτουσιν τῆς ἐπιφανείας, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά,
 10 τινες δὲ κατ' αὐτῶν, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδεμία.

ε'. Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ἐπειδὴν σφαῖραν κῶνος
 τέμνη, κορυφὴν ἔχων πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας,
 τὸ ἐμπεριεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ
 κώνου καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐντὸς τοῦ
 15 κώνου.

ς'. Ρόμβον δὲ καλῶ στερεόν, ἐπειδὴν δύο κῶνοι
 τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν ἐφ' ἐκά-
 τερα τοῦ ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν
 ἐπ' εὐθείας ὥσι κείμενοι, τὸ ἐξ ἁμφοῦν τοῖν κῶνοι
 20 συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

ΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΑ.

Λαμβάνω δὲ ταῦτα

α'. Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν γραμμῶν ἐλα-
 χίστην εἶναι τὴν εὐθεΐαν.

25 β'. Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ οὔσαι

2. ἔχουσαι Barrowius. 10. κατ' αὐτῆς Ien., probat
 Nizze. 11. στερεόν om. F lacuna relicta; —α δὲ καλῶ atra-
 mento euanidiore scriptum esse uidetur. 12. πρὸς] F per
 compendium, ἐπὶ Torellius. τῷ κέντρῳ] scripsi; το μοριον
 F, τὸ κέντρον vulgo. 19. κῶνοι F. 23. τῶν] τῷ τῶν F.

3. Similiter etiam superficies quaedam sunt terminatae, ipsae quidem non in plano positaе, terminos autem in plano positos habentes, quae aut totae in eadem parte sunt illius plani, in quo terminos positos habent, aut certe nihil in altera parte positum habent.

4. In eandem igitur partem causas eiusmodi uoco superficies, in quibus sumptis duobus punctis rectae lineae puncta iungentes aut omnes in eandem partem superficiei cadant, aut aliae in eandem partem, aliae in ipsas¹⁾, nulla autem in alteram partem.

5. Sectorem autem solidum uoco, cum conus sphaeram secet uerticem habens ad centrum sphaerae, figuram, quae a coni superficie eaque parte superficiei sphaerae continetur, quae intra conum cadit.

6. Rhombum autem solidum uoco, cum duo coni eandem basim habentes uertices habeant in utraque parte plani, in quo est basis, positos, ita ut axes eorum in directo siti sint, figuram solidam ex utroque cono compositam.

POSTULATA.

Postulo autem haec:

1. Omnium linearum eosdem terminos habentium minimam esse rectam.²⁾

2. Ex ceteris uero lineis, si in plano positaе eos-

1) Archimedes ipse sine dubio scripserat τῶν ἐπιφανειῶν lin. 9 propter τὰς ἐπιφανείας lin. 6.

2) Cfr. Eucl. elem. I def. 4: εὐθεῖα γραμμὴ ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἐαυτῆς σημείοις κεῖται et Proclus in Eucl. p. 110, 10 Friedlein: ὁ δ' αὖ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθεῖαν ὠρίσατο γραμμὴν ἐλάχιστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν. διότι γάρ, ὡς ὁ Εὐκλείδης λόγος φησὶν, ἐξ ἴσου κεῖται τοῖς ἐφ' ἐαυτῆς σημείοις, διὰ τοῦτο ἐλάχιστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν.

τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὴν ὥσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἦτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἢ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ
 5 τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

γ'. Ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα εἶναι τὴν ἐπίπεδον.

10 δ'. Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσῶν, ἐὰν ἐν ἐπιπέδῳ τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς τοιαύτας, ἐπειδὴν ὥσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἦτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἢ ἑτέρα ἐπιφάνεια καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ
 15 πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

ε'. Ἐτι δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν τὸ μείζον τοῦ
 20 ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον αὐτὸ ἐαυτῷ δυνατόν ἐστιν ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος τῶν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

Τούτων δὲ ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερόν, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας· ἐκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ὑπὸ
 25 τῆς αὐτῆς ἀποτεμνομένης.

3. Post ἑτέρας F habet ἐπιφανείας, petitum ex lin. 14; del. Barrowius; περιφερείας Rualtus. 10. καί] τῶν? 11. ἀνίσους F per compendium, ἀνίσας vulgo. 14. ἢ ἑτέρα] ἢ ad-

in terminos habeant, inaequales esse eiusmodi lineas, utraque in eandem partem caua sit, et aut tota altera ab altera et recta linea eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

3. Similiter etiam inter superficies eosdem terminos habentes, si in plano terminos habeant, minorem esse planam superficiem.

4. Inter ceteras autem superficies eosdem terminos habentes, si in plano sint termini, inaequales esse eiusmodi superficies, si in eandem partem utraque caua sit, et aut tota altera ab altera et superficie plana eosdem terminos habenti comprehendatur, aut pars eius comprehendatur, pars communis sit, et minorem esse eam, quae comprehendatur.

5. Porro autem inter lineas inaequales et inaequales superficies et inaequalia solida maius excedere minus eiusmodi magnitudine, quae ipsa sibi addita quamvis magnitudinem datam earum, quae cum ea comparari possint, excedere possit.¹⁾

His autem positis, si circulo polygonum inscribatur, adparet, perimetrum polygoni inscripti minorem esse ambitu circuli. unumquodque enim latus polygoni minus est quam ea pars circuli, quae ab ea abscinditur.

1) Eucl. V def. 4: λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν. De hoc axiome etiam alibi ab Archimede sumpto u. Quaest. Archim. p. 44 sq. Cfr. Eucl. X, 1.

didi. 20. αὐτὸ scripsi, ἐαυτό F, uulgo. De propositionum numeratione u. Quaest. A. p. 154. 25. πολυγονον F. 27. ὑπὸ τῆς αὐτῆς] ὑπ' αὐτῆς?

α'.

Ἐὰν περὶ κύκλον πολυγώνον περιγραφῇ, ἢ τοῦ περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου. — περὶ γὰρ κύκλον πολυγώνον περιγεγράφθω τὸ ὑποκείμενον· λέγω, ὅτι ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ἐπεὶ γὰρ συναμφοτέρος ἡ $ΒΑΑ$ μείζων ἐστὶ τῆς $ΒΑ$ περιφερείας διὰ τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν περιλαμβάνειν τὴν περιφέρειαν, ὁμοίως δὲ καὶ συναμφοτέρος μὲν ἡ $ΔΓ$, $ΓΒ$ τῆς $ΔΒ$, συναμφοτέρος δὲ ἡ $ΔΚ$, $ΚΘ$ τῆς $ΔΘ$, συναμφοτέρος δὲ ἡ $ΖΗΘ$ τῆς $ΖΘ$, ἔτι δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΔΕ$, $ΕΖ$ τῆς $ΔΖ$, ὅλη ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου μείζων ἐστὶ τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου.



β'.

Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων δυνατόν ἐστὶν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἐλάσσον.

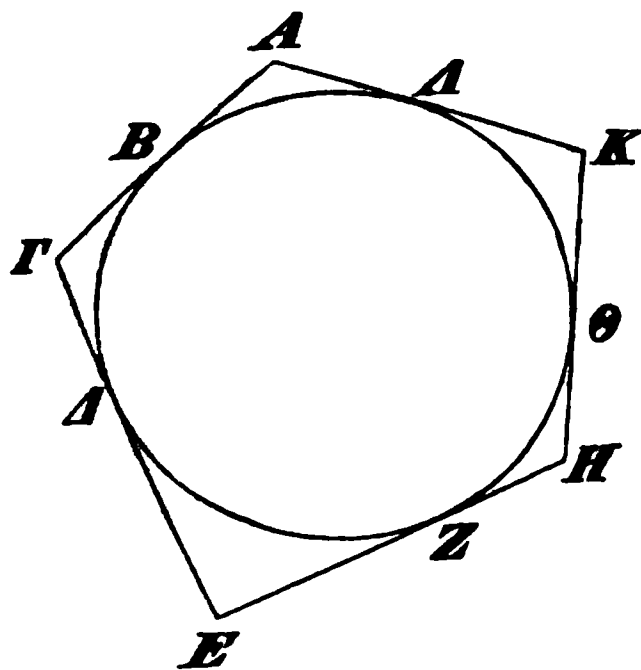
ἔστω δύο μεγέθη ἄνισα τὰ $ΑΒ$, $Δ$, καὶ ἔστω μείζον τὸ $ΑΒ$ · λέγω, ὅτι δυνατόν ἐστι δύο εὐθείας ἀνίσους εὑρεῖν τὸ εἰρημένον ἐπίταγμα ποιούσας.

8. $ΒΑ$, $ΑΑ$ Torellius. 9. περιλαμβαν cum comp. ην vel εν F. 10. δέ addidi. 12. $ΖΗ$, $ΗΘ$ Torellius. 22. ἔστω] ὥστε F; corr. man. 2. 23. τό] τα F. 24. ἀνίσους F comp., ἀνίσας vulgo.

I.

Si circum circulum polygonum circumscribitur, perimetrus polygoni circumscripti maior est ambitu circuli. circumscribatur enim circum circulum polygonum, quod infra positum est.¹⁾ dico, perimetrum polygoni maiorem esse ambitu circuli.²⁾

nam quoniam $BA + AA$ maiores sunt quam am-



bitus pars, quae est BA , propterea quod eosdem terminos habentes illam ambitus partem comprehendunt ($\lambda\alpha\mu\beta\alpha\nu\acute{o}\mu.$ 2), et similiter etiam

$$\Delta\Gamma + \Gamma B > \Delta B$$

ambitus et

$$\Delta K + K\Theta > \Delta\Theta$$

ambitus, porro autem

$$\Delta E + EZ > \Delta Z$$

ambitus, tota igitur perimetrus polygoni maior est ambitu circuli.

II.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus fieri potest, ut inueniantur duae lineae inaequales eiusmodi, ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem quam maior magnitudo ad minorem.

sint duae magnitudines inaequales AB , Δ , et maior sit AB . dico fieri posse, ut inueniantur duae lineae inaequales id, quod iussum est, praestantes.

1) Respicitur ad figuram ab Archimede ipso additam; cfr. prop. 3.

2) Citat Pappus I p. 312, 7 ed. Hultsch.

κείσθω διὰ τὸ β' τοῦ πρώτου τῶν Εὐκλείδου τῶ
 Δ ἴσον τὸ ΒΓ, καὶ κείσθω τις εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΖΗ·
 τὸ δὲ ΓΑ ἐαυτῶ ἐπισυντιθέμενον ὑπερέξει τοῦ Δ .
 πεπολλαπλασιάσθω οὖν καὶ ἔστω τὸ ΑΘ· καὶ ὅσα-
 5 πλάσιόν ἐστι τὸ ΑΘ τοῦ ΑΓ, τοσαυταπλάσιος ἔστω ἡ
 ΖΗ τῆς ΗΕ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΘΑ πρὸς ΑΓ, οὕτως
 ἡ ΖΗ πρὸς ΗΕ· καὶ ἀνάπαλιν ἐστιν ὡς ἡ ΕΗ πρὸς
 ΗΖ, οὕτως τὸ ΑΓ πρὸς ΑΘ. καὶ ἐπεὶ μείζον ἐστι
 τὸ ΑΘ τοῦ Δ , τουτέστι τοῦ ΓΒ, τὸ ἄρα ΓΑ πρὸς τὸ
 10 ΑΘ λόγον ἐλάσσονα ἔχει, ἥπερ τὸ ΓΑ πρὸς ΓΒ· καὶ
 συνθέντι ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει,
 ἥπερ τὸ ΑΒ πρὸς ΒΓ [διὰ λῆμμα]. ἴσον δὲ τὸ ΒΓ
 τῶ Δ · ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΗ ἐλασσονα λόγον ἔχει, ἥπερ
 τὸ ΑΒ πρὸς τὸ Δ . Εὐρημέναι εἰσὶν ἄρα δύο εὐθεῖαι
 15 ἄνισοι ποιοῦσαι τὸ ἐπίταγμα [τουτέστι τὴν μείζονα
 πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μείζον
 μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον].

γ'.

20 Δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου δυνα-
 τόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ
 ἄλλο περιγράψαι, ὅπως ἡ τοῦ περιγραφομένου πολυ-
 γώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πολυγώνου
 πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχη ἢ τὸ μείζον μέγεθος
 25 πρὸς τὸ ἔλαττον.

ἔστω τὰ δοθέντα δύο μεγέθη τὰ Α, Β, ὁ δὲ δο-
 θεὶς κύκλος ὁ ὑποκείμενος· λέγω οὖν, ὅτι δυνατόν
 ἐστι ποιεῖν τὸ ἐπίταγμα.

1. κείσθω διὰ κτλ. u. Quaest. A. p. 157. 2. ΖΗ] ΕΗ
 Hauber. 6. ΗΕ] ΖΕ F; corr. C. 7. ἡ ΖΗ] το ΖΗ F;
 corr. Torellius. ΗΕ] ΖΕ F; corr. AC. 15. τὸ ἐπίταγμα]

ponatur per secundam propositionem primi libri Euclidis¹⁾ [Eucl. elem. I, 2] $B\Gamma = \Delta$, et ponatur linea recta ZH . Itaque ΓA magnitudo ipsa sibi addita Δ magnitudinem excedet [$\lambda\alpha\mu\beta$. 5]. multiplicetur igitur et sit $A\Theta$ [$> \Delta$]; et quoties $A\Gamma$ in $A\Theta$ continetur, toties contineatur HE in ZH . est igitur $\Theta A : A\Gamma = ZH : HE$ [cfr. Eucl. V, 15]. et e contrario [Eucl. V, 7. $\pi\acute{o}\rho\iota\sigma\mu\alpha$] $EH : HZ = A\Gamma : A\Theta$. et quoniam $A\Theta > \Delta$: $A\Theta > \Gamma B$, erit $\Gamma A : A\Theta < \Gamma A : \Gamma B$.²⁾ et componendo igitur $EZ : ZH < AB : B\Gamma$ [u. Eutocius].³⁾ sed $B\Gamma = \Delta$. itaque $EZ : ZH < AB : \Delta$. Itaque inventae sunt duae lineae rectae inaequales, quae praestant id, quod iussum est [id est, maiorem ad minorem rationem habere minorem quam maior magnitudo ad minorem].

III.

Datis duabus magnitudinibus inaequalibus et circulo fieri potest, ut circulo polygonum inscribatur et aliud circumscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus polygoni inscripti minorem habeat rationem quam maior magnitudo ad minorem.

sint datae magnitudines A, B ⁴⁾, datus circulus autem is, qui infra positus est. dico igitur, fieri posse, ut praestetur id, quod est iussum.

1) Proclus in Eucl. p. 68, 12: καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν τῷ πρώτῳ (Πτολεμαίῳ) μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου.

2) Quia $EH : ZH < \Gamma A : \Gamma B$.

3) Idem demonstrat Pappus II p. 686, 5 sq. cfr. Eucl. V, 18.

4) Desideratur: et maior sit A ; cfr. prop. 4.

sint enim inuentae duae lineae Θ , KA , quarum maior sit Θ , ita ut Θ ad KA minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 2]. et ducatur ab A puncto linea AM ad AK perpendicularis [Eucl. I, 11], et a K puncto ducatur KM lineae Θ aequalis [u. Eutocius]. et ducantur duae diametri circuli inter se perpendiculares, ΓB et ΔZ . si igitur $\angle \Delta H \Gamma$ in duas partes aequales secuerimus et rursus dimidium angulum in duas partes aequales, et hoc deinceps fecerimus, relinquemus angulum quendam minorem quam duplicem angulum $\angle AKM$. relinquatur et sit $\angle NH \Gamma$; et ducatur $N \Gamma$. linea $N \Gamma$ igitur latus est polygoni aequilateri¹⁾ [u. Eutocius]. et secetur $\angle NH \Gamma$ in duas partes aequales per lineam $H \Xi$, et in puncto Ξ tangat circulum linea $O \Xi \Pi$, et producantur lineae $H N \Pi$, $H \Gamma O$. itaque etiam ΠO linea latus est polygoni circa circulum circumscripti et aequilateri²⁾ [u. Eutocius].

sed quoniam $\angle NH \Gamma < 2 \angle AKM$, sed $\angle NH \Gamma = 2 \angle TH \Gamma$, erit igitur

$$\angle TH \Gamma < \angle AKM.$$

et anguli ad A , T puncta positi recti sunt; itaque

$$MK : AK > \Gamma H : HT.^3)$$

1) Archimedes scripserat lin. 21—22: *πολυγώνου ἐστὶ ἰσοπλεύρου καὶ ἀρτιοπλεύρου πλευρά*; u. Eutocius.

2) Archimedes scripserat lin. 28: *ὥστε καὶ ἡ $O \Pi$ πολυγώνου ἐστὶν ἰσοπλεύρου πλευρά*; u. Eutocius.

3) U. Eutocius; cfr. quae scripsi Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 8.

ἰσοπλ. ἡ ΓN uulgo.

26. $\overline{\Gamma H N}$ F, uulgo; $N H \Gamma$ Torellius.

$H \Xi$] $N \Xi$ F.

κλον καὶ ἰσοπλεύρου [φανερὸν, ὅτι καὶ ὁμοίου τῷ
 ἐγγραφομένῳ, οὗ πλευρὰ ἢ $ΝΓ$]. ἐπεὶ δὲ ἐλάσσων
 ἐστὶν ἢ διπλασία ἢ ὑπὸ $ΝΗΓ$ τῆς ὑπὸ $ΛΚΜ$, δι-
 5 πλασία δὲ τῆς ὑπὸ $ΤΗΓ$, ἐλάσσων ἄρα ἢ ὑπὸ $ΤΗΓ$
 τῆς ὑπὸ $ΛΚΜ$ · καὶ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς $Λ$, $Τ$
 ἢ ἄρα $ΜΚ$ πρὸς $ΛΚ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $ΓΗ$
 πρὸς $ΗΤ$. ἴση δὲ ἢ $ΓΗ$ τῇ $ΗΞ$ · ὥστε ἢ $ΗΞ$ πρὸς
 $ΗΤ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τουτέστιν ἢ $ΠΟ$ πρὸς $ΝΓ$,
 ἥπερ ἢ $ΜΚ$ πρὸς $ΚΛ$. Ἔτι δὲ ἢ $ΜΚ$ πρὸς $ΚΛ$
 10 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ $Α$ πρὸς τὸ $Β$ · καὶ ἐστὶ
 ἢ μὲν $ΠΟ$ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου,
 ἢ δὲ $ΓΝ$ τοῦ ἐγγραφομένου. ὅπερ προέκειτο εὐρεῖν.

δ'.

Πάλιν δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως δυ-
 15 νατόν ἐστὶ περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι καὶ
 ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευ-
 ρὰν πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα
 λόγον ἔχειν ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ἔστω γὰρ πάλιν δύο μεγέθη ἄνισα τὰ $Ε$, $Ζ$, ὧν
 20 μείζον ἐστω τὸ $Ε$, κύκλος δέ τις ὁ $ΑΒΓ$ κέντρον ἔχων
 τὸ $Δ$ · καὶ πρὸς τῷ $Δ$ τομεὺς συνεστάτω ὁ $ΑΔΒ$. δεῖ
 δὴ περιγράψαι καὶ ἐγγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν $ΑΒΔ$
 τομέα ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς τῶν $ΒΔΑ$, ὅπως
 γένηται τὸ ἐπίταγμα.

25 εὐρῆσθωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ $Η$, $ΘΚ$ ἄνισοι, καὶ
 μείζων ἢ $Η$, ὥστε τὴν $Η$ πρὸς τὴν $ΘΚ$ ἐλάσσονα λό-
 γον ἔχειν, ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον [δυ-

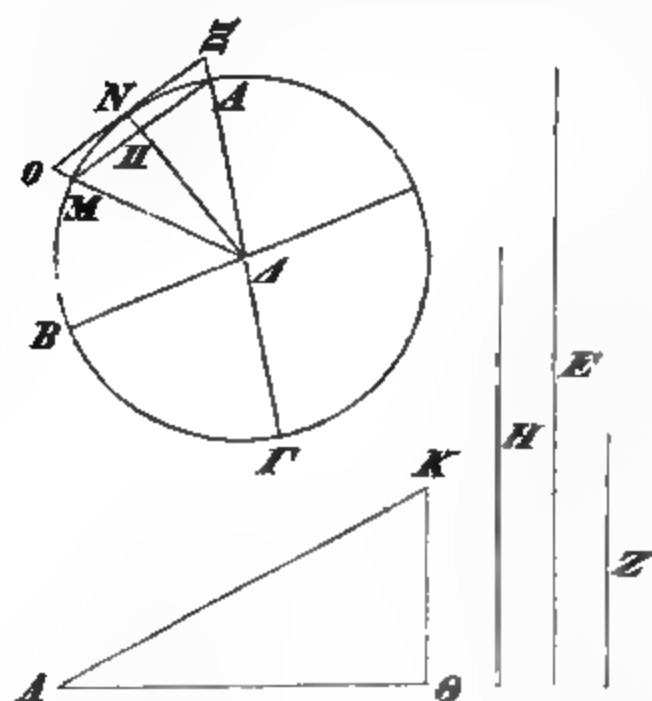
sed $\Gamma H = H\Xi$; erit igitur

$$H\Xi : HT < MK : KA :: \Pi O : N\Gamma < MK : KA.^1)$$

Porro autem $MK : KA < A : B^2)$; [itaque $\Pi O : N\Gamma < A : B$]. et ΠO linea latus est polygoni circumscripti, ΓN autem inscripti, id quod iussum erat in-

IV.

Rursus datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri potest, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.



rursus enim sint E, Z duae magnitudines inaequales, quarum maior sit E , et sit $AB\Gamma$ circulus centrum habens A punctum. et ad A punctum construatur sector AAB . oportet igitur polygonum circumscribi et inscribi sectori

1) Nam $H\Xi : HT = \Pi O : N\Gamma$, quia $H\Xi : HT = O\Xi : \Gamma T$ (ibid. p. 178 nr. 4) $= 2O\Xi : 2\Gamma T = \Pi O : \Gamma N$ (Eucl. I, 26). Archimedes sine dubio uerba: *συρίσκειν ἡ ΠO πρὸς $N\Gamma$ lin. 7* ante *ἐλάττωσα λόγον* lin. 6 posuerat.

2) Nam ex hypothesis est $\Theta : KA < A : B$ et $\Theta = MK$.

νατὸν γὰρ τοῦτο]. καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ὁμοίως ἀχθείσης πρὸς
 ὀρθὰς τῇ $K\Theta$ προσβεβλήσθω τῇ H ἴση ἢ KA [δυ-
 νατὸν γάρ, ἐπεὶ μείζων ἐστὶ ἢ H τῆς ΘK]. τεμνομέ-
 νης δὴ τῆς ὑπὸ τῶν AAB γωνίας δίχα καὶ τῆς ἡμι-
 5 σείας δίχα καὶ αἰὲ τούτου γινομένου λειψθήσεται τις
 γωνία ἐλάσσων οὕσα ἢ διπλασία τῆς ὑπὸ $AK\Theta$.

λελείφθω οὖν ἡ ὑπὸ ADM ἢ AM οὖν γίνεται πολυ-
 γώνου πλευρὰ ἐγγραφομένου εἰς τὸν κύκλον. καὶ ἐὰν
 τέμωμεν τὴν ὑπὸ ADM γωνίαν δίχα τῇ AN καὶ ἀπὸ
 10 τοῦ N ἀγάγωμεν ἐφαπτομένην τοῦ κύκλου τὴν $N\Xi O$,
 αὕτη πλευρὰ ἐστὶ τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγραφομένου
 περὶ τὸν αὐτὸν κύκλον ὁμοίου τῷ εἰρημένῳ. καὶ ὁμοίως
 τοῖς προειρημένοις ἢ ΞO πρὸς τὴν AM ἐλάσσονα λό-
 γον ἔχει, ἥπερ τὸ E μέγεθος πρὸς τὸ Z .

15

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων περι-
 γράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι,
 ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον
 ἔχειν, ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἐλάσσον.

20 ἐκκείσθω κύκλος ὁ A καὶ δύο μεγέθη ἄνισα τὰ
 E, Z καὶ μείζον τὸ E . δεῖ οὖν πολύγωνον ἐγγράψαι
 εἰς τὸν κύκλον καὶ ἄλλο περιγράψαι, ἵνα γένηται τὸ
 ἐπιταχθέν.

1 τοῦ Θ] sic F; K Torellius (cum ed. Bas), qui etiam in sequentibus, sicut in ipsa figura has litteras permulavit.

2. τῇ $K\Theta$] τῇ ΘK τῆς KA Torellius; τῇ ΘK τῆς ΘA ed. Ba-
 sil.

3. γάρ, ἐπεὶ F, vulgo; γὰρ τοῦτο, ἐπεὶπερ Torellius.
 μείζον F.

6. $AK\Theta$ F; $A\Theta K$ Torellius. 7. γίνεται] γάρ
 comp. F, vulgo; ἄρα Torellius.

8. κύκλον] τομέα Torellius.
 10. κύκλον] τομέως Torellius. 12. κύκλον] τομέα Torellius.

$\triangle B\Delta$ aequalia habens latera praeter $B\Delta$, ΔA , ita ut fiat id, quod iussum est. inueniantur enim duae lineae rectae H , ΘK inaequales, quarum maior sit H , ita ut $H : \Theta K < E : Z$ [prop. 2]. et a Θ puncto uti supra [prop. 3] ducatur linea [ΘA] ad $K\Theta$ perpendicularis, et iungatur $K\Delta$ lineae H aequalis [prop. 3 p. 16, 7]. si igitur $\angle A\Delta B$ in duas partes aequales secuerimus et dimidium in duas partes aequales et hoc deinceps fecerimus, relinquetur angulus minor quam duplex angulus $\Delta K\Theta$.

relinquatur igitur $\angle A\Delta M < 2\Delta K\Theta$. itaque linea AM latus erit polygoni circulo inscripti [p. 16, 20]. et si $\angle A\Delta M$ in duas partes aequales secuerimus per lineam ΔN et ab N puncto lineam $N\Xi O$ circum tangenter duxerimus, ea latus erit polygoni circum circumscripti similis¹⁾ polygono, quod nominauimus [h. e. inscripto]. et eodem modo, quo supra [prop. 3], erit

$$\Xi O : AM < E : Z.^2)$$

V.

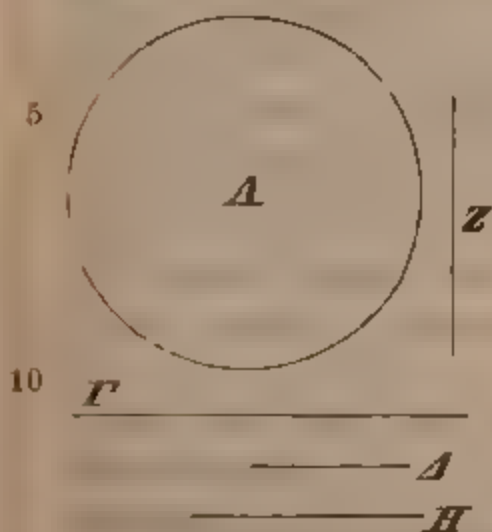
Circulo et duabus magnitudinibus inaequalibus datis polygonum circum circumscriptum et aliud inscribere, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem.

ponantur circulus A et duae magnitudines inaequa-

1) U. p. 18, 1 et Eutocius ad prop. 3 extr.

2) $\angle A\Delta M = 2M\Delta\Pi < 2\Delta K\Theta$; itaque $\angle M\Delta\Pi < \Delta K\Theta$; quare $\Delta K : K\Theta > M\Delta : \Delta\Pi > \Delta N : \Delta\Pi < \Delta K : K\Theta$; sed $\Delta N : \Delta\Pi = ON : M\Pi = \Xi O : AM < \Delta K : K\Theta < E : Z > \Xi O : AM < E : Z$. Π litteram in figura ipse addidi.

λαμβάνω γὰρ δύο εὐθείας ἀνίσους τὰς Γ , Δ , ὧν
μείζων ἔστω ἡ Γ , ὥστε τὴν Γ πρὸς τὴν Δ ἐλάσσονα



λόγον ἔχειν ἢ τὴν E πρὸς
τὴν Z . καὶ τῶν Γ , Δ
μέσης ἀνάλογον ληφθεί-
σης τῆς H μείζων ἄρα καὶ ἡ
 Γ τῆς H . περιγεγράφθω
δὴ περὶ κύκλον πολύ-
γωνον καὶ ἄλλο ἐγγεγράφ-
θω, ὥστε τὴν τοῦ πε-
ριγραφέντος πολυγώνου
πλευρὰν πρὸς τὴν τοῦ
ἐγγραφέντος ἐλάσσονα λό-

γον ἔχειν ἢ τὴν Γ πρὸς τὴν H [καθὼς ἐμάθομεν]. διὰ
15 τοῦτο δὴ καὶ ὁ διπλάσιος λόγος τοῦ διπλασίου ἐλάσ-
σων ἔστι. καὶ τοῦ μὲν τῆς πλευρᾶς πρὸς τὴν πλευρὰν
διπλάσιός ἐστι ὁ τοῦ πολυγώνου πρὸς τὸν πολύγωνον
[ὅμοια γάρ], τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν H ὁ τῆς Γ πρὸς τὴν Δ .
καὶ τὸ περιγραφέν ἄρα πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγραφέν
20 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ . πολλῶ
ἄρα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον
ἔχει, ἢ περ τὸ E πρὸς τὸ Z .

ς.

Ὅμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δο-
25 θέντων καὶ τομέως δυνατόν ἐστὶν περὶ τὸν τομέα πο-
λύγωνον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ,
ἵνα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα λόγον
ἔχη ἢ τὸ μείζον μέγεθος πρὸς τὸ ἐλάσσον.

1. ἀνίσους comp. F. 3. τὸ E πρὸς τὸ Z ed. Basil., To-
rell. 20. πολλῶ ἄρα καὶ τό B, ed. Basil., Torellius.

les E, Z , quarum maior sit E . oportet igitur polygonum circulo inscribi et aliud circumscribi, ita ut fiat id, quod iussum est.

nam sumo duas lineas rectas Γ, Δ , quarum maior sit Γ , ita ut Γ ad Δ minorem rationem habeat quam E ad Z [prop. 2]. et sumpta linea H media inter lineas Γ, Δ proportionali [Eucl. VI, 13], erit igitur etiam $\Gamma > H$.¹⁾ circumscribatur igitur polygonum circum circulum et aliud inscribatur, ita ut latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem habeat, quam Γ ad H [prop. 3]. quare etiam ratio duplicata [laterum] minor est ratione duplicata [linearum Γ, H]; et laterum ratio duplicata aequalis est rationi polygonorum [Eucl. VI, 20] [similia enim sunt, u. p. 21 not. 1]; ratio autem linearum Γ, H duplicata aequalis est rationi linearum Γ, Δ [Eucl. V def. 10]. habet igitur etiam polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem quam Γ ad Δ , et multo etiam magis minorem rationem quam E ad Z [nam $\Gamma : \Delta < E : Z$ ex hypothesis].

VI.

Eodem modo demonstrabimus, datis duabus magnitudinibus inaequalibus et sectore fieri posse, ut circum sectorem polygonum circumscribatur et aliud ei simile inscribatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [cf. prop. 4].

1) Quia $H^2 = \Gamma\Delta < \Gamma^2$.

φανερὸν δὲ καὶ τοῦτο, ὅτι, ἐὰν δοθῇ κύκλος ἢ το-
μεὺς καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστιν ἐγγράφοντα εἰς τὸν
κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα καὶ ἔτι ἀεὶ
εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα λείπειν τινὰ τμήματα
5 τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ προκει-
μένου χωρίου. ταῦτα γὰρ ἐν τῇ στοιχειώσει παραδέ-
δονται.

δεικτέον δέ, ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος ἢ τομέως καὶ
χωρίου δυνατόν ἐστι περιγράψαι πολύγωνον περὶ τὸν
10 κύκλον ἢ τὸν τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς περι-
γραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου.
ἔσται γὰρ ἐπὶ κύκλου δείξαντα μεταγαγεῖν τὸν ὅμοιον
λόγον καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

δεδόσθω κύκλος ὁ Α καὶ χωρίον τι τὸ Β. δυνατόν
15 δὴ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, ὥστε τὰ
ἀποληφθέντα τμήματα μεταξὺ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ πο-
λυγώνου ἐλάσσονα εἶναι τοῦ Β χωρίου. καὶ γὰρ ὄντων
δύο μεγεθῶν ἀνίσων, μείζονος μὲν συναμφοτέρου τοῦ
τε χωρίου καὶ τοῦ κύκλου, ἐλάσσονος δὲ τοῦ κύκλου
20 περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον καὶ ἄλλο
ἐγγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν
ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ τὸ εἰρημένον μείζον μέγεθος
πρὸς τὸ ἐλάσσον. τοῦτο δὴ τὸ περιγραφόμενον πολύ-
γωνόν ἐστιν, οὗ τὰ περιλείμματα ἔσται ἐλάσσονα τοῦ
25 προτεθέντος χωρίου τοῦ Β.

εἰ γὰρ τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἐγγραφέν ἐλάσσονα
λόγον ἔχει ἢ τὸ συναμφότερον ὁ τε κύκλος καὶ τὸ Β

6. παραδεδωται F. 9. περὶ] πε F. 13. ἔσται] recepi
ex A, εστω F. 14. τι ita scribitur in F, ut a compendio
verbi τὸν dignosci non possit. 16. ἀποληφθέντα] scripsi;
ἀπολειφθέντα F, vulgo. 18. μείζωνος F. 24. περιλίμματα F.

Hoc quoque adparet, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circulo uel sectori polygonum quilaterum inscribentes et deinceps segmentis relictis quando segmenta circuli uel sectoris relinquamus eiusmodi, quae minora sint dato spatio. haec enim in mentis tradita sunt.¹⁾

Demonstrandum uero, dato circulo uel sectore et spatio fieri posse, ut circum circulum uel sectorem polygonum circumscribatur, ita ut segmenta relictia purae circumscriptae minora sint dato spatio. licebit enim, cum in circulo demonstrauerimus, eandem rationem ad sectorem transferre.²⁾

· sit datus circulus A et spatium aliquod B . itaque erit potest, ut circumscribatur circum circulum polygonum, ita ut segmenta inter circuli et polygoni ambitus comprehensa minora sint spatio B . nam datis tribus magnitudinibus inaequalibus, quarum maior est spatium simul cum circulo, minor autem ipse circulus, circumscribatur circum circulum polygonum et aliud describatur, ita ut circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam maior magnitudo ad minorem [prop. 5]. Tum polygonum circumscriptum eiusmodi erit, cuius segmenta relictia minora sint spatio dato, quod est B .

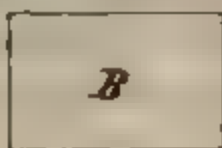
nam si quidem polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habet quam $A + B : A$,

1) Eucl. elem. XII, 2 (II p. 200 ed. August): τέμνοντες δὴ καὶ ὑπολειπομένας περιφερείας διέχα καὶ ἐπιζευγνύοντες εὐθείας καὶ τοῦτο αἰεὶ ποιοῦντες καταλείπομέν τινα τμήματά ποτε τοῦ κύκλου, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει ὁ $EZH\Theta$ κύκλος τοῦ Σ χώρου; cfr. X, 1.

2) Demonstratio eadem est, nisi quod pro prop. 5 ea usurpanda sunt, quae initio prop. 6 dicta sunt.

χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον, τοῦ δὲ ἐγγραφομένου
μείζων ὁ κύκλος, πολλῷ μᾶλλον τὸ περιγραφέν πρὸς

5



10



τὸν κύκλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει,
ἢ τὸ συναμφοτέρων ὁ τε κύκλος
καὶ τὸ *B* χωρίον πρὸς αὐτὸν
τὸν κύκλον. καὶ διελόντι ἄρα
τὰ ἀπολείμματα τοῦ περιγεγραμ-
μένου πολυγώνου πρὸς τὸν κύ-
κλον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περ
τὸ *B* χωρίον πρὸς τὸν κύκλον.
ἐλάσσονα ἄρα τὰ ἀπολείμματα
τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου
τοῦ *B* χωρίου. ἢ οὕτως· ἐπεὶ
τὸ περιγραφέν πρὸς τὸν κύκλον

15 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ συναμφοτέρων ὁ τε κύκλος
καὶ τὸ *B* χωρίον πρὸς τὸν κύκλον, διὰ τοῦτο δὴ ἐλασ-
σον ἔσται τὸ περιγραφέν συναμφοτέρου. ὥστε καὶ ὅλα
τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ χωρίου τοῦ *B*.
ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ τομέως.

20

ξ.

Ἐὰν ἐν ἰσοσκελεῖ κώνῳ πυραμὶς ἐγγραφῇ ἰσόπλευ-
ρον ἔχουσα βάσιν, ἢ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βά-
σεως ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ περι-
μέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ
25 μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως κάθετον ἀγομένην.

ἔστω κώνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ *ΑΒΓ* κύκλος,
καὶ εἰς αὐτὸν ἐγγεγράφθω πυραμὶς ἰσόπλευρον ἔχουσα

2. μείζων F. 7. ἀπολείμματα F. 13. οὕτως per com-
pendium F. 18. περιλίμματα F; corr. AB. 19. ἐπὶ ego
addidi. 26. κωνος F.

alms A autem maior est polygono inscripto [p. 10, , multo igitur magis polygonum circumscriptum ad circulum minorem rationem habet quam $A + B : B$.] per subtrahendo [per conuersionem propositionis ab Eutocio ad prop. 2 demonstratae, u. p. 15 not. 3; cfr. Eucl. V, 17] segmenta polygones circumscripti ad circulum minorem habent rationem, quam B spatium ad circulum. minora igitur [Eucl. V, 10] segmenta relictas polygones circumscripti erunt spatium B . uel hoc modo: miniam polygonum circumscriptum ad circulum minorem rationem habet, quam circulus simul cum B spatium ad circulum, polygonum circumscriptum minus est quam $A + B$ ¹⁾; quare segmenta relictas omnia minora erunt spatium B [Eucl. I κοιν. ἐνν. 5]. Similiter etiam in sectore dicendum.

VII.

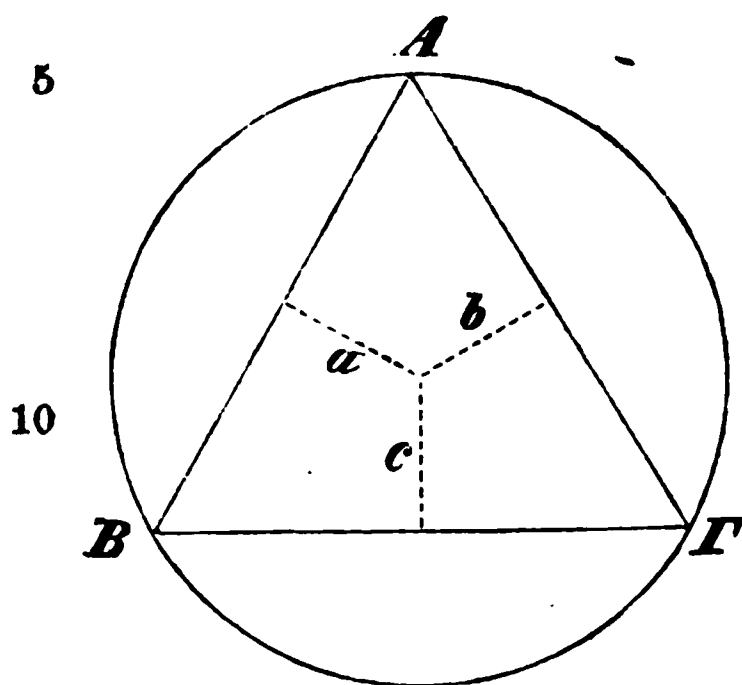
Si cono aequicrurio inscribitur pyramis aequilateram basim habens, superficies eius praeter basim qualis est triangulo basim habenti perimetro basis qualem, altitudinem autem lineam a uertice ad latus in quod basis perpendicularem ductam.

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus BF , et ei inscribatur pyramis basim aequilateram

1) Ex Eutocio adparet, Archimedes lin. 16—17 scripsisse: καὶ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφ. ὅτε Archimedes uix duas demonstrationes dederat; genuinum hanc fere fuisse puto (Quaest. Arch. p. 74): τὸ οὖν περιγραφόμενον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ τὸ παμφοότερον ὃ τε κύκλος καὶ τὸ B χωρίον πρὸς αὐτὸν τὸν κύκλον. διὰ δὴ τοῦτο ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφόμενον τοῦ συναμφοτέρου· ὥστε καὶ τὰ περιλείμματα ἐλάσσονα ἔσται τοῦ B χωρίου.

βάσιν τὸ $AB\Gamma$. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ ἰσοσκελὴς ὁ κῶνος, καὶ ἰσόπλευρος ἡ βάση



τῆς πυραμίδος, τὰ ὕψη τῶν περιεχόντων τριγώνων τὴν πυραμίδα ἴσα ἐστὶν ἀλλήλοις. καὶ βάσιν μὲν ἔχει τὰ τρίγωνα τὰς AB , $B\Gamma$, ΓA , ὕψος δὲ τὸ εἰρημένον. ὥστε τὰ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην ταῖς AB , $B\Gamma$, ΓA , ὕψος δὲ τὴν εἰρημένην εὐθείαν

15 [τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου].

[σαφέστερον ἄλλως ἢ δεῖξις]

[ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς, οὗ βάσις μὲν ὁ $AB\Gamma$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Δ σημεῖον, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς
20 τὸν κῶνον πυραμὶς βάσιν [μὲν] ἔχουσα ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ $AB\Gamma$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ ΔA , $\Delta \Gamma$, ΔB .

λέγω, ὅτι τὰ ΔAB , $\Delta \Gamma$, $B \Delta \Gamma$ τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τριγώνῳ, οὗ ἡ μὲν βάση ἴση ἐστὶ τῇ περιμέτρῳ τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάση

1. τό] τω F; corr. A. βάσιν μὲν ἔχουσα ἰσοπλ. τρίγωνον τό uel βάσιν τὸ τρίγωνον τό Nizze. 3. κωνος F. 5. τριγώνων errore om. Torellius; sine codicum auctoritate supplēvit Nizze; habet F. 17. Haec demonstratio altera postea interposita numero ἡ significatur in F, sed numerum om. iam ed. Basil. 18. ἔστω] ὥστε F; corr. B manu 2? (Quaest. Arch. p. 129). 20. μὲν deleo; cum librarius alibi toties βάσιν μὲν scripsisset, particula hic quoque irrepsit.

ens, quae sit $AB\Gamma$. dico, eius superficiem praeter
 im aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.
 nam quoniam conus aequicrurius et basis pyrami-
 aequilatera est, altitudines triangulorum pyramidem
 comprehendentium aequales sunt.¹⁾ et basim habent
 anguli AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ lineas, altitudinem uero eam,
 am diximus. quare trianguli [h. e. superficies py-
 midis praeter basim] aequales sunt triangulo basim
 menti lineam aequalem lineis AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ [h. e.
 imetro basis], altitudinem autem lineam, quam dixi-
 s [Eucl. VI, 1].²⁾

[Demonstratio aliter et magis perspicue exposita]³⁾.

[Sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$,
 tex uero Δ punctum; et cono inscribatur pyramis
 im habens triangulum aequilaterum $AB\Gamma$, et du-
 ctur lineae ΔA , $\Delta\Gamma$, ΔB . dico triangulos ΔAB ,
 $\Delta\Gamma B$, $B\Delta\Gamma$ aequales esse triangulo cuius basis aequalis
 perimetro trianguli $AB\Gamma$, perpendicularis autem a
 rtice ad basim ducta aequalis lineae a Δ puncto ad
 Γ perpendiculari.

ducantur enim perpendiculares ΔK , ΔA , ΔM li-
 ae; sunt igitur aequales [cfr. not. 1]. et ponatur
 angulus EZH basim EZ aequalem habens perimetro

1) Nam trianguli, quorum latera sunt axis coni, altitudines,
 eae a , b , c (quas in figura addidi), unum latus (axem) com-
 me, alteram (a , b , c) aequalem habent et sunt rectanguli;
 que etiam bases aequales habent (Eucl. I, 4).

2) Uerba sequentia subditia sunt, ut ex collocatione ad-
 ret; pertinent enim ad τὰ τεύχονα lin. 8, ut in interpreta-
 me expressi. si ad τεύχονα lin. 11 pertinerent, quod per se
 imus accurate diceretur, debebat esse τῇ ἐπιφανείᾳ ex con-
 anti usu Archimedis.

3) Quae sequitur demonstratio ut subditia in adnotationes
 iicienda erat, sed ne typosetis molestia existeret, retinui.

κάθετος ἴση τῇ καθέτῳ τῇ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὴν B . ἀγομένην.

ἤχθωσαν γὰρ κάθετοι αἱ ΔK , ΔA , ΔM . αὐτὰ
 ἄρα ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ κείσθω τρίγωνον τὸ $EZ\Gamma$
 5 ἔχον τὴν μὲν EZ βάσιν τῇ περιμέτρῳ τοῦ $AB\Gamma$ τρι-
 γώνου ἴσην, τὴν δὲ $H\Theta$ κάθετον τῇ ΔA ἴσην. ἐπι-
 οὖν τὸ ὑπὸ τῶν $B\Gamma$, ΔA διπλάσιόν ἐστιν τοῦ $\Delta B\Gamma$
 τριγώνου, ἐστὶν δὲ καὶ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν AB , ΔK δι-
 πλάσιον τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, τὸ δὲ ὑπὸ AG , ΔM
 10 διπλάσιον τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου, τὸ ἄρα ὑπὸ τῆς περι-
 μέτρου τοῦ $AB\Gamma$ τριγώνου, τουτέστι τῆς EZ , καὶ τῇ
 ΔA , τουτέστι τῆς $H\Theta$, διπλάσιόν ἐστι τῶν $A\Delta B$
 $B\Delta\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ τριγώνων. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ EZ , $H\Theta$
 διπλάσιον τοῦ EZH τριγώνου. ἴσον ἄρα τὸ $EZ\Gamma$.
 15 τρίγωνον τοῖς $A\Delta B$, $B\Delta\Gamma$, $A\Delta\Gamma$ τριγώνοις].

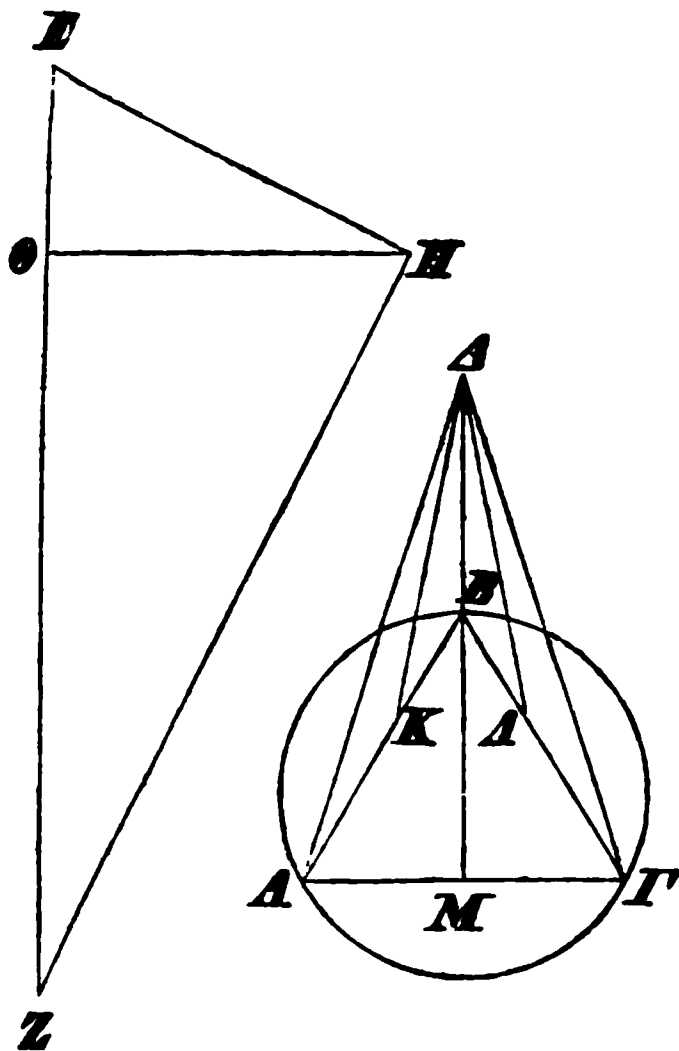
ἦ'.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῇ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ
 ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ
 τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς
 20 βάσεως, ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις ὁ $AB\Gamma$ κύκλος, καὶ πυραμὶς
 περιγεγράφθω, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς, τουτέστι τὸ $\Delta E\Gamma$
 πολύγωνον, περιγεγραμμένον περὶ τὸν $AB\Gamma$ κύκλον
 εἶναι. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς
 25 βάσεως ἴση ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ τριγώνῳ.

ἐπεὶ γὰρ [ὁ ἄξων τοῦ κώνου ὀρθὸς ἐστὶ πρὸς τὴν

2. ἀγομένην scripsi; ἀγομένην F, vulgo. 10. $AB\Gamma$] $A\Delta\Gamma$ F; corr. Torellius. 16. θ' F; u. ad p. 28, 17. In figura et deinde in verbis Archimedis litteras A et K permutavit Torellius. 26. τοῦ] αὐτοῦ F; corr. ed. Basil.



trianguli $AB\Gamma$, altitudinem autem $H\Theta$ aequalem lineae ΔA . iam quoniam

$$B\Gamma \times \Delta A = 2\Delta B\Gamma$$

[Eucl. I, 41],

et

$$AB \times \Delta K = 2\Delta B\Delta,$$

et

$$A\Gamma \times \Delta M = 2\Delta A\Delta\Gamma,$$

erit igitur rectangulum, quod a perimetro trianguli $AB\Gamma$, h. e. linea EZ , et ΔA , h. e. linea

$H\Theta$, continetur $= 2 \times (A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma)$; sed $EZ \times H\Theta = 2EZH$ [Eucl. I, 41]; quare

$$EZH = A\Delta B + B\Delta\Gamma + A\Delta\Gamma].$$

VIII.

Si circum conum aequicrurium pyramis circumscribitur, superficies pyramidis praeter basim aequalis est triangulo basim habenti lineam perimetro basis aequalem, altitudinem autem latus con.

sit conus, cuius basis sit circulus $AB\Gamma$, et circumscribatur pyramis, ita ut basis eius, h. e. polygonum ΔEZ , circum circulum $AB\Gamma$ sit circumscripta. dico superficiem pyramidis praeter basim aequalem esse triangulo, quem commemorauimus.

cum enim axis con. ad basim perpendicularis sit,

e. ad circulum $AB\Gamma$, et lineae a centro circuli ad puncta contactus ductae perpendiculares sint ad congentes [Eucl. III, 18], erunt¹⁾ igitur etiam lineae a vertice conici ad puncta contactus ductae perpendiculares ad ΔE , ZE , $Z\Delta$ [u. Eutocius]. itaque perpendiculares, quas commemorauimus, HA , HB , $H\Gamma$, aequales sunt; sunt enim conici latera. ponatur igitur triangulus $\Theta K\Delta$ aequalem habens ΘK latus perimetron anguli ΔEZ , perpendicularem autem ΔM aequalem lineae HA . quoniam igitur

$$\Delta E \times AH = 2E\Delta H \text{ [Eucl. I, 41],}$$

$$\text{et } \Delta Z \times HB = 2\Delta ZH,$$

$$\text{et } EZ \times \Gamma H = 2EHZ,$$

igitur $\Theta K \times AH$, uel, quod idem est,

$$\Theta K \times M\Delta = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ).$$

et autem etiam

$$\Theta K \times \Delta M = 2\Delta K\Theta \text{ [Eucl. I, 41].}$$

quare $2\Delta K\Theta = 2(E\Delta H + Z\Delta H + EHZ)$ ideo:

$$\Delta K\Theta = E\Delta H + Z\Delta H + EHZ].$$

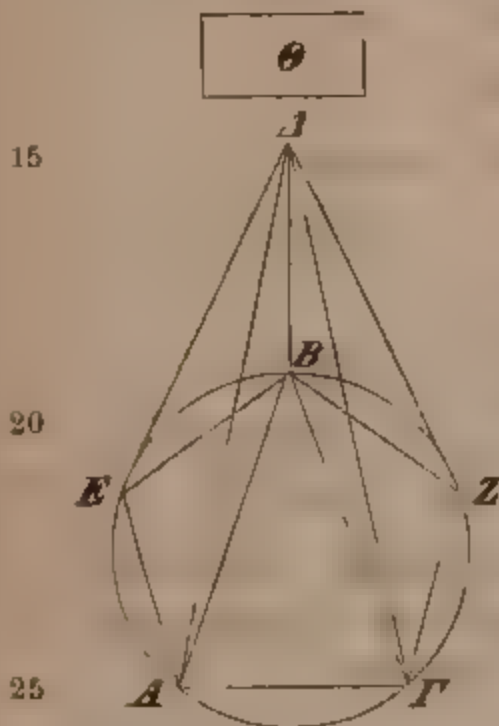
igitur superficies pyramidis praeter basim aequalis triangulo basim habenti perimetron trianguli ΔEZ equalem, altitudinem autem latus conici.

1) Lin. 3—6 Archimedes scripserat: αἱ ἄρα ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ A , B , Γ ἐπιξενυγνόμεναι κάθετοί εἰσιν ἐπ' αὐτάς. e. τὰς ἐφαπτομένας lin. 3); u. Eutocius.

θ'.

Ἐὰν κώνου τινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον,
 ἔστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπέση, ἀπὸ
 τῶν περάτων αὐτῆς εὐθείαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τῇ
 5 κορυφῇ τοῦ κώνου, τὸ περιληφθὲν τρίγωνον ὑπὸ
 τῆς ἐμπεσούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεῖσων ἐπὶ τὴν κορυφὴν
 ἔλασσον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μετα
 τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν ἐπιζευχθεῖσων.

ἔστω κώνου ἰσοσκελοῦς βάσις ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος, 2
 10 ρυφή δὲ τὸ $Δ$, καὶ διήχθω τις εἰς αὐτὸν εὐθεῖα
 $ΑΓ$ καὶ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὰ $Α$, $Γ$ ἐπεζεύχθωσιν
 αἱ $ΑΔ$, $ΔΓ$. λέγω, ὅτι
 $ΑΔΓ$ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστι
 τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου
 μεταξὺ τῶν $ΑΔΓ$.



τετμήσθω ἡ $ΑΒΓ$ περι
 ρεια δίχα κατὰ τὸ $Β$, καὶ
 ἐξεύχθωσαν αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΔΒ$.
 ἔσται δὴ τὰ $ΑΒΔ$, $ΒΓΔ$ τ
 20 γωνα μείζονα τοῦ $ΑΔΓ$ τ
 γώνου. ὥ δὲ ὑπερέχει
 εἰρημένα τρίγωνα τοῦ $ΑΔ$
 τριγώνου, ἔστω τὸ $Θ$. τὸ
 $Θ$ ἦτοι τῶν $ΑΒ$, $ΒΓ$ τμη
 25 των ἔλασσόν ἐστιν, ἢ οὐ. ἔσ
 μὴ ἔλασσον πρότερον. ἔ

οῦν δύο εἰσὶν ἐπιφάνειαι ἥ τε κωνικὴ ἢ μεταξὺ τῶν
 $ΑΔΒ$ μετὰ τοῦ $ΑΕΒ$ τμήματος καὶ ἡ τοῦ $ΑΔΒ$ τ

1. ε' F. 5. περιληφθὲν] scripsi; περιλειφθεν F, null
 e ἐμπεσούσης] εκπεσουσης F; postea corr. B.

IX.

si in cono aequicrurio¹⁾ linea recta in circulum, est basis coni, incidit, et a terminis eius lineae ducuntur ad uerticem coni, triangulus, qui conatur a linea incidenti et lineis ad uerticem ductis, erit superficiei coni, quae est inter lineas ad uerticem ductas.

sit $AB\Gamma$ circulus basis coni aequicrurii, uertex in Δ punctum, et in circulum incidat linea $A\Gamma$, uertice ad A , Γ puncta ducantur lineae $A\Delta$, $\Delta\Gamma$. triangulum $A\Delta\Gamma$ minorem esse superficiei coni, inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas sit.²⁾

secetur $AB\Gamma$ ambitus in duas partes aequales in puncto, et ducantur AB , ΓB , ΔB . erunt igitur anguli $AB\Delta$, $B\Gamma\Delta$ maiores triangulo $A\Delta\Gamma$ ³⁾ [u. Eutocius]. sit igitur Θ spatium aequale ei spatio, quod continent trianguli $AB\Delta$, $B\Gamma\Delta$ triangulum $A\Delta\Gamma$. ita Θ spatium aut minus est segmentis AB , $B\Gamma$, aut minus. — prius sit ne minus. quoniam igitur haec sunt duae superficies, conica superficies, quae est inter lineas $A\Delta$, ΔB , una cum segmento AEB et angulus $A\Delta B$, eundem terminum habentes perimetrum trianguli $A\Delta B$, maior erit superficies comprehensa [λαμβ. 4]. itaque superficies co-

1) Graece genetius legitur, qui ad uerbum κύκλον uel potius ad totam sententiam referendus esse uidetur, de qua didici licentia infra dicetur.

2) Hoc nimis ambiguum est; Archimedes sine dubio hoc eodem loco addiderat: καὶ τῆς $AB\Gamma$ περιφερείας, ut prop. 10 38, 25; Quaest. Arch. p. 72.

3) Lin. 19—20 Archimedes scripserat: μείζονα ἄρα ἐστὶ τὰ $AB\Delta$, $B\Gamma\Delta$ τρίγωνα τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου (u. Eutocius).

γώνου τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι τὴν περίμετρον τοῦ
 τριγώνου τοῦ $A\Delta B$, μείζων ἔσται ἢ περιλαμβάνουσα
 τῆς περιλαμβανομένης. μείζων ἄρα ἔστιν ἢ κωνικὴ
 ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν $A\Delta B$ μετὰ τοῦ AEB τμή-
 5 ματος τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου. ὁμοίως δὲ καὶ ἢ μεταξὺ
 τῶν $B\Delta\Gamma$ μετὰ τοῦ ΓZB τμήματος μείζων ἔστιν τοῦ
 $B\Delta\Gamma$ τριγώνου. ὅλη ἄρα ἢ κωνικὴ ἐπιφάνεια μετὰ
 τοῦ Θ χωρίου μείζων ἔστι τῶν εἰρημένων τριγώνων.
 τὰ δὲ εἰρημένα τρίγωνα ἴσα ἔστι τῷ τε $A\Delta\Gamma$ τρι-
 10 γώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ. κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ Θ χω-
 ρίον· λοιπὴ ἄρα ἢ κωνικὴ ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν
 $A\Delta\Gamma$ μείζων ἔστι τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου.

ἔστω δὲ τὸ Θ ἐλάσσον τῶν AB , $B\Gamma$ τμημάτων
 τέμνοντες δὲ τὰς AB , $B\Gamma$ περιφερείας δίχα καὶ τὰ
 15 ἡμισείας αὐτῶν δίχα λείψομεν τμήματα ἐλάσσονα ὄντα
 τοῦ Θ χωρίου. λελείφθω τὰ ἐπὶ τῶν AE , EB , BZ ,
 $Z\Gamma$ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔE , ΔZ . πάλιν
 τοίνυν κατὰ τὰ αὐτὰ ἢ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ κώνου
 μεταξὺ τῶν $A\Delta E$ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς AE τμήματος
 20 μείζων ἔστι τοῦ $A\Delta E$ τριγώνου· ἢ δὲ μεταξὺ τῶν
 $E\Delta B$ μετὰ τοῦ ἐπὶ τῆς EB τμήματος μείζων ἔστι τοῦ
 $E\Delta B$ τριγώνου. ἢ ἄρα ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν $A\Delta B$
 μετὰ τῶν AE , EB τμημάτων μείζων ἔστι τῶν $A\Delta E$,
 $E\Delta B$ τριγώνων. ἐπεὶ δὲ τὰ $AE\Delta$, ΔEB τρίγωνα
 25 μείζονά ἐστι τοῦ $AB\Delta$ τριγώνου, καθὼς δέδεικται,
 πολλῷ ἄρα ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἢ μεταξὺ τῶν $A\Delta B$
 μετὰ τῶν ἐπὶ τῶν AE , EB τμημάτων μείζων ἔστι τοῦ

5 δέ] *scripsi*; cfr. Quaest. Arch. p. 145; δη F, *uulgo*.

6. τῶν $B\Delta\Gamma$] *τον* $\Delta B\Gamma$ τριγώνου F, *uulgo*; τῶν $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ Torellius
 12. $A\Delta\Gamma$] *scripsi*; $A\Delta B$ F, *uulgo*; $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ Torellius.
 15. ἡμισείας] *ημισίας* F, *uulgo*. 16. λελείφθω F.

quae est inter lineas $A\Delta$, ΔB , una cum segmento Γ , maior est triangulo $AB\Delta$. et eodem modo a superficies, quae est inter lineas $B\Delta$, $\Delta\Gamma$, una cum segmento ΓZB , maior est triangulo $B\Delta\Gamma$. tota r superficies conica [quae est inter lineas $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ ambitum $AEBZ\Gamma$] una cum spatio Θ maior est gulis, quos commemorauimus [$AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$].¹⁾ rianguli $AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$ aequales sunt triangulo $A\Delta\Gamma$ cum spatio Θ [ex hypothesis]. subtrahatur Θ spa-, quod commune est. itaque, quae reliqua est a superficies, quae est inter lineas $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, maior riangulo $A\Delta\Gamma$.

am sit Θ spatium minus segmentis AB , $B\Gamma$. si r ambitus AB , $B\Gamma$ in duas partes aequales se- imus et dimidios ambitus in duas aequales, relin- aus aliquando segmenta minora quam Θ spatium p. 6 p. 24, 1]. relinquuntur segmenta, quae sunt ineis AE , EB , BZ , $Z\Gamma$, et ducantur ΔE , ΔZ . as igitur eodem modo [quo supra p. 34, 26] su- cies coni, quae est inter lineas $A\Delta$, ΔE , cum amento in linea AE posito maior est triangulo $A\Delta E$, mi superficies, quae est inter lineas $E\Delta$, ΔB , cum amento in EB linea posito maior est triangulo $E\Delta B$. e superficies, quae est inter $A\Delta$, ΔB , cum seg- tis AE , EB maior est triangulis $A\Delta E$, $EB\Delta$. sed niam trianguli $AE\Delta$, ΔEB maiores sunt $AB\Delta$ ngulo [u. Eutocius, p. 34, 19], multo igitur magis erficies conica, quae est inter lineas $A\Delta$, ΔB , cum nentis in AE , EB positis maior est triangulo $A\Delta B$.

1) Nam ex hypothesis est $\Theta \supseteq AEB + \Gamma ZB$ segmentis.

$A\Delta B$ τριγώνου. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $B\Delta\Gamma$ μετὰ τῶν ἐπὶ τοῦν BZ , $Z\Gamma$ μείζων ἐστὶν τοῦ $B\Delta\Gamma$ τριγώνου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $A\Delta\Gamma$ μετὰ τῶν εἰρημένων τμημάτων μείζων ἐστὶ τῶν $AB\Delta$, $\Delta B\Gamma$ τριγώνων· ταῦτα δὲ ἐστὶν ἴσα τῷ $A\Delta\Gamma$ τριγώνῳ καὶ τῷ Θ χωρίῳ· ὧν τὰ εἰρημένα τμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐπιφάνεια ἡ μεταξὺ τῶν $A\Delta\Gamma$ μείζων ἐστὶν τοῦ $A\Delta\Gamma$ τριγώνου.

10

ι'.

Ἐὰν ἐπιψάνουσαι ἀχθῶσιν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι τῷ κύκλῳ καὶ συμπίπτουσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ δὲ τῶν ἀφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσιν, τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιξενυχθεῶν εὐθειῶν μείζονά ἐστι τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

ἔστω κῶνος, οὗ βάσις μὲν ὁ $AB\Gamma$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ E σημεῖον, καὶ τοῦ $AB\Gamma$ κύκλου ἐφαπτόμενα ἡχθῶσαν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι αἱ $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, καὶ ἀπὸ τοῦ E σημείου, ὃ ἐστὶν κορυφὴ τοῦ κώνου, ἐπὶ τὰ A , Δ , Γ ἐπεξεύχθῶσαν αἱ EA , $E\Delta$, $E\Gamma$. λέγω, ὅτι τὰ $A\Delta E$, $\Delta E\Gamma$ τρίγωνα μείζονά ἐστι τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν AE , ΓE εὐθειῶν καὶ τῆς $AB\Gamma$ περιφερείας.

1 δέ] scripsi; δη F, vulgo. 2. $B\Delta\Gamma$] scripsi; $AB\Gamma$ F, vulgo; $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ Torellius. BZ , $Z\Gamma$ τμημάτων Nizze. 6 τὸ Θ F; corr. Torellius. ὧν] ὡς Nizze. 8 $A\Delta\Gamma$] $A\Delta E$ F; corr. ed. Basil. 10. ια' F. 19. κωνος F. 25. επιφανίας F.

in autem modo adparet superficiem, quae inter $\Delta\Gamma$ lineas sit, cum segmentis in BZ , $Z\Gamma$ positis rem esse triangulo $B\Delta\Gamma$. tota igitur superficies, est inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas, una cum segmentis, quae memorauimus [AE , EB , BZ , $Z\Gamma$], maior est triangulo $AB\Delta$, $\Delta B\Gamma$, qui sunt triangulo $A\Delta\Gamma$ et spatio Θ aequales [ex hypothese]. ex illis [h. e. superficie Θ , quae inter lineas $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ et $AE B Z \Gamma$ amittitur] autem segmenta, quae commemorauimus, minora sunt spatio Θ [constructione]. quare quae reliqua est superficies inter $A\Delta$, $\Delta\Gamma$ lineas posita, maior est triangulo $A\Delta\Gamma$.¹⁾

X.

Si ducuntur lineae tangentes circulum, qui basis conici [aequicurvii]²⁾, in plano circuli positae et concurrentes, a punctis autem contactus et concursus ad uerticem lineae ducuntur, trianguli, qui a contentibus et lineis ad uerticem conici ductis continentur, maiores sunt superficie conici, quae ab his lineis cinditur.

sit conus, cuius basis circulus $AB\Gamma$, uertex autem uerticem E , et ducantur lineae circulum $AB\Gamma$ contingentes in plano eodem positae, $A\Delta$, $\Gamma\Delta$, et ab E uertice, quod est uertex conici, ad A , Δ , Γ puncta ducantur lineae EA , $E\Delta$, $E\Gamma$. dico, triangulos $A\Delta E$, $E\Gamma$ maiores esse quam conici superficiem, quae inter eas AE , ΓE et ambitum $AB\Gamma$ est.

1) Nam etiamsi aequalia essent segmenta spatio Θ , idem et (Eucl. I $\kappa\alpha\iota\upsilon\tau$. $\epsilon\upsilon\upsilon$. 5); eo magis cum segmenta etiam minora sint.

2) Hoc uerbum Archimedes uix omiserat; Quaest. Arch. p. 73.

ἤχθω γὰρ ἡ HBZ ἐφαπτομένη τοῦ κύκλου καὶ
 παράλληλος οὖσα τῇ $ΑΓ$ δίχα τμηθείσης τῆς $ΑΒΓ$
 περιφερείας κατὰ τὸ B · καὶ ἀπὸ τῶν H, Z ἐπὶ τὸ E
 ἐπεξεύχθωσαν αἱ HE, ZE . καὶ ἐπεὶ μείζους εἰσὶν αἱ
 5 HA, AZ τῆς HZ , κοινὰ προσκείσθωσαν αἱ $HA, ZΓ$.
 ὅλαι ἄρα αἱ AA, AG μείζους εἰσὶν τῶν $AH, HZ, ZΓ$.
 καὶ ἐπεὶ αἱ AE, EB, EG πλευραὶ εἰσιν τοῦ κώνου,
 ἴσαι εἰσὶν διὰ τὸ ἰσοσκελῆ εἶναι τὸν κώνον. ὁμοίως
 δὲ καὶ κάθετοὶ εἰσιν [ὥς ἐδείχθη ἐν τῷ λήμματι]· τὰ
 10 δὲ ὑπὸ τῶν καθέτων καὶ τῶν βάσεων τῶν $AEΔ, AGE$
 τριγώνων μείζονά ἐστι τῶν AHE, HEZ, ZEG τρι-
 γώνων. εἰσὶν γὰρ αἱ μὲν $AH, HZ, ZΓ$ ἐλάσσους
 τῶν $ΓΔ, ΔΑ$, τὰ δὲ ὕψη αὐτῶν ἴσα [φανερὸν γάρ,
 ὅτι ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ὀρθοῦ κώνου ἐπὶ τὴν
 15 ἐπαφὴν τῆς βάσεως ἐπιγεννημένη κάθετός ἐστιν ἐπὶ
 τὴν ἐφαπτομένην]. ὥ δὲ μείζονά ἐστιν τὰ $AEΔ, AGE$
 τρίγωνα τῶν AHE, HEZ, ZEG τριγώνων, ἔστω τὸ
 Θ χωρίον· τὸ δὲ Θ χωρίον ἥτοι ἐλαττόν ἐστιν τῶν
 περιλειμμάτων τῶν $AHBK, BZΓA$ ἢ οὐκ ἐλαττον.
 20 ἔστω πρότερον μὴ ἐλαττον. ἐπεὶ οὖν εἰσιν ἐπιφάνειαι
 σύνθετοι, ἢ τε τῆς πυραμίδος τῆς ἐπὶ βάσεως τοῦ
 $HAGZ$ τραπεζίου κορυφὴν ἔχουσα τὸ E καὶ ἡ κωνικὴ
 ἐπιφάνεια ἢ μεταξὺ τῶν $ΑΕΓ$ μετὰ τοῦ $ΑΒΓ$ τμή-
 ματος, καὶ πέρας ἔχουσι τὴν αὐτὴν περίμετρον τοῦ

1. ἡ om. F. 9. ληματι F. 10. τῶν $AEΔ, AGE$ τρι-
 γώνων μείζονά ἐστι om. F; suppleuit Torellius. 16. δε]
 scripti; δη F, vulgo. 17. τὸ Θ χωρίον· τὸ δὲ Θ χωρίον
 om. F lacuna relicta; suppleuit ed. Basil. et Cr.; iam D: τὸ Θ
 χωρίον· τὸ δὲ Θ χωρίον. τὸ δὲ Θ χωρίον, sed man. 2. 18. τῶν
 περιλειμμάτων usque ad ἐπεὶ οὖν lin. 20 (incl.) om. F lacuna
 relicta; suppleuit ed. Basil (et Cr.), sed habet περιλημμάτων
 (περιλεμμ. Torellius) lin. 19, $AHB, BZΓ$ lin. 19, πρότερον et οὐκ
 (pro πρότερον μὴ) lin. 20, quos errores correxi. 21. βάσειω,]

ducatur enim HBZ linea circulum contingens et
 AG parallela, ambitu $AB\Gamma$ in B puncto in
 partes aequales diuiso [u. Eutocius]. et ab H, Z
 his ad E punctum ducantur lineae HE, ZE . et
 iam $H\Delta + \Delta Z > HZ$ [Eucl. I, 20], communes
 entur $HA, Z\Gamma$ lineae. itaque totae

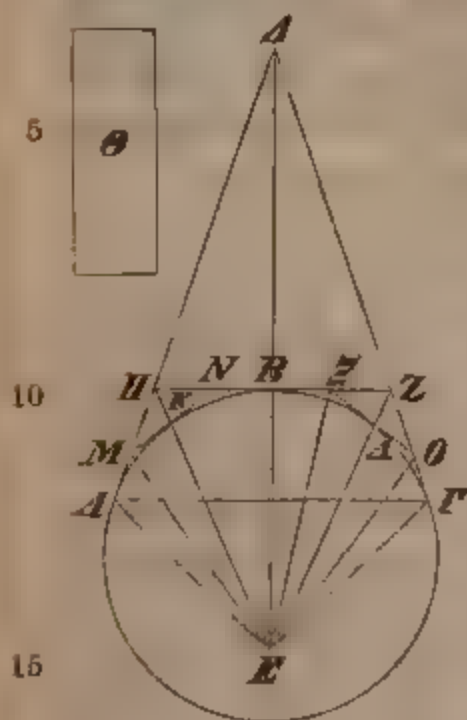
$$H\Delta + \Delta\Gamma > AH + HZ + Z\Gamma.$$

quoniam $AE, EB, E\Gamma$ latera sunt coni, aequales
 quia conus aequicrurius est. sed eadem etiam per-
 diculares sunt [u. Eutocius ad prop. 8]. sed trian-
 guli $AE\Delta, \Delta\Gamma E$ maiores sunt triangulis $AHE, HEZ,$
 ΓE ¹⁾; nam $AH + HE + Z\Gamma$ bases minores sunt
 $H\Delta + \Delta\Gamma$ basibus, et altitudines aequales²⁾ [tum cfr. Eucl.
 , 1]. quo autem spatio maiores sunt trianguli $AE\Delta,$
 ΓE triangulis $AHE, HEZ, ZE\Gamma$, sit Θ spatium.
 que Θ spatium aut minus est spatiis relictis $AHBK,$
 $Z\Gamma A$ ³⁾ aut non minus. sit prius ne minus. iam
 m habeamus superficies coniunctas, superficiem py-
 midis, cuius basis est trapezium $HA\Gamma Z$, uerticem

1) Archimedes sine dubio scripserat hunc fere in modum:
 $\alpha\gamma\alpha AE\Delta, \Delta\Gamma E$ τρίγωνα μείζονα cett., quod etiam usus
 a Archimedeus uerbi $\kappa\acute{\alpha}\theta\epsilon\tau\omicron\varsigma$ lin. 10 (Quaest. Arch. p. 71) signi-
 at; falsarius causam uoluit significare, sed tum postea scriben-
 um erat: $\tau\omega\upsilon\upsilon \nu\pi\omicron \tau\omega\upsilon\upsilon \kappa\alpha\theta\acute{\epsilon}\tau\omicron\upsilon\upsilon \kappa\alpha\iota \tau\omega\upsilon\upsilon \beta\acute{\alpha}\sigma\epsilon\omega\upsilon\upsilon \tau\omega\upsilon\upsilon AHE$ κτλ.

2) Verba, quae sequuntur, subditina et insuper transposita
 [quaest. Arch. p. 74) iam Nizze damnauit.

3) Cum infra p. 42, 7 et 10 in codd. legatur $AHBK, BZ\Gamma A$
 mod in ed. Basil. et apud Torellium in $AHB, BZ\Gamma$ muta-
 um est, non dubitavi hoc quoque loco eandem scripturam per
 meliorem reponere, praesertim cum ex erroribus supra p. 40
 ot. correctis adparet, lacunam codicum in ed. Basil. coniectura
 ppletam esse.



$\triangle AEF$ τριγώνου, δῆλον, ὥς ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος
χωρὶς τοῦ $\triangle AEF$ τριγώνου μείζων ἐστὶν τῆς κοινικῆς

ἐπιφανείας μετὰ τοῦ τμήματος
τοῦ $AB\Gamma$. κοινὸν ἀφηρησθαι
τὸ $AB\Gamma$ τμήμα. λοιπὰ ἄρα τὰ
τρίγωνα τὰ AHE , HEZ , ZEG
μετὰ τῶν $AHBK$, $BZ\Gamma A$ περι-
λειμμάτων μείζονά ἐστιν τῆς
γωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ
τῶν AE , EG . τῶν δὲ $AHBK$,
 $BZ\Gamma A$ περιλειμμάτων οὐκ ἔλασ-
σόν ἐστι τὸ Θ χωρίον. πολλῶν
ἄρα τὰ AHE , HEZ , ZEG
τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ μείζονα
ἐστὶ τῆς γωνικῆς ἐπιφανείας τῆς
μεταξὺ τῶν AE , EG . ἀλλὰ τὰ

$\Delta\text{H}\epsilon$, $\text{H}\epsilon\text{Z}$, $\Gamma\epsilon\text{Z}$ τρίγωνα μετὰ τοῦ Θ ἐστὶν τὰ
 $\Delta\text{E}\Delta$, $\Delta\text{E}\Gamma$ τρίγωνα. τὰ ἄρα $\Delta\text{E}\Delta$, $\Delta\text{E}\Gamma$ τρί-
 γωνα μείζονα ἐστὶν τῆς εἰρημένης κωνικῆς ἐπιφανείας.

20 ἔστω δὴ τὸ Θ ἑλάσσον τῶν περιλειμμαίων. αἰ δὴ
 περιγράφοντες πολύγωνα περὶ τὰ τμήματα ὁμοίως δίχα
 τεμνομένων τῶν περιλειπομένων περιφερειῶν καὶ ἀγο-
 μένων ἐφαπτομένων λείψομέν τινα ἀπολείμματα, ἃ ἔσται
 ἐλάσσονα τοῦ Θ χωρίου. λελείφθω καὶ ἔστω τὰ ΑΜΚ,
 25 ΚΝΒ, ΒΞΔ, ΔΟΓ ἐλάσσονα ὄντα τοῦ Θ χωρίου, καὶ
 ἐπεξεύχθω ἐπὶ τὸ Ε. πάλιν δὴ φανερόν, ὅτι τὰ ΑΗΕ

1. ΑΕΓ] ΑΒΓ F. 7. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημ-
F, vulgo. 11. περιλειμμάτων] scripsi; περιλημάτων F; περι-
λημμάτων vulgo. 17. ΓΕΖ] scripsi; om. F, vulgo ob prae-
cedens ΗΕΖ; ΖΕΓ ed. Basil., Torellius. 21. περιλειμμάτων]
scripsi; περιλημάτων F (altero μ suprascripto manu 1), vulgo.

entem E punctum, et superficiem conicam, quae inter lineas AE , EG , una cum segmento $AB\Gamma$, et ninum habeant eandem perimetrum trianguli $AE\Gamma$, aret, superficiem pyramidis praeter triangulum $AE\Gamma$ iorem esse conica superficie una cum segmento $AB\Gamma$ [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4]. subtrahatur segmentum $AB\Gamma$ commune. itaque qui reliqui sunt trianguli AHE , HEZ , EG una cum spatiis relictis $AHBK$, $BZ\Gamma A$, maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas AE , Γ [Eucl. I κοιν. ἐνν. 5]. spatium autem Θ non minus est spatiis relictis $AHBK$, $BZ\Gamma A$. itaque trianguli AHE , HEZ , $ZE\Gamma$ una cum spatio Θ multo maiores erunt superficie conica, quae inter lineas AE , Γ est. sed [ex hypothesi] sunt:

$$AHE + HEZ + GEZ + \Theta = AE\Delta + \Delta E\Gamma.$$

Itaque trianguli $AE\Delta$, $\Delta E\Gamma$ maiores erunt conica superficie, quam commemorauimus.

sit igitur Θ spatium minus quam spatia relictia. igitur deinceps polygona circum segmenta¹⁾ circumripserimus eodem modo [ut supra p. 40, 2] ambitus dictos in duas partes aequales diidentes et lineas contingentes ducentes, relinquemus quaedam spatia minora spatio Θ ²⁾. relinquantur et sint AMK , KNB , BA , $AO\Gamma$ minora spatio Θ , et lineae ad E punctum

1) Debebat esse τὸ τμήμα, et ex Eutocio adparet, Archimedes lin. 21 scripsisse: περιγράφοντες δὴ πολύγωνα περὶ τὸ τμήμα.

2) Ex prop. 6 p. 24, 8. ceterum ex Eutocio comperimus, Archimedes lin. 24 scripsisse: ἀποτμήματα ἐλάσσονα τοῦ Θ πλείον.

24. ἀπολείμματα] scripsi; ἀπολιμματα F altero μ suprascripto manu 1; ἀπολήμματα ed. Basil.; ἀποτμήματα Torellius.

HEZ , $ΖΕΓ$ τρίγωνα τῶν $ΑΕΜ$, $ΜΕΝ$, $ΝΕΞ$, $ΞΕΟ$,
 $ΟΕΓ$ τριγώνων ἔσται μείζονα· αἵ τε γὰρ βάσεις τῶν
 βάσεών εἰσι μείζους καὶ τὸ ὕψος ἴσον. ἔτι δὲ πάλιν
 ὁμοίως μείζονα ἔχει ἐπιφάνειαν ἢ πυραμὶς ἢ βάσιν
 5 μὲν ἔχουσα τὸ $ΑΜΝΞΟΓ$ πολύγωνον, κορυφὴν δὲ
 τὸ $Ε$ χωρὶς τοῦ $ΑΕΓ$ τριγώνου τῆς κωνικῆς ἐπιφα-
 νείας τῆς μεταξὺ τῶν $ΑΕΓ$ μετὰ τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος.
 κοινὸν ἀφηρήσθω τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα. λοιπὰ ἄρα τὰ
 $ΑΕΜ$, $ΜΕΝ$, $ΝΕΞ$, $ΞΕΟ$, $ΟΕΓ$ τρίγωνα μετὰ τῶν
 10 $ΑΜΚ$, $ΚΝΒ$, $ΒΞΑ$, $ΑΟΓ$ περιλειμμάτων μείζονα
 ἔσται τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν $ΑΕΓ$.
 ἀλλὰ τῶν μὲν εἰρημένων περιλειμμάτων μείζον ἔστιν
 τὸ $Θ$ χωρίου, τῶν δὲ $ΑΕΜ$, $ΜΕΝ$, $ΝΕΞ$, $ΞΕΟ$,
 $ΟΕΓ$ τριγώνων μείζονα ἐδείχθη τὰ $ΑΕΗ$, $ΗΕΖ$, $ΖΕΓ$
 15 τρίγωνα. πολλῶ ἄρα τὰ $ΑΕΗ$, $ΗΕΖ$, $ΖΕΓ$ τρίγωνα
 μετὰ τοῦ $Θ$ χωρίου, τουτέστι τὰ $ΑΔΕ$, $ΔΕΓ$ τρίγωνα,
 μείζονά ἐστιν τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν
 $ΑΕΓ$ εὐθειῶν.

ια'.

- 20 Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι
 ᾧσιν, ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἢ μεταξὺ τῶν εὐ-
 θειῶν μείζων ἔστιν τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περι-
 εχομένου ὑπὸ τε τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου
 εὐθειῶν καὶ τῶν ἐπιξεννουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.
 25 ἔστω κύλινδρος ὀρθός, οὗ βάσις μὲν ὁ $ΑΒ$ κύκλος,
 ἀπεναντίον δὲ ὁ $ΓΔ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$.

3 καὶ τὸ ὕψος om. F, vulgo; τὸ δὲ ὕψος ed. Basil, Torellius.

10. περιλημμάτων F, vulgo. 12. περιλειμμάτων] scripsi;
 περιλημμάτων F; περιλημμάτων vulgo. 14. $ΑΕΗ$] $ΔΕΗ$ F;
 corr. Torellius. 16. $ΔΕΓ$] $ΔΕC$ F. 19. ιβ' F.

antur¹⁾. rursus igitur adparet, triangulos AHE , HEZ , ZEF maiores futuros esse triangulis AEM , MEN , $NE\Xi$, ΞEO , OEF ; nam bases maiores sunt iis $[λαμβ. 2]$, et altitudines aequales [u. p. 41, 8]. itro autem rursus, uti supra [p. 42, 1], pyramis iam habens polygonum $AMN\Xi O\Gamma$, uerticem autem punctum praeter triangulum AEF superficiem maiorem habet coni superficie, quae est inter lineas AE , $E\Gamma$, cum segmento $AB\Gamma$ $[λαμβ. 4]$. subtrahatur, quod commune est segmentum $AB\Gamma$. itaque qui relinquuntur trianguli AEM , MEN , $NE\Xi$, ΞEO , OEF cum spatiis relictis AMK , KNB , $B\Xi A$, $AO\Gamma$, maiores sunt conica superficie, quae est inter lineas AE , $E\Gamma$ [Eucl. I κοιν. ἐνν. 5]. sed spatiis relictis, quae commemorauimus, maius est spatium Θ [ex hypothesi], et monstratum est, triangulis AEM , MEN , $NE\Xi$, ΞEO , OEF maiores esse triangulos AEH , HEZ , ZEF . itaque trianguli AEH , HEZ , ZEF cum Θ spatio, et trianguli $A\Delta E$, ΔEF , multo maiores sunt superficie conica, quae est inter lineas AE , $E\Gamma$.

XI.

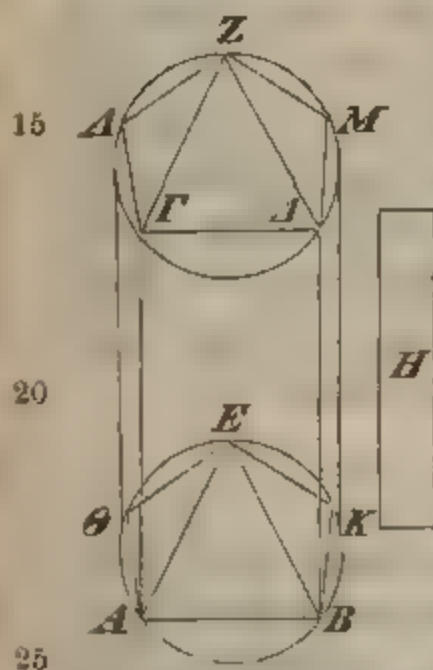
Si in superficie cylindri recti duae lineae sunt, superficies cylindri, quae inter eas est, maior est parallelogrammo, quod a lineis in superficie cylindri ductis et lineis terminos earum iungentibus continetur.

sit cylindrus rectus, cuius basis sit circulus AB , ei autem oppositus $\Gamma\Delta$ circulus, et ducantur lineae $A\Gamma$,

1) Archimedes scripserat: ἐπεξέυχθησαν p. 42, 25; de omisso uerbo ἐνθεῖλαι cfr. quae collegi Neue Jahrb. Suppl. XI p. 372.

λέγω, ὅτι ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ $ΑΓΒΔ$ παραλληλογράμμου.

τετμήσθω γὰρ ἑκατέρω τῶν $ΑΒ$, $ΓΔ$ δίχα κατὰ
 5 τὰ $Ε$, $Ζ$ σημεία, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΓΖ$,
 $ΖΔ$. καὶ ἐπεὶ αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$ τῆς $ΑΒ$ [διαμέτρου] μεί-
 ζους εἰσὶν, καὶ ἐστὶν ἰσοῦψη τὰ παραλληλόγραμμα τὰ
 ἐπ' αὐτῶν, μείζονα οὖν ἐστὶν τὰ παραλληλόγραμμα,
 ὧν [αἱ] βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ
 10 κυλίνδρῳ, τοῦ $ΑΒΔΓ$ παραλληλογράμμου. τίνι ἄρα
 μείζονά ἐστιν; ἔστω τῷ $Η$ χωρίῳ. τὸ δὲ $Η$ χωρίον
 ἦτοι ἐλασσον τῶν $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΓΖ$, $ΖΔ$ ἐπιπέδων ἐστὶ



τμημάτων ἢ οὐκ ἐλασσον. ἔστω
 πρότερον μὴ ἐλασσον. καὶ ἐπεὶ
 ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπι-
 φάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν
 καὶ τὰ $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ τμήματα
 πέρας ἔχει τὸ τοῦ $ΑΓΒΔ$ παρ-
 αλληλογράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ
 καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια ἐκ
 τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βά-
 σεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν
 $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ τριγώνων πέρας ἔχει
 τὸ τοῦ $ΑΒΔΓ$ παραλληλογράμ-

μου ἐπίπεδον, καὶ ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν περιλαμβάνει, καὶ
 ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι εἰσιν, μείζων οὖν ἐστὶν ἡ

2. $ΑΓΔΒ$ Torellius. 4. $ΓΔ$] περιφερειῶν add. ed. Basil, Torellius. 6. διάμετρον, per se falsum, sed ad figuram codicum adcommodatum, om. ed. Basil, Torellius. 9 αἱ] deleo. βάσεις] βασ cum compendio syllabae ες uel ης F. 15. ἡ] addidi. 17. τμήματα] τριγωνα F; corr. Torellius.

dico, superficiem cylindricam lineis AG , BD eandem maiorem esse parallelogrammo $AGBD$.
 Accetur enim uterque [ambitus]¹⁾ AB , GD in duas partes aequales punctis E , Z , et ducantur lineae AE , GD , EZ , ZD . et quoniam $AE + EB > AB$ [Eucl. II, 3], et parallelogramma in iis posita eandem habent altitudinem [quia rectus est cylindrus], parallelogramma igitur, quorum bases sunt lineae AE , EB , altitudo uero eadem, quae cylindri est, maiora sunt $AGBD$ parallelogrammo [Eucl. VI, 1]. quo autem ratio maiora sunt, sit H spatium.²⁾ Itaque spatium tantum minus est segmentis planis AE , EB , GD , ZD , quam non minus. prius sit ne minus. et quoniam superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis AEB , GDZ terminum habet planum parallelogrammi $AGBD$, superficies autem ex parallelogrammis, quorum bases sunt AE , EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri est, et ex triangulis EB , GDZ composita et ipsa terminum habet planum parallelogrammi $ABGD$, et altera alteram comprehendit, et utraque in eandem partem caua est,

1) Hoc uerbum Archimedes ipse uix omiserat, praesertim cum eo non addito AB , GD necessario de lineis rectis acciderentur.

2) Formam horum uerborum (lin. 10—11) putidam genuinam non esse, nemo non sentit. puto Archimedem, ut prop. 10. 40, 16, scripsisse: ὅ δὲ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ H χωρίον. Etiam in sequentibus hic illic quaedam a falsario addita esse suspicor.

8. $ABGD$ Torellius. 21. βάσις] βασίς F; corr. Torellius BD? cfr. Torellius p. 432 ad 84, 19). 23. τῶν] scripsi; τα F, vulgo. 24. τριγώνων] scripsi; επιπεδα F; τρίγωνα BD, ed. Basil., Torellius. 26. ἡ] addidi. 27. κοίλα F; corr. B.

ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$
 εὐθειῶν καὶ τὰ $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ ἐπίπεδα τμήματα τῆς
 συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμων.
 ὧν [αί] βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ
 5 κυλίνδρῳ, καὶ τῶν $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ τριγώνων. κοινὰ
 ἀφηρήσθω τὰ $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ τρίγωνα. λοιπὴ οὖν ἡ
 ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$
 εὐθειῶν καὶ τὰ $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΓΖ$, $ΖΔ$ ἐπίπεδα τμήματα
 μείζονά ἐστι τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παρ-
 10 αλληλογράμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν
 βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-
 δρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ $ΑΓΒΔ$ παραλληλογράμῳ καὶ τῷ
 $Η$ χωρίῳ. λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπι-
 15 φάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν μείζων ἐστὶ τοῦ
 $ΑΓΒΔ$ παραλληλογράμου.

ἀλλὰ δὴ ἔστω ἔλασσον τὸ $Η$ χωρίον τῶν $ΑΕ$, $ΕΒ$,
 $ΓΖ$, $ΖΔ$ ἐπιπέδων τμημάτων· καὶ τετμήσθω ἐκάστη
 τῶν $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΓΖ$, $ΖΔ$ περιφερειῶν δίχα κατὰ τὰ
 20 $Θ$, $Κ$, $Λ$, $Μ$ σημεία, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΘ$, $ΘΕ$,
 $ΕΚ$, $ΚΒ$, $ΓΛ$, $ΛΖ$, $ΖΜ$, $ΜΔ$ [τῶν δὲ $ΑΕ$, $ΕΒ$, $ΓΖ$,
 $ΖΔ$ ἄρα ἐπιπέδων τμημάτων ἀφαιρεῖται οὐκ ἔλασσον
 ἢ τὸ ἡμισυ τὰ $ΑΘΕ$, $ΕΚΒ$, $ΓΛΖ$, $ΖΜΔ$ τρίγωνα].
 τούτου οὖν ἐξῆς γινομένου καταλειφθήσεται τινα τμή-
 25 ματα, ἃ ἔσται ἐλάσσονα τοῦ $Η$ χωρίου. καταλείψθω
 καὶ ἔστω τὰ $ΑΘ$, $ΘΕ$, $ΕΚ$, $ΚΒ$, $ΓΛ$, $ΛΖ$, $ΖΜ$, $ΜΔ$.

4. αἱ] deleo. βάσεις] βασ cum compendio is uel ης F
 τό] τῷ F. αὐτό] αὐτῷ F, sed corr. man. 1. 6. ἀφαιρησθῶ
 F; corr. Torellius. $ΑΕΒ$] $ΕΒ$ F. 8. εὐθειῶν] ευθεια F.
 10. βάσεις ut lin. 4 F. 11. τῷ] om. F; corr. AB.
 12. βάσεις] βασίς F; corr. BD. αὐτὸ τῷ] scripsi ex B; τῷ
 om. F, vulgo. 13. $ΑΓΔΒ$ Torellius. 16. $ΑΓΔΒ$ Torellius.

or igitur est superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis planis AEB , $\Gamma Z\Delta$, quam superficies ex parallelogrammis, quorum bases sunt EB lineae, altitudo autem eadem, quae cylindri et triangulis AEB , $\Gamma Z\Delta$ composita [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4]. trahantur trianguli AEB , $\Gamma Z\Delta$ communes. itaque relinquitur superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa cum segmentis planis AE , EB , ΓZ , $Z\Delta$, quae est superficie ex parallelogrammis composita, quorum bases sunt lineae AE , EB , altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec autem parallelogramma omnia sunt parallelogrammo $AGBD$ una cum spatio H [ex hypothesi]. itaque quae relinquitur superficies cylindrica lineis AG , BD abscisa, maior est parallelogrammo $AGBD$.¹⁾

sed rursus sit spatium H minus segmentis planis AEB , ΓZ , $Z\Delta$. et secentur ambitus AE , EB , ΓZ , BD omnes in duas partes aequales punctis Θ , K , Λ , M , ducantur lineae $A\Theta$, ΘE , EK , KB , $\Gamma\Lambda$, ΛZ , ZM , $M\Delta$.²⁾ quod si deinceps fecerimus, relinquentur segmenta quaedam, quae minora erunt spatio H . relinquentur et sint $A\Theta$, ΘE , EK , KB , $\Gamma\Lambda$, ΛZ , ZM , $M\Delta$ segmenta. similiter igitur³⁾ demonstrabimus paralle-

1) Quia ex hypothesi $H > AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta$ segmentis.

2) Verba, quae sequuntur: $\tau\omega\nu \delta\acute{\epsilon}$ lin. 21 — $\tau\rho\acute{\epsilon}\gamma\omega\nu\alpha$ lin. subditiua sunt. Archimedes tacite usus erat prop. 6 p. 24, ubi de ea ipsa re, de qua in uerbis subditiuis agitur, alides citatur, demonstratione propria non addita; nec apud Archimedes quidquam inuenitur, unde colligatur

$\Theta E + EKB + \Gamma\Lambda Z + ZM\Delta > \frac{1}{2}(AE + EB + \Gamma Z + Z\Delta)$. veteres offendunt particulae $\delta\acute{\epsilon}$ et $\alpha\acute{\rho}\alpha$ coniunctae.

3) Sc. ac supra p. 46, 8 ex Eucl. I, 20; VI, 1.

ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα, ὧν βάσεις
 μὲν αἱ $AΘ$, $ΘΕ$, $ΕΚ$, $ΚΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυ-
 λίνδρῳ, μείζονα ἔσται τῶν παραλληλογράμμων, ὧν
 βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-
 5 δρῳ. καὶ ἐπεὶ ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια
 ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν καὶ τὰ $ΑΕΒ$, $ΓΖΔ$ ἐπί-
 πεδα τμήματα πέραις ἔχει τὸ τοῦ $ΑΓΒΔ$ παραλληλο-
 γράμμου ἐπίπεδον, ἀλλὰ καὶ ἡ συγκειμένη ἐπιφάνεια
 ἐκ τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ $AΘ$,
 10 $ΘΕ$, $ΕΚ$, $ΚΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ
 τῶν $ΑΘΕΚΒ$, $ΓΑΖΜΔ$ εὐθύγραμμων, κοινὰ ἀφ-
 ηρήσθω τὰ $ΑΘΕΚΒ$, $ΓΑΖΜΔ$ εὐθύγραμμα· λοιπὴ
 ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν
 $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν καὶ τὰ $ΑΘ$, $ΘΕ$, $ΕΚ$, $ΚΒ$, $ΓΑ$,
 15 $ΑΖ$, $ΖΜ$, $ΜΔ$ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά ἐστίν τῆς
 συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν παραλληλογράμμων,
 ὧν βάσεις μὲν αἱ $AΘ$, $ΘΕ$, $ΕΚ$, $ΚΒ$, ὕψος δὲ τὸ
 αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλόγραμμα, ὧν βά-
 σεις μὲν αἱ $AΘ$, $ΘΕ$, $ΕΚ$, $ΚΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ
 20 κυλίνδρῳ, μείζονά ἐστίν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν
 βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$, $ΕΒ$, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίν-
 δρῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα κυλινδρική ἐπιφάνεια
 ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν καὶ τὰ $ΑΘ$, $ΘΕ$, $ΕΚ$,
 $ΚΒ$, $ΓΑ$, $ΑΖ$, $ΖΜ$, $ΜΔ$ ἐπίπεδα τμήματα μείζονά
 25 ἐστίν τῶν παραλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἱ $ΑΕ$,

1. τῶν παραλληλογράμμων F; corr. ed. Basil. βάσεις F;
 corr. BD. 3. τὰ παραλληλόγραμμα F; corr. Cr., ed. Basil. 4.
 βάσεις F. τῷ om. F. 7. $ΑΓΔΒ$ Torellius. 9. βάσεις]
 βάσεις F; corr. BD. ὧν βάσεις μὲν in rasura F. 11. νοῦα
 F; corr. manus 2. 17. βασ cum compendio is uel ης F; corr.
 BD. 18. τῷ om. F. βάσεις F; corr. BD. 21. βάσεις
 ut lin. 17 F; corr. BD. αἱ om. F. 25. βάσεις ut lin. 17
 F; corr. BD.

mma, quorum bases sint $A\Theta$, ΘE , EK , KB , alti-
 tude autem eadem, quae cylindri est, maiora futura
 parallelogrammis, quorum bases sint lineae AE ,
 altitudo autem eadem, quae cylindri est. et quo-
 rum superficies cylindrica lineis AG , $B\Delta$ abscisa cum
 segmentis planis AEB , $\Gamma Z\Delta$ terminum habet planum
 parallelogrammi $AGB\Delta$, superficies autem ex paral-
 lelogrammis, quorum bases sunt lineae $A\Theta$, ΘE , EK ,
 altitudo autem eadem, quae cylindri est, et figu-
 ras rectilineas $A\Theta EKB$, $\Gamma AZM\Delta$ composita [et ipsa
 unum habet planum parallelogrammi $AGB\Delta$,
 igitur est superficies cylindrica lineis AG , $B\Delta$
 abscisa cum segmentis planis AEB , $\Gamma Z\Delta$ superficie
 parallelogrammis, quorum bases sunt lineae $A\Theta$,
 EK , KB , altitudo autem eadem, quae cylindri
 et figuris rectilineis $A\Theta EKB$, $\Gamma AZM\Delta$ compo-
 (λαμβ. 4)].¹⁾ subtrahantur figurae $A\Theta EKB$,
 $ZM\Delta$ communes. itaque quae relinquitur super-
 ficies cylindrica lineis AG , $B\Delta$ abscisa cum segmen-
 tis planis $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ΓA , AZ , ZM , $M\Delta$,
 igitur est superficies cylindrica ex parallelogrammis
 composita, quorum bases sunt lineae $A\Theta$, ΘE , EK ,
 altitudo autem eadem, quae cylindri est. haec
 enim parallelogramma maiora sunt parallelogrammis,
 quorum bases sunt lineae AE , EB , altitudo autem

1) Post εὐθυγράμμων lin. 11 aut a transcriptore aut a libra-
 rio haec fere omissa esse puto: πέρας ἔχει τὸ τοῦ $AGB\Delta$
 αλληλογράμμου ἐπίπεδον, μείζων οὖν ἐστὶν ἢ ἀποτεμνομένη
 κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν AG , $B\Delta$ εὐθειῶν καὶ τὰ AEB ,
 Δ ἐπίπεδα τμήματα τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τῶν
 αλληλογράμμων, ὧν βάσεις μὲν αἰ $A\Theta$, ΘE , EK , KB , ὕψος
 τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ, καὶ τῶν $A\Theta EKB$, $\Gamma AZM\Delta$ εὐθυ-
 γράμμων (cfr. p. 46—48).

ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ τῷ κυλίνδρῳ. τὰ δὲ παραλληλο-
γραμμα, ὧν βάσεις μὲν αἱ AE , EB , ὕψος δὲ
τῷ κυλίνδρῳ, ἴσα ἐστὶν τῷ $AΔΓΒ$ παραλληλο-
γραμμῷ καὶ τῷ H χωρίῳ· καὶ ἡ ἀποτεμνομένη ἄρα
κυλινδρική ἐπιφάνεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν καὶ
 $ΘΕ$, $ΕΚ$, $ΚΒ$, $ΓΛ$, $ΛΖ$, $ΖΜ$, $ΜΔ$ ἐπίπεδα
μείζονά ἐστιν τοῦ $ΑΓΒΔ$ παραλληλογράμμου
ἢ H χωρίου. ἀφαιρεθέντων δὲ τὰ $ΑΘ$, $ΘΕ$,
 $ΚΒ$, $ΓΛ$, $ΛΖ$, $ΖΜ$, $ΜΔ$ τμήματα τοῦ H χωρίου
ἔσται λοιπὴ ἄρα ἡ ἀποτεμνομένη κυλινδρική ἐπιφά-
νεια ὑπὸ τῶν $ΑΓ$, $ΒΔ$ εὐθειῶν μείζων ἐστὶν τοῦ
 $ΑΔΓΒ$ παραλληλογράμμου.

ιβ'.

Ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ δύο εὐ-
θεῖαι, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν εὐθειῶν ἄχθῳ-
σες ἐπιψάνουσαι τῶν κύκλων, οἳ εἰσιν βάσεις
κυλίνδρου, ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὔσαι καὶ συμ-
μίκται, τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν
ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου
ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς με-
τὰ τῶν εὐθειῶν τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.
Ἐν τῷ κυλίνδρῳ τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ $ΑΒΓ$ κύκλος.
ἔκαστη ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ δύο εὐθεῖαι, ὧν
καὶ τὰ $Α$, $Γ$. ἀπὸ δὲ τῶν $Α$, $Γ$ ἤχθωσαν ἐπιψάνου-
σαι τοῦ κύκλου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὔσαι καὶ
πτετέωσαν κατὰ τὸ H . νοείσθωσαν δὲ καὶ ἐν τῇ

βάσις F . 3. $ΑΔΓΒ$] FB^* ; $ΑΔΒΓ$ C^* ; $ΑΓΔΒ$ vulgo.
παραλληλογράμμου FC . 8 ἀφαιρεθέντων] scripsi; ἀφαιρεθέντα
το. 10. λοιπὸν F ; corr. B . 12. $ΑΓΔΒ$ Torellius
 F . 16. βάσεις] βασ cum compendio is uel $ης$ F ; corr D .

quae cylindri est. itaque etiam superficies
 ca lineis AG , $B\Delta$ abscisa et segmenta plana
 AE , EK , KB , GA , AZ , ZM , $M\Delta$ maiora sunt
 logrammis, quorum bases sunt AE , EB lineae,
 o autem eadem, quae cylindri est. haec autem
 logramma aequalia sunt parallelogrammo $AGB\Delta$
 tio H [ex hypothesis]. itaque etiam superficies
 rica lineis AG , $B\Delta$ abscisa cum segmentis pla-
 Θ , ΘE , EK , KB , GA , AZ , ZM , $M\Delta$ maior est
 elogrammo $AGB\Delta$ cum H spatio. subtrahantur
 i segmenta $A\Theta$, ΘE , EK , KB , GA , AZ , ZM ,
 minora spatio H [p. 48, 25]. itaque quae relin-
 r superficies cylindrica lineis AG , $B\Delta$ abscisa,
 : est parallelogrammo $AGB\Delta$.

XII.

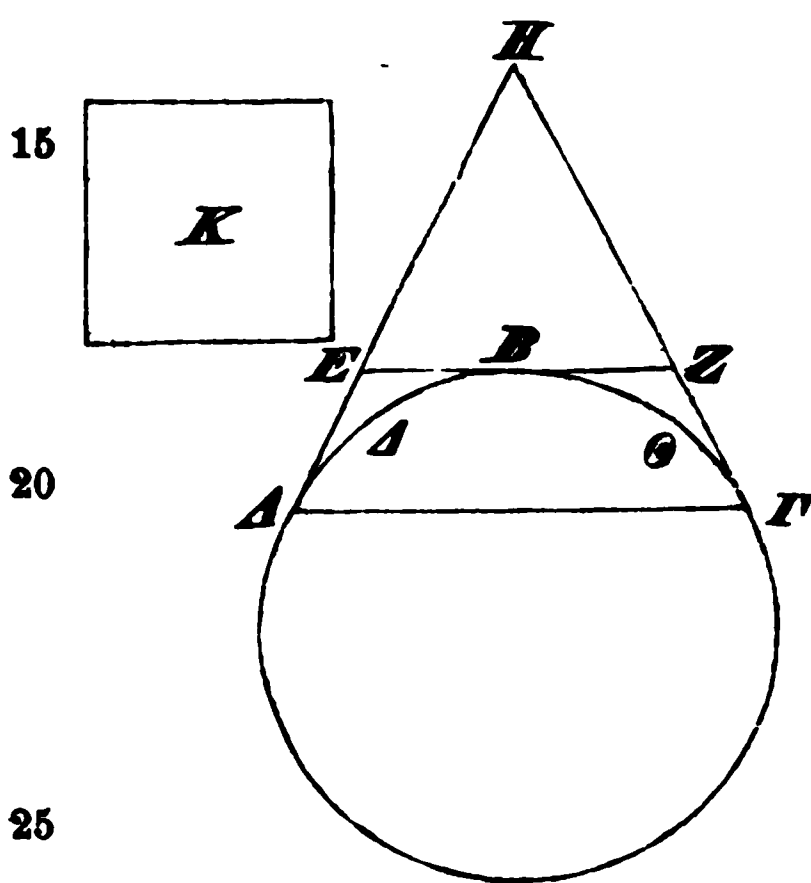
i in superficie cylindri recti duae lineae datae sunt,
 terminis linearum ducuntur lineae circulos con-
 ntes, qui bases sunt cylindri, in plano circulorum
 ae, et concurrunt¹⁾, parallelogramma, quae lineis
 ngentibus et lateribus cylindri continentur, maiora
 : superficie cylindri, quae inter lineas est in su-
 cie cylindri ductas.

it circulus $AB\Gamma$ basis cylindri recti, et in super-
 eius duae lineae datae sint, quarum termini sint
 ' puncta. ab A , Γ autem punctis ducantur lineae
 lum contingentes in eodem plano positae, et con-
 ant in puncto H . fingantur autem etiam in altera

1) Prop. 10 p. 38, 13 erat: καὶ συμπιπτονσαι.

ἑτέρα βάσει τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῶν περάτων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εὐθεῖαι ἡγμέναι ἐπιψάουσαι τοῦ κύκλου. δεικτέον, ὅτι τὰ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ἐπιψανουσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου
 5 μείζονά ἐστι τῆς κατὰ τὴν $ABΓ$ περιφέρειαν ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου.

ἤχθω γὰρ ἡ EZ ἐπιψάουσα, καὶ ἀπὸ τῶν E, Z σημείων ἤχθωσάν τινες εὐθεῖαι παρὰ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου ἕως τῆς ἐπιφανείας τῆς ἑτέρας βάσεως. τὰ
 10 δὴ παραλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν $AH, HΓ$ καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῶν παραλληλογράμων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τε τῶν $AE,$



$EZ, ZΓ$ καὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου [ἐπεὶ γὰρ αἱ EH, HZ τῆς EZ μείζους εἰσίν, κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ $AE, ZΓ$. ὅλαι ἄρα αἱ $HA, HΓ$ μείζους εἰσὶν τῶν $AE, EZ, ZΓ$]. ὅ δὴ μείζονά ἐστιν, ἔστω τὸ K χωρίον. τοῦ δὴ K χωρίου τὸ ἥμισυ ἦτοι μείζον ἐστι τῶν σχημάτων τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν $AE, EZ,$

$ZΓ$ εὐθειῶν καὶ τῶν $AΔ, ΔB, BΘ, ΘΓ$ περιφερειῶν

1. περάτων τῶν] τῶν om. F; corr. Torellius. 2. Post ἐπιφανείᾳ fortasse addendum est εὐθειῶν, cogitatione saltem. 13. τῶν πλευρῶν Cr., ed. Basil., Torellius. 16. εἰσίν] εἶναι F; corr. B. κοιναὶ F; corr. manus 2 (?).

Cylindri a terminis linearum in superficie ducta-
lineae circulum contingentes ductae. demonstan-
parallelogramma, quae lineis contingentibus et
bus cylindri contineantur, maiora esse superficie
brica in ambitu $AB\Gamma$ posita.

acatur enim EZ linea contingens¹⁾, et a punctis
ducantur lineae axi cylindri parallelae usque ad²⁾
ficiem³⁾ alterius basis. itaque parallelogramma,
lineis AH , $H\Gamma$ et lateribus cylindri continentur,
ra sunt parallelogrammis, quae lineis AE , EZ ,
et latere cylindri continentur.⁴⁾ quo igitur ma-
sunt spatio, sit K spatium. itaque dimidium
i K aut maius est figuris, quae lineis AE , EZ ,
et arcubus $A\Delta$, ΔB , $B\Theta$, $\Theta\Gamma$ continentur, aut
maius. sit prius maius. superficiei autem, quae
posita est ex parallelogrammis in lineis AE , EZ ,

1) Post ἐπιψάνουσα lin. 7 Nizze addi vult: δὲλα τμηθεί-
της $AB\Gamma$ περιφερείας κατὰ τὸ B , et fortasse sic scripserat
imedes.

2) Archimedes ipse particula ἕως hoc modo non utitur;
puto eam a transcriptore pro ἕστε πρὸς uel μέχρι sup-
am esse (Quaest. Arch. p. 70).

3) Puto Archimedes aut τῆς ἐπιφανείας omisisse aut τοῦ
ἔδου scripsisse; neque enim apte commemoratur ἡ ἐπι-
α τῆς βάσεως, quasi ἡ βάση solida sit.

4) Nam $EH + HZ > EZ$ (Eucl. I, 20)

$$\frac{AE + Z\Gamma = AE + Z\Gamma}{AH + H\Gamma > AE + EZ + Z\Gamma}.$$

ie cum altitudo eadem sit, parallelogramma, quorum bases
 AH , $H\Gamma$, maiora sunt parallelogrammis, quorum bases
 AE , EZ , $Z\Gamma$ (Eucl. VI, 1). sed quae in Graecis addita
verba lin. 14—20, valde mihi suspecta sunt, quia Archi-
es causam, qua nititur aliquid, praemittere solet, non postea
re. etiam in sequentibus fortasse quaedam addita, quae-
mutata sunt.

ἢ οὐ. ἔστω πρότερον μείζον. τῆς δὲ ἐπιφανείας τῆς
 συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμων τῶν κατὰ τὰς
 ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τοῦ ΑΕΖΓ τραπεζίου καὶ τοῦ
 κατεναντίου αὐτοῦ ἐν τῇ ἐτέρᾳ βάσει τοῦ κυλίνδρου
 5 πέρας ἐστὶν ἡ περίμετρος τοῦ παραλληλογράμου τοῦ
 κατὰ τὴν ΑΓ. ἔστιν δὲ καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς συγ-
 κειμένης ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ
 τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν καὶ τῶν τμημάτων τοῦ τε ΑΒΓ
 καὶ τοῦ ἀπεναντίου αὐτοῦ πέρας ἡ αὐτὴ περίμετρος.
 10 αἱ οὖν εἰρημέναι ἐπιφάνειαι τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαι
 τυγχάνουσιν, ὅπερ ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ, καὶ εἰσὶν ἀμφοτέραι
 ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ τινὰ μὲν περιλαμβάνει ἡ ἐτέρα
 αὐτῶν, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχουσιν· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ
 περιλαμβανομένη· ἀφαιρεθέντων οὖν κοινῶν τοῦ τε
 15 ΑΒΓ τμήματος καὶ τοῦ ἀπεναντίου αὐτοῦ ἐλάσσων
 ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου ἡ κατὰ τὴν ΑΒΓ περι-
 φέρειαν τῆς συγκειμένης ἐπιφανείας ἐκ τε τῶν παραλληλο-
 γράμων τῶν κατὰ τὰς ΑΕ, ΕΖ, ΖΓ καὶ τῶν σχημάτων
 τῶν ΑΕΒ, ΒΖΓ καὶ τῶν ἀπεναντίου αὐτῶν. αἱ δὲ τῶν
 20 εἰρημένων παραλληλογράμων ἐπιφάνειαι μετὰ τῶν
 εἰρημένων σχημάτων ἐλάττους εἰσὶν τῆς ἐπιφανείας
 τῆς συγκειμένης ἐκ τῶν παραλληλογράμων τῶν κατὰ
 τὰς ΑΗ, ΗΓ [μετὰ γὰρ τοῦ Κ μείζονος ὄντος τῶν
 σχημάτων ἴσαι ἦσαν αὐτοῖς]. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ παρ-
 25 αλληλόγραμμα τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΓΗ καὶ
 τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου μείζονά ἐστι τῆς ἐπιφανείας
 τοῦ κυλίνδρου τῆς κατὰ τὴν ΑΒΓ περιφέρειαν. εἰ δὲ
 μὴ ἐστι μείζον τὸ ἡμισυ τοῦ Κ χωρίου τῶν εἰρημένων

3. τραπεζιον F. 4. κατεναντίον] ἀπεναντίον? ἐν τῇ om.
 F; corr. A. 13. ἐλάσσων] ελασσῶ F. 17. περιφερειας F per
 compendium; corr. A. 19. ΑΕΒ, ΒΖΓ] ΑΕ, ΕΒ, ΒΖ, ΖΓ F;

positis et trapezio $AEZ\Gamma$ et trapezio ei opposito, in altera basi est cylindri, terminus est perimetro parallelogrammi in linea $A\Gamma$ positi. eadem autem metrus terminus est superficiei compositae ex superficie cylindri in ambitu $AB\Gamma$ posita et segmento et segmento ei opposito. itaque superficies, quas commemorauimus, eundem terminum habent in plano $AB\Gamma$, et utraque in eandem partem caua est, et una earum quaedam comprehendit, quaedam cum altera communia habet. minor igitur ea est, quae comprehenditur [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4]. si igitur segmentum $AB\Gamma$ et segmentum ei oppositum utrique communia subtrahamus, minor est superficies cylindri in ambitu $AB\Gamma$ et superficies composita ex parallelogrammis in AE , EZ , $Z\Gamma$ positis et figuris AEB , $BZ\Gamma$ et his oppositis. sed superficies parallelogrammorum quae commemorauimus, cum figuris AEB , $BZ\Gamma$ et figuris his oppositis minores sunt superficiei compositae ex parallelogrammis in lineis AH , $H\Gamma$ positis.¹⁾ Nam adparet, parallelogramma, quae lineis AH , $H\Gamma$ et arcibus cylindri contineantur, maiora esse superficie cylindri in ambitu $AB\Gamma$ posita. — sin non maius limidium spatii K figuris, quas commemorauimus,

1) Nam parallelogr.

+ $H\Gamma$ = parallelogr. $AE + EZ + Z\Gamma + K$ (ex hypothesi), $K > AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$; itaque $K > AEB\Delta + BZ\Gamma\Theta$ cum his oppositis. sed uerba sequentia lin. 23—24 suspecta cfr. p. 55 not. 4; praeterea offendit $\alpha\upsilon\tau\omicron\iota\varsigma$ (h. e. $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\lambda\lambda\eta\lambda\omicron\gamma\omicron\rho\acute{\alpha}\mu\mu\omicron\iota\varsigma$ $\tau\omicron\iota\varsigma$ $\kappa\alpha\tau\grave{\alpha}$ $\tau\acute{\alpha}\varsigma$ AH , $H\Gamma$) pro $\alpha\upsilon\tau\eta$ (h. e. superficiei ex his compositae; lin. 24).

ed. Basil. „et ex portionibus plani contentis ab arcibus rectis ae, eb, bf, fc“ Cr.

σχημάτων, ἀχθήσονται εὐθεΐαι ἐπιψάνουσαι τοῦ τμήματος, ὥστε γενέσθαι τὰ περιλειπόμενα σχήματα ἐλάσσονα τοῦ ἡμίσεως τοῦ Κ, καὶ τὰ ἄλλα κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς ἔμπροσθεν δειχθήσεται.

- 5 τούτων δὲ δεδειγμένων φανερόν ἐστιν [ἐκ τῶν προειρημένων], ὅτι, ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμίδος ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας·

[ἕκαστον γὰρ τῶν περιεχόντων τὴν πυραμίδα τριγώνων ἐλασσόν ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν· ὥστε καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως.]

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμίδος περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως [κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ].

φανερόν δὲ ἐκ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε, ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἢ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως·

[ἐλασσὸν γὰρ ἕκαστον παραλληλόγραμμον τοῦ πρίσματος ἐστὶ τῆς καθ' αὐτὸ τοῦ κυλίνδρου ἐπιφανείας.]

1. τμήματος] Nizze; σχήματος F, vulgo; κύκλου σχήματος ed. Basil., Torellius. 3. κατὰ] addidi; om. F, vulgo. 5. δε] scripsi; δη F, vulgo. ἐστὶν ἐκ] scripsi; ἐπὶ μεν F, vulgo. 10. ἐλάσσων F; corr. C. 11. ἡ] addidi; om. F, vulgo. 16. μείζων F.

itur lineae segmentum contingentes, ita ut figurae
ae minores sint dimidio spatii *K* [prop. 6 p. 23,
et cetera eodem modo, quo supra [prop. 11 p. 49],
onstrabuntur.

is autem demonstratis adparet¹⁾, si cono aequi-
o inscribatur pyramis, superficiem pyramidis prae-
asim minorem esse superficie conica.

nam unusquisque triangulorum pyramidem com-
ndentium minor est superficie conica, quae est
latera trianguli [prop. 9]; quare etiam tota su-
ries pyramidis praeter basim minor est coni super-
praeter basim].

et, si circum conum aequicrurium pyramis circum-
atur, superficiem pyramidis praeter basim maiorem
coni superficie praeter basim [prop. 10].²⁾

adparet autem ex iis, quae demonstrauius, et, si
dro recto prisma inscribatur, superficiem prismatis
arallelogrammis compositam minorem esse super-
cylindri praeter bases.³⁾

nam unumquodque parallelogrammum minus est
dri superficie ad id pertinenti] [prop. 11].⁴⁾

1) ἐκ τῶν προειρημένων subditiva esse puto, quia idem
dictum est uerbis praecedentibus: τούτων δεδειγμένων.

2) κατὰ τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ (h. e. propter sequentem pro-
nomen) Archimedeae esse non puto, maxime ob ἐκείνῳ (h. e.
proportioni, qua nitebatur lemma praecedens) obscure et
generiter dictum.

3) Archimedes hic et pag. 60 linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν
ων (Qu. Arch. p. 73).

4) Hanc demonstrationem et similem supra lin. 9—13 sub-
as esse suspicor; turbant enim sententiarum nexum (τε — καί
8—60, 1), nec intellegitur, aut cur additae sint, cum supra
um sit: φανερόν ἐκ τῶν δεδειγμένων (p. 58, 5 et 18), aut
Archimedes, si eas addere uoluerit, non ceteris duobus lem-
s etiam (p. 58, 14; p. 60, 1) demonstrationes adiunxerit.

καὶ ὅτι, ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἢ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

5

ιγ'.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

- 10 ἔστω κυλίνδρου τινὸς ὀρθοῦ βάσις ὁ A κύκλος, καὶ ἔστω τῇ μὲν διαμέτρῳ τοῦ A κύκλου ἴση ἡ $\Gamma\Delta$, τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κυλίνδρου ἡ EZ . ἐχέτω δὲ μέσον λόγον τῶν $\Delta\Gamma$, EZ ἡ H , καὶ κείσθω κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ H ὁ B . δεικτέον, ὅτι ὁ
- 15 B κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

- εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος, ἦτοι μείζων ἐστὶ ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. δύο δὲ μεγεθῶν ὄντων ἀνίσων τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου καὶ
- 20 τοῦ B κύκλου δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν B κύκλον ἰσόπλευρον πολύγωνον ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν B κύκλον. νοείσθω δὲ περιγεγραμμένον καὶ
- 25 ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν A κύκλον περιγεγραφθῶ εὐθύγραμμον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν B περιγεγραμμένῳ, καὶ ἀναγεγραφθῶ ἀπὸ τοῦ εὐθύγραμμου πρίσμα· ἔσται

1. καὶ om. F; corr. B*. 5. ἰδ' F. 12. εχετο F; corr. BC*. 19. ανισων F. 21. ἐγγράψαι] alteram γ in F supra scriptum est manu 1.

, si circum cylindrum rectum prisma circum-
tur, superficiem prismatis ex parallelogrammis
posita maiorem esse cylindri superficie praeter
1) [prop. 12].

XIII.

iusuis cylindri recti superficies praeter bases¹⁾
lis est circulo, cuius radius media est proportio-
2) inter latus cylindri et diametrum basis cylindri.³⁾
t A circulus basis cylindri recti, et sit linea $\Gamma\Delta$
dis diametro circuli A , et linea EZ aequalis la-
cylindri. linea autem H media sit proportionalis²⁾
 $\Delta\Gamma$, EZ lineas. et ponatur B circulus, cuius
s aequalis sit lineae H . demonstrandum, circu-
 B aequalem esse superficiei cylindri praeter bases.¹⁾
am nisi aequalis est, aut maior est aut minor.
rius, si fieri potest, minor. datis igitur duabus
itudinibus inaequalibus, superficie cylindri et cir-
 B , fieri potest, ut circulo B inscribatur polygo-
aequilaterum, et aliud circumscribatur, ita ut poly-
m circumscriptum ad inscriptum rationem minorem
eat, quam superficies cylindri ad circulum B [prop. 5].
atur igitur circumscriptum et inscriptum circulo B ,
ircum A circulum circumscriptum polygonum si-
figurae circum B circulum circumscriptae⁴⁾, et

1) Archimedes hic et linn. 4, 7, 17 scripserat τῶν βάσεων
Arch. p. 73).

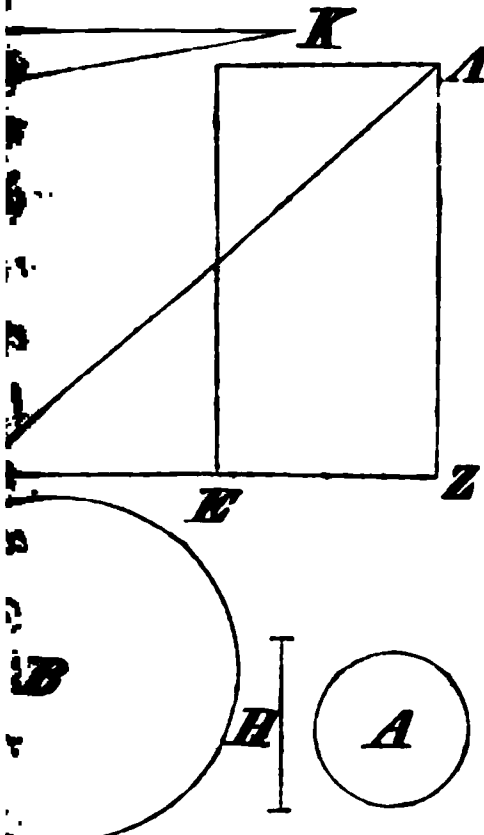
2) Archimedes hic et lin. 12—13 scripsit μέση ἀνάλογόν
(Quaest. Arch. p. 70).

3) Hanc propositionem ut tertiam decimam citat Pappus I
94, 11.

4) Lin. 24 sq. Archimedes scripserat: νοείσθω δὲ εἰς τὸν B
τον περιγεγραμμένον καὶ ἐγγεγραμμένον, καὶ περὶ τὸν A

δὴ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον. ἔστω δὲ καὶ
 τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθύγραμμου τοῦ περὶ τὸν A κύ-
 κλον ἴση ἢ $K\Delta$, καὶ τῇ $K\Delta$ ἴση ἢ ΔZ . τῆς δὲ $\Gamma\Delta$
 ἡμίσεια ἔστω ἢ ΓT . ἔσται δὴ τὸ $K\Delta T$ τρίγωνον
 5 ἴσον τῷ περιγεγραμμένῳ εὐθύγραμμῳ περὶ τὸν A κύ-
 κλον [ἐπειδὴ βάσιν μὲν ἔχει τῇ περιμέτρῳ ἴσην, ὕψος
 δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου], τὸ δὲ $E\Lambda$
 παραλληλόγραμμον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος τοῦ
 περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένου [ἐπειδὴ περιέχεται
 10 ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης τῇ περι-
 μέτρῳ τῆς βάσεως τοῦ πρίσματος]. κείσθω δὴ τῇ EZ
 ἴση ἢ EP . ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ $ZP\Lambda$ τρίγωνον τῷ $E\Lambda$
 παραλληλογράμμῳ, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσ-
 ματος. καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστι τὰ εὐθύγραμμα τὰ περὶ
 15 τοὺς A, B κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔξει
 λόγον [τὰ εὐθύγραμμα], ὅνπερ αἱ ἐκ τῶν κέντρων
 δυνάμει. ἔξει ἄρα τὸ $KT\Delta$ τρίγωνον πρὸς τὸ περὶ
 τὸν B κύκλον εὐθύγραμμον λόγον, ὃν ἢ $T\Delta$ πρὸς
 τὴν H δυνάμει [αἱ γὰρ $T\Delta, H$ ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἐκ τοῦ
 20 κέντρου]. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἢ $T\Delta$ πρὸς H δυνά-
 μει, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἢ $T\Delta$ πρὸς PZ μήκει [ἢ
 γὰρ H τῶν $T\Delta, PZ$ μέση ἐστὶ ἀνάλογον διὰ τὸ καὶ
 τῶν $\Gamma\Delta, EZ$. πῶς δὲ τοῦτο; ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἢ
 μὲν ΔT τῇ $T\Gamma$, ἢ δὲ PE τῇ EZ , διπλασία ἄρα ἐστὶν
 25 ἢ $\Gamma\Delta$ τῆς $T\Delta$, καὶ ἢ PZ τῆς PE . ἔστιν ἄρα, ὥς ἢ
 $\Gamma\Delta$ πρὸς ΔT , οὕτως ἢ PZ πρὸς ZE . τὸ ἄρα ὑπὸ

1. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 5. τῷ] το F. 19. τὴν H
 το H F. ἐκ τοῦ κέντρου] per compendium FC, quod in loco
 interpolato ferendum est; ἐκ τῶν κέντρων vulgo; „ex centris“
 Cr. 20. πρὸς H] πρὸς τὴν H ed. Basil, Torellius. 25. ὥς
 ἢ $\Gamma\Delta$] F; ὥς ἢ $\Delta\Gamma$ vulgo.

onstruatur prisma; erit igitur circum cylindrum
 scriptum. praeterea autem aequalis sit linea $K\Delta$
 figurae rectilineae circum A circum cir-
 culae, et lineae $K\Delta$ aequalis ΔZ linea; lineae
 autem $\Gamma\Delta$ dimidium sit

 ΓT linea. itaque triangulus
 $K\Delta T$ aequalis erit figurae
 circum A circum circum-
 scriptae¹⁾, parallelogram-
 mum autem $E\Delta$ superficiei
 prismatis circum cylindrum
 circumscripti.²⁾ ponatur
 igitur lineae EZ aequalis
 EP linea. itaque triangulus
 ZPA aequalis est paralle-
 logrammo $E\Delta$ [Eucl. I, 41];
 quare etiam superficiei
 prismatis. et quoniam si-

nt figurae rectilineae circum A, B circulos cir-
 scriptae, eandem rationem habebunt³⁾, quam radii
 [u. Eutocius]. habebit igitur triangulus $KT\Delta$
 ad rectilineam circum B circum scrip-
 tam eandem rationem, quam $T\Delta^2 : H^2$ [quia $T\Delta, H$
 aequales sunt ex hypothesis].

περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ περὶ τὸν B περιγεγραμμένῳ;
 us.

tia basis $K\Delta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo
 Γ aequalis radio circuli A siue radio minori polygoni;
 chr. f. Math. u. Physik, hist.-litt. Abth. XXIV p. 180

tia basis EZ aequalis est perimetro polygoni, quod
 basis est, altitudo autem ΔZ aequalis lateri cylindri.
 εὐθύγραμμα lin. 16 deleri uoluit Torellius, probante

τῶν $\Gamma\Delta$, EZ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν $T\Delta$, PZ . τῷ δὲ
 ὑπὸ τῶν $\Gamma\Delta$, EZ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ H . καὶ τῷ ὑπὸ
 τῶν $T\Delta$, PZ ἄρα ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς H . ἐστὶν
 ἄρα, ὥς ἡ $T\Delta$ πρὸς H , οὕτως ἡ H πρὸς PZ . ἐστὶν
 5 ἄρα, ὥς ἡ $T\Delta$ πρὸς PZ , τὸ ἀπὸ τῆς $T\Delta$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ τῆς H . ἐὰν γὰρ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ᾧσιν,
 ἐστὶν, ὥς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τὸ ἀπὸ τῆς πρώ-
 τῆς εἰδος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας εἰδος τὸ ὁμοιον
 καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον]. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ
 10 $T\Delta$ πρὸς PZ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ $KT\Delta$ τρίγωνον
 πρὸς τὸ PAZ [ἐπειδὴπερ ἴσαι εἰσὶν αἱ $K\Delta$, AZ]. τὸν
 αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ $KT\Delta$ τρίγωνον πρὸς τὸ
 εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον,
 ὅνπερ τὸ $TK\Delta$ τρίγωνον πρὸς τὸ $PZ\Delta$ τρίγωνον.
 15 ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ZAP τρίγωνον τῷ περὶ τὸν B κύκλον
 περιγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ. ὥστε καὶ ἡ ἐπιφάνεια
 τοῦ πρίσματος τοῦ περὶ τὸν A κύλινδρον περιγεγραμ-
 μένου τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν B κύκλον ἴση ἐστὶ.
 καὶ ἐπεὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ
 20 τὸν B κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ
 τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ A κυλίνδρου πρὸς τὸν
 B κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔξει καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ
 πρίσματος τοῦ περὶ τὸν κύλινδρον περιγεγραμμένον
 πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ κύκλῳ τῷ B ἐγγεγραμ-
 25 μένον, ἥπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου πρὸς τὸν B
 κύκλον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ
 ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ
 τὸν κύλινδρον μείζων οὕσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας

2. ἀπὸ H] FBC; ἀπὸ τῆς H uulgo. 5. ὥς ἡ] ὥς om.
 F; corr. AC. τὸ ἀπό] οὕτως τὸ ἀπό A , ed. Basil, Torellius.

$$T\Delta^2 : H^2 = T\Delta : PZ.^1)$$

$$T\Delta : PZ = KT\Delta : PAZ.^2)$$

triangulus $KT\Delta$ ad figuram rectilineam circum
 culum circumscriptam eandem rationem habet,
 triangulus $TK\Delta$ ad triangulum PZA [u. Euto-
 aequalis igitur est triangulus ZAP figurae
 lineae circum B circulum circumscriptae [Eucl.
 quare etiam superficies prismatis circum A
 rum circumscripti aequalis est figurae rectilineae
 in B circulum circumscriptae. et quoniam figura
 lineae circum B circulum circumscripta ad figuram
 lo inscriptam minorem rationem habet, quam su-
 fies A cylindri ad B circulum [ex hypothesi],
 bit igitur etiam superficies prismatis circum cylin-
 drum circumscripti ad figuram circulo B inscriptam
 eandem rationem, quam superficies cylindri ad B cir-

o. et ex Eutocio adparet Archimedem scripsisse: τὸν αὐ-
 τοῦ λόγον, ὅνπερ.

1) Nam ex hypothesi est $H^2 = \Delta\Gamma \times EZ$ et $\Delta\Gamma = 2T\Delta$,
 $= \frac{1}{2}PZ$; quare $H^2 = T\Delta \times PZ$, h. e. $T\Delta : H = H : PZ$;
 u. Eucl. VI, 20 πρόρ. 2. demonstrationem subditivam p. 62,
 11—p. 64, lin. 9 nimis uerbosam esse iam Nizze p. 57 not.
 collexit; idem p. 270 uerba πῶς δὲ τοῦτο deleri uult sed
 uast. Arch. p. 74.

2) Ex Eucl. VI, 1, quia ex hypothesi $AZ = K\Delta$.

ἀπό] FA; οὕτως τὸ ἀπό uulgo. 14. $TK\Delta$] $KT\Delta$ To-
 us. 24. ἐγγεγραμμένον] scripsi; γεγραμμένον F, uulgo.

τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν
 τῷ B κύκλῳ ἐλάσσον ἐστὶ τοῦ B κύκλου]. οὐκ ἄρα
 ἐστὶν ὁ B κύκλος ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίν-
 δρου. — ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, μείζων. πάλιν δὲ
 5 νοείσθω εἰς τὸν B κύκλον εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμέ-
 νον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμ-
 μένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν
 ἢ τὸν B κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου,
 καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸν A κύκλον πολύγωνον ὅμοιον
 10 τῷ εἰς τὸν B κύκλον ἐγγεγραμμένῳ, καὶ πρίσμα ἀνα-
 γεγράφθω ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ ἐγγεγραμμένου πολυ-
 γώνου. καὶ πάλιν ἡ $ΚΔ$ ἴση ἔστω τῇ περιμέτρῳ τοῦ
 εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένου, καὶ
 ἡ $ΖΑ$ ἴση αὐτῇ ἔστω. ἔσται δὴ τὸ μὲν $ΚΤΔ$ τρί-
 15 γωνον μείζον τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ A κύκλῳ
 ἐγγεγραμμένου [διότι βάσιν μὲν ἔχει τὴν περίμετρον
 αὐτοῦ, ὕψος δὲ μείζον τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ μίαν
 πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀγομένης καθέτου], τὸ δὲ $ΕΑ$
 παραλληλόγραμμον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος
 20 τῇ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη [διότι περι-
 ἔχεται ὑπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἴσης
 τῇ περιμέτρῳ τοῦ εὐθυγράμμου, ὅ ἐστι βάσις τοῦ
 πρίσματος]. ὥστε καὶ τὸ $ΡΔΖ$ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ πρίσματος· καὶ ἐπεὶ ὅμοιά ἐστι τὰ
 25 εὐθύγραμμα τὰ ἐν τοῖς A, B κύκλοις ἐγγεγραμμένα,
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν αἱ ἐκ τῶν
 κέντρων αὐτῶν δυνάμει. ἔχει δὲ καὶ τὰ $ΚΤΔ, ΖΡΑ$

1. ἐγγεγραμμένον] acrispi; γεγραμμενον F, vulgo. 7. ἔχειν]
 εχει F; corr. B* 10. ἐγγεγραμμενον F; corr. B* 12. ἔστω]
 ἐστι F; corr. A. 17. μείζων F, ut videtur. κέντρου] κεντρου
 πλευρας F; corr. Torellius. 22. ὅ] ὅς F; corr. ed. Basil.

permutando igitur [prisma ad cylindrum minoram rationem habet, quam figura circulo B inscripta [circulum]¹⁾, quod absurdum est [u. Eutocius]²⁾. fieri non potest, ut B circulus minor sit supercylindri.

autem, si fieri potest, maior. rursus autem tur figura rectilinea circulo B inscripta et aliamscripta, ita ut figura circumscripta ad inscripminorem rationem habeat, quam B circulus adficiem cylindri [prop. 5], et inscribatur circulo A gonum simile polygono circulo B inscripto, et na in polygono circulo [A] inscripto construatur. rsus linea $K\Delta$ aequalis sit perimetro figurae recti- e circulo A inscriptae, et linea $Z\Delta$ ei aequalis rit igitur triangulus $KT\Delta$ maior figura rectilinea lo A inscripta³⁾, parallelogrammum autem EA ale superficiei prismatis ex parallelogrammis comae.⁴⁾ quare etiam triangulus PAZ aequalis est rficiei prismatis [quia aequalis est parallelogrammo p. 62, 12]. et quoniam figurae rectilineae cir- A , Z inscriptae similes sunt, eandem inter se nem habent, quam radii circulorum quadrati [Eucl.

1) Archimedes pro καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον p. 64, 26 seruat: ἐναλλάξ ἄρα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ πρῶμα πρὸς τὸν ὄρον, ἥπερ τὸ ἐγγεγραμμένον εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον τὸν B κύκλον· ὅπερ ἄτοπον, ut ex Eutocio adparet.

2) Sequentia uerba p. 64, 26—66, 2 subditiua esse adparet Eutocio.

3) Basis enim $K\Delta$ aequalis est perimetro polygoni, altitudo ΔT , quae aequalis est radio circuli A , maior quam radius minor polygoni. Uerba lin. 16—18 Archimedis non sunt; p. 62, 6.

4) U. p. 63 not. 2. Quae sequuntur lin. 20—23 subditiua; cfr. p. 62, 9.

τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων
 τῶν κύκλων δυνάμει. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ
 εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς
 τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ B ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ
 5 $KT\Delta$ τρίγωνον πρὸς τὸ AZP τρίγωνον. ἔλασσον δέ
 ἐστὶ τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμέ-
 νον τοῦ $KT\Delta$ τριγώνου. ἔλασσον ἄρα καὶ τὸ εὐθύ-
 γραμμον τὸ ἐν τῷ B κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τοῦ ZPA
 τριγώνου· ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος τοῦ
 10 ἐν τῷ κυλίνδρῳ ἐγγεγραμμένου· ὅπερ ἀδύνατον [ἐπεὶ
 γὰρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον εὐθύ-
 γραμμον περὶ τὸν B κύκλον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον,
 ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου,
 καὶ ἐναλλάξ, μείζον δέ ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον περὶ
 15 τὸν B κύκλον τοῦ B κύκλου, μείζον ἄρα ἐστὶν τὸ
 ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ B κύκλῳ τῆς ἐπιφανείας τοῦ
 κυλίνδρου. ὥστε καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ πρίσματος].
 οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶ ὁ B κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ
 κυλίνδρου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα
 20 ἐστίν.

ιδ'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς βάσεως ἢ ἐπι-
 φάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον
 λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου καὶ τῆς ἐκ τοῦ
 25 κέντρου τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου.

ἔστω κώνος ἰσοσκελής, οὗ βάσις ὁ A κύκλος, ἢ δὲ
 ἐκ τοῦ κέντρου ἔστω ἡ Γ . τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου

15. μείζων F. 21. ιε' F. 22. ἢ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς
 βάσεως Pseudopappus. 23. ἐστίν idem. 24. λόγον] ἀνάλο-
 γον idem. 25. ἐστίν idem.

1]. sed etiam trianguli $KT\Delta$, ZPA eandem in-
 rationem habent, quam radii circulorum qua-
 .¹⁾ itaque figura rectilinea circulo A inscripta ad
 am circulo B inscriptam eandem rationem habet,
 1 triangulus $KT\Delta$ ad triangulum AZP . minor
 m est figura rectilinea circulo A inscripta trian-
 $KT\Delta$. itaque etiam figura rectilinea circulo B
 ipta minor est triangulo ZPA ; quare etiam super-
 prismatis cylindro inscripti. quod fieri nequit.²⁾
 ie fieri non potest, ut circulus B maior sit super-
 cylindri. demonstratum autem est, ne minorem
 em eum esse. itaque aequalis est.

XIV.

Superficies cuiusvis coni aequicrurii praeter basim
 alis est circulo, cuius radius media proportio-
 s est³⁾ inter latus coni et radium circuli, qui basis
 est.⁴⁾

sit conus aequicrurius, cuius basis sit circulus A ,
 us autem eius sit Γ linea. et lateri coni aequalis

1) Nam $KT\Delta : ZPA = T\Delta : ZP = T\Delta^2 : H^2$; p. 65 not. 1;
 $T\Delta$ linea aequalis est radio circuli A , H radio circuli B .

2) Nam quoniam figura circum B circumscripta ad figuram
 riptam minorem rationem habet, quam circulus B ad super-
 m cylindri, et B circulus $<$ figura circumscripta, erit etiam
 a inscripta maior superficie cylindri, et multo magis su-
 icie prismatis (prop. 12 p. 58, 18). Sequentia uerba lin. 10—
 leleo; cfr. p. 67 not. 2.

3) Archimedem scripsisse puto lin. 23: μέση ἐστὶν ἀνάλογον;
 p. 61 not. 2.

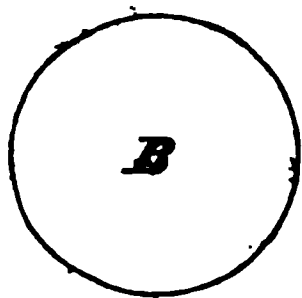
4) Hanc propositionem ut XIV^{mam} citat Pappus I p. 390,
 sed uerba ipsa Archimedis interpolator addidit, ut recte
 icatus est Hultschius; neque enim Pappi temporibus scripta
 himedis in linguam communem conuersa circumferebantur;
 enim post Eutocium demum factum est (Quaest. Arch.
 17—78).

ἔστω ἴση ἡ Δ , τῶν δὲ Γ , Δ μέση ἀνάλογον ἡ E .
 ὁ δὲ B κύκλος ἐχέτω τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ E ἴσην.
 λέγω, ὅτι ὁ B κύκλος ἐστὶν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 κώνου χωρὶς τῆς βάσεως. — εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος,
 5 ἢτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον ἐλάσσων.
 ἔστι δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε ἐπιφάνεια τοῦ κώνου
 καὶ ὁ B κύκλος, καὶ μείζων ἢ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου.
 δυνατόν ἄρα εἰς τὸν B κύκλον πολύγωνον ἰσοπλευρον
 ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμ-
 10 μένῳ, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμέ-
 νον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια
 τοῦ κώνου πρὸς τὸν B κύκλον. νοείσθω δὴ καὶ περὶ
 τὸν A κύκλον πολύγωνον περιγεγραμμένον ὅμοιον τῷ
 περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένῳ. καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ
 15 τὸν A κύκλον περιγεγραμμένου πολυγώνου πυραμὶς
 ἀντεστιάτω ἀναγεγραμμένη τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα
 τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα τὰ περὶ
 τοὺς A , B κύκλους περιγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔχει
 λόγον πρὸς ἑλληλα, ὃν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει
 20 πρὸς ἀλλήλας, τουτέστιν ὃν ἔχει ἡ Γ πρὸς E δύνάμει,
 τουτέστι ἡ Γ πρὸς Δ μήκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ Γ
 πρὸς Δ μήκει, τοῦτον ἔχει τὸ περιγεγραμμένον πολύ-
 γωνον περὶ τὸν A κύκλον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς
 πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κώνον [ἡ μὲν
 25 γὰρ Γ ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου καθετῷ ἐπὶ μίαν
 πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἡ δὲ Δ τῇ πλευρᾷ τοῦ κώ-
 νου· κοινὸν δὲ ὕψος ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς
 τὰ ἡμίση τῶν ἐπιφανειῶν]· τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει

11. ἔχειν] εχει F; corr. BC* 15. τὸν Δ] scripsi; το Δ F,
 vulgo. 19. ὃν] ὡν F; corr. BC* τῶν κέντρων ed. Basil., To-
 tellins; sed cfr. p. 62, 19. 28 ἡμίση] διπλάσια Hauber, Nizze.

Δ , et inter Γ , Δ lineas media proportionalis
 circulus autem B radium lineae E aequalem
 dico, circulum B aequalem esse superficiei
 cono circumscriptae.

si aequalis non est, aut maior est aut minor.
 minor sit. sunt igitur duae magnitudines in-
 aequales, superficies cono et B circulus, quarum maior
 superficies cono. itaque fieri potest, ut circulo B
 circumscriptum aequilaterum inscribatur et aliud circum-
 scriptum simile inscripto, ita ut polygonum circum-
 scriptum ad inscriptum minorem rationem habeat,
 superficies cono ad B circulum [prop. 5]. finga-



tur igitur polygonum circum A
 circulum circumscriptum simile
 polygono circum B circumscripto.
 et in polygono circum A circulum
 circumscripto pyramis construatur
 eundem habens uerticem, quem
 habet conus. iam quoniam similia
 sunt polygona circum A , B

circumscripta, eandem habent rationem inter
 eam radii circulorum quadrati [p. 66, 24], id est,
 habet $\Gamma^2 : E^2$, id est $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 πρόπ. 2].
 eandem rationem habet Γ ad Δ , eam habet polygonum
 circumscriptum circum A circulum ad superficiem pyra-
 midis circumscriptae.¹⁾ eandem igitur

Nam polygonum circumscriptum aequale est triangulo,
 basis est perimetro polygoni aequalis, altitudo autem
 Γ (p. 68 not. 1), et superficies pyramidis triangulo ean-
 dem habenti, altitudinem autem lineam Δ (prop. 8); tum
 d. VI, 1; Zeitschr. f. Math. u. Physik XXIV p. 179 nr. 7.
 Haec uerborum proxime sequentium lin. 24–28 interpo-
 non Archimedi imputanda est.

τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Α κύκλον πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον καὶ αὐτὸ τὸ εὐθύγραμμον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸν κώνον. ὥστε ἴση ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῷ εὐθυγράμμῳ τῷ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένῳ. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ εὐθύγραμμον τὸ περὶ τὸν Β κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ περ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον, ἐλάσσονα λόγον ἔξει ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς περὶ τὸν κώνον περιγεγραμμένης πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐγγεγραμμένον, ἢ περ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν Β κύκλον· ὅπερ ἀδύνατον [ἡ μὲν γὰρ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος μείζων οὕσα δέδεικται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ Β κύκλῳ ἐλασσὸν ἐστὶ τοῦ Β κύκλου]. οὐκ ἄρα ὁ Β κύκλος ἐλάσσων ἐσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου. — λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ μείζων. εἰ γὰρ δυνατόν ἐστιν, ἔστω μείζων. πάλιν δὴ νοείσθω εἰς τὸν Β κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Β κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κώνου, καὶ εἰς τὸν Α κύκλον νοείσθω ἐγγεγραμμένον πολύγωνον ὅμοιον τῷ εἰς τὸν Β κύκλον ἐγγεγραμμένῳ· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτοῦ πυραμὶς τὴν αὐτὴν κορυφὴν ἔχουσα τῷ κώνῳ. ἐπεὶ οὖν ὅμοιά ἐστι τὰ ἐν τοῖς Α, Β κύκλοις ἐγγεγραμμένα, τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον πρὸς ἀλλήλας, ὃν αἱ ἐκ τῶν κέντρων δυνάμει πρὸς ἀλλήλας. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ πολύγωνον,

2. αὐτὸ τό] τὸ αὐτό? cfr. tamen p. 74, 11; „eadem“ Cr 6. περιγεγραμμενοὶ F. ἐλασσο F; corr. BC*; fortasse ἐλάσσω

tionem habet figura rectilinea circum A circulum circumscripta ad figuram circum B circumscriptam, quam nec ipsa figura¹⁾ ad superficiem pyramidis circum conum circumscriptae. quare superficies pyramidis aequalis est figurae rectilineae circum B circulum circumscriptae [Eucl. V, 9]. iam quoniam minorem rationem habet figura rectilinea circum B circulum circumscripta ad figuram inscriptam, quam superficies coni ad B circulum, minorem rationem habebit superficies pyramidis circum conum circumscriptae ad figuram rectilineam circulo B inscriptam, quam superficies coni ad B circulum. quod fieri non potest.²⁾ itaque fieri non potest, ut B circulus minor sit superficie coni — dico igitur, eum ne maiorem quidem esse. sit enim, si fieri potest, maior. rursus igitur fingatur circulo B polygonum inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum ad inscriptum minorem rationem habeat, quam B circulus ad superficiem coni [prop. 5], et circulo A fingatur polygonum inscriptum simile polygono circulo B inscripto. et in eo pyramis construatur eundem uerticem habens, quem habet conus. iam quoniam polygona circulis A , E inscripta similia sunt, eandem habebunt rationem inter se, quam radii quadrati [Eucl. XII, 1]. polygona igitur inter

1) H. e. figura rectilinea circum A circulum circumscripta.

2) Nam superficies pyramidis maior est superficie coni (prop. 12 p. 58, 14), sed polygonum inscriptum minus circulo B .

cum A . 11. *εγγεγραμμενον* F. 16. *ἐστι*] *ἐσται* per compendium F; corr. Torellius. 17. *ἐσται*] per comp. F. 18. *δὴ*] scripsi; *δε* F, uulgo, 21. *ἔχειν*] *εχει* F; corr. B. 23. *τόν*] *το* F. 26. *κονω* F. 28. *τῶν*] *τ* suprascripto *ω* F.

καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν Δ μήκει. ἡ δὲ Γ πρὸς τὴν Δ μεί-
 ζουσα λόγον ἔχει, ἢ τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ
 ἐγγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος
 τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς τὸν κώνον [ἢ γὰρ ἐκ τοῦ κέν-
 5 τρου τοῦ A κύκλου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου μεί-
 ζουσα λόγον ἔχει, ἢ περὶ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀγομένη
 κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν
 ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου κάθετον ἀγομένην
 ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου]· μείζουσα ἄρα λόγον ἔχει
 10 τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ A κύκλῳ ἐγγεγραμμένον πρὸς
 τὸ πολύγωνον τὸ ἐν τῷ B ἐγγεγραμμένον, ἢ αὐτὸ τὸ
 πολύγωνον πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς πυραμίδος. μεί-
 ζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τοῦ ἐν τῷ
 B πολυγώνου ἐγγεγραμμένου. ἐλάσσουσα δὲ λόγον ἔχει
 15 τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον
 πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπι-
 φάνειαν τοῦ κώνου. πολλῶν ἄρα τὸ πολύγωνον τὸ
 περὶ τὸν B κύκλον περιγεγραμμένον πρὸς τὴν ἐπιφά-
 νειαν τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐγγεγραμμένης
 20 ἐλάσσουσα λόγον ἔχει, ἢ ὁ B κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφά-
 νειαν τοῦ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον [τὸ μὲν γὰρ περι-
 γεγραμμένον πολύγωνον μείζον ἐστὶν τοῦ B κύκλου,
 ἢ δὲ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος τῆς ἐν τῷ κώνῳ ἐλάσ-
 σων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου]. οὐκ ἄρα οὐδὲ
 25 μείζων ἐστὶν ὁ κύκλος τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου.
 ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. ἴσος ἄρα.

7. πρὸς τὴν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου] om. F; corr.
 ed. Basil.* 11. αὐτὸ τό] τὸ αὐτό? cfr. p. 72, 2. 19. κων
 F. 25. ὁ κύκλος] ὁ κύκλος B Torellius.

se eandem habent rationem, quam $\Gamma : \Delta$ [Eucl. VI, 20 πόρ. 2]. sed $\Gamma : \Delta$ maiorem rationem habet, quam polygonum circulo A inscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae [u. Eutocius]. maiorem igitur rationem habet polygonum circulo A inscriptum ad polygonum circulo B inscriptum, quam hoc ipsum polygonum¹⁾ ad superficiem pyramidis. maior igitur est superficies pyramidis polygono circulo B inscripto. minorem autem rationem habet polygonum circum B circulum circumscriptum ad polygonum inscriptum, quam B circulus ad superficiem cono. multo igitur minorem rationem habet polygonum circum B circulum circumscriptum ad superficiem pyramidis cono inscriptae, quam B circulus ad superficiem cono. quod fieri non potest.²⁾ itaque ne hoc quidem fieri potest, ut maior sit circulus [B] superficie cono. demonstratum autem est, eum ne minorem quidem esse. aequalis igitur est.

1) H. e. circulo A inscriptum.

2) Nam polygonum circumscriptum maius est circulo B , sed superficies pyramidis inscriptae minor superficie cono (prop. 12 p. 58, 5). sed quibus hoc ipsum continetur uerbis lin. 21 —24 in suspicionem uocantur uerbis p. 64, 26 sq. damnatis (p. 67 not. 2); cfr. 69 not. 2.

ιε'.

Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

- 5 ἔστω κῶνος ἰσοσκελῆς, οὗ βάσις ὁ A κύκλος. ἔστω δὲ τῇ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A ἴση ἡ B , τῇ δὲ πλευρᾷ τοῦ κώνου ἡ Γ . δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν A κύκλον, καὶ ἡ Γ πρὸς τὴν B .
- 10 εἰλήφθω γὰρ τῶν B , Γ μέση ἀνάλογον ἡ E , καὶ ἐκκείσθω κύκλος ὁ Δ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῇ E . ὁ Δ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου [τοῦτο γὰρ ἐδείχθη ἐν τῷ πρὸ τούτου]. ἐδείχθη δὲ ὁ Δ κύκλος πρὸς τὸν A κύκλον λόγον ἔχων τὸν
- 15 αὐτὸν τῷ τῆς Γ πρὸς B μήκει [ἐκάτερος γὰρ ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς E πρὸς B δυνάμει διὰ τὸ τοὺς κύκλους πρὸς ἀλλήλους εἶναι, ὥς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα πρὸς ἄλληλα, ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων· εἰ γὰρ αἱ διάμετροι, καὶ
- 20 τὰ ἡμίση, τουτέστιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων. ταῖς δὲ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἶσιν αἱ B , E]. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου πρὸς τὸν A κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ Γ πρὸς B μήκει.

ις'.

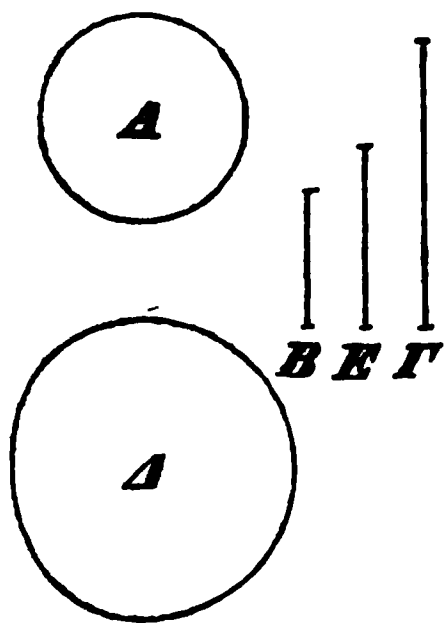
- 25 Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελῆς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

1. ις' F. 24. ις' F. 26. ἐπιφανείᾳ] τη επιφανεια F; corr. ed. Basil.; τη om. Pseudopappus. 27. ἐστὶν idem.

XV.

Superficies cuiusvis conici aequicrurii ad basim eandem rationem habet, quam latus conici ad radium basis conici.

sit conus aequicrurius, cuius basis circulus A . sit autem B linea aequalis radio circuli A , Γ autem aequalis lateri conici. demonstrandum, superficiem conici ad A circulum eandem rationem habere, quam Γ linea ad B lineam.



sumatur enim media proportionalis inter B , Γ lineas linea E , et ponatur circulus Δ radium lineae E aequalem habens. itaque circulus Δ aequalis est superficiei conici [prop. 14]. demonstratum autem est, Δ circulum ad A circulum eam rationem habere, quam Γ linea ad B lineam [prop. 14

p. 59, 20 sq.].¹⁾ adparet igitur, superficiem conici ad A circulum eandem rationem habere, quam Γ linea ad lineam B .

XVI.

Si conus aequicrurius secatur plano basi parallelo, superficiei conici inter plana parallela positae aequalis est circulus, cuius radius media proportionalis²⁾ est

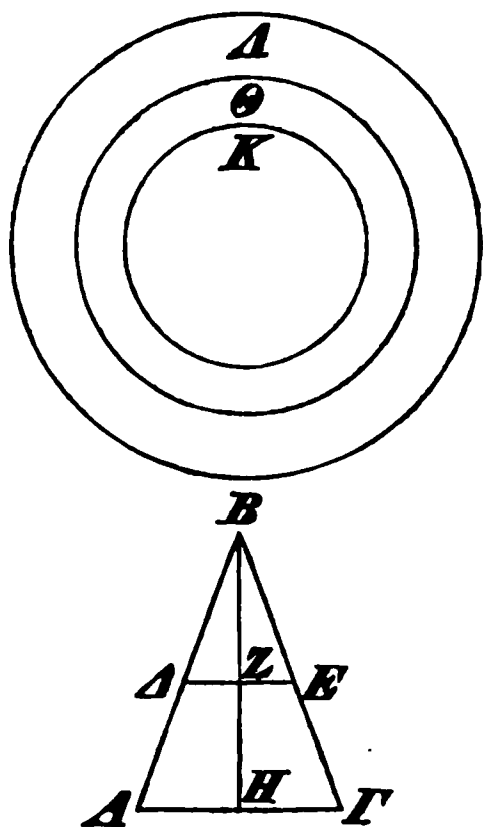
1) Nam $\Delta : A = E^2 : B^2$ (Eucl. XII, 2) et $B : \Gamma = B^2 : E^2$ (Eucl. VI, 20 πρόρ. 2).

2) Archimedes p. 78, 1 scripserat: μέση ἀνάλογόν ἐστι; cfr. p. 61 not. 2.

μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων τῶν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

- ἔστω κώνος, οὗ τὸ διὰ τοῦ ἄξονος τρίγωνον ἴσον τῷ $AB\Gamma$, καὶ τετμήσθω παραλλήλῳ ἐπιπέδῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν ΔE . ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἔστω ἡ BH . κύκλος δὲ τις ἐκκείσθω, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνάλογόν ἐστι τῆς τε $A\Delta$ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔZ , HA . ἔστω δὲ κύκλος ὁ Θ . λέγω, ὅτι ὁ Θ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ΔE , $A\Gamma$.

- ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ Λ , K , καὶ τοῦ μὲν K κύκλου ἡ ἐκ τοῦ κέντρου θυνάσθω τὸ ὑπὸ τῶν $B\Delta Z$, τοῦ δὲ Λ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου θυνάσθω τὸ ὑπὸ BAH . ὁ μὲν ἄρα Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $AB\Gamma$ κώνου, ὁ δὲ K κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEB . καὶ ἐπεὶ τὸ ὑπὸ τῶν BA , AH ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν $B\Delta$, ΔZ καὶ τῷ ὑπὸ τῆς $A\Delta$ καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔZ , AH διὰ τὸ παράλληλον εἶναι τὴν ΔZ τῇ AH , ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ AB , AH δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ $B\Delta$, ΔZ δύναται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ K κύκλου, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς ΔA καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔZ , AH δύναται ἡ



1. τε om. idem. 7. τοῦ] των, ut uidetur, F. 8. ἡ] (primus)

per latus conī, quod inter plana parallela positum
est, et lineam aequalem utrique simul radio circulo-
rum in planis parallelis positorum.¹⁾

sit conus eiusmodi, ut triangulus per axem eius
constitutus aequalis sit triangulo $AB\Gamma$, et secetur plano
conī parallelo, et efficiat [planum secans] sectionem
conī. axis autem conī sit BH linea. ponatur autem
circulus, cuius radius media sit proportionalis inter
lineas $A\Delta$ et $\Delta Z + HA$, et sit circulus Θ . dico, cir-
culum Θ aequalem esse superficiei conī inter lineas
 BE , AF positae.

ponantur enim circuli A , K , et radius circuli K
quadratus aequalis sit $B\Delta \times \Delta Z$, radius autem cir-
culi A quadratus aequalis $BA \times AH$. itaque circulus
 A aequalis est superficiei conī $AB\Gamma$, K autem cir-
culus aequalis superficiei conī ΔEB [prop. 14]. et
etiam

$$BA \times AH = B\Delta \times \Delta Z + A\Delta \times (\Delta Z + AH)$$

[Eutocius], quia ΔZ linea parallela est lineae AH ,
et radius circuli A quadratus = $BA \times AH$, radius
autem circuli K quadratus = $B\Delta \times \Delta Z$, radius autem
circuli Θ quadratus = $A\Delta \times (\Delta Z + AH)$ [ex hypo-

1) Citat Pappus I p. 366, 21 sq.; sed totum hunc locum
interpolatori tribuo; cfr. p. 69 not. 4. etiam uerba apud Pap-
pum I p. 370, 12: $\delta\iota\alpha\ \tau\omicron\ \alpha\upsilon\tau\omicron\ \text{Ἀρχιμήδους ἐξ' ἀεὶ ὁρίσθημα}$ tum
addenda sunt, etiam propter uitiosum numerum (cfr. Quaest.
p. 154 not.).

Ididi; om. F, uulgo. 13. $\epsilon\kappa\kappa\epsilon\iota\sigma\theta\omega\varsigma$ cum comp. $\iota\nu$ uel $\eta\nu$ F.
[et $\tau\omega\nu\ B\Delta Z$] scripsi; $\tau\omicron\ B\Delta Z$ F, uulgo*; $\beta\delta\zeta$ ed. Basil., $B\Delta$,
 ΔZ Torellius. 16. BA , AH Torellius.

ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Θ , τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Λ κύκλου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν K , Θ κύκλων. ὥστε καὶ ὁ Λ κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς K , Θ κύκλοις. ἀλλ' ὁ μὲν Λ ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΒΑΓ$ κώνου, ὁ δὲ K τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $\DeltaΒΕ$ κώνου. λοιπὴν ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου ἡ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν $\DeltaΕ$, $\LambdaΕ$ ἴση ἐστὶ τῷ Θ κύκλῳ.

10

[ΛΗΜΜΑ.]

[Ἐστω παραλληλόγραμμον τὸ $ΒΑΗ$, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἔστω ἡ $ΒΗ$. τετμήσθω ἡ $ΒΑ$ πλευρά, ὡς ἔτυχεν, κατὰ τὸ Δ , καὶ διὰ τοῦ Δ ἤχθω παράλληλος τῇ $ΑΗ$ ἢ $\Delta\Theta$, διὰ δὲ τοῦ Z τῇ $ΒΑ$ ἢ $ΚΑ$. λέγω, ὅτι τὸ ὑπὸ $ΒΑΗ$ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ $ΒΔΖ$ καὶ τῷ ὑπὸ $\DeltaΑ$ καὶ συναμφοτέρου τῆς $\DeltaΖ$, $ΑΗ$. ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν ὑπὸ $ΒΑΗ$ ὅλον ἐστὶ τὸ $ΒΗ$, τὸ δὲ ὑπὸ $ΒΔΖ$ τὸ $ΒΖ$, τὸ δὲ ὑπὸ $\DeltaΑ$ καὶ συναμφοτέρου τῆς $\DeltaΖ$, $ΑΗ$ ὁ $ΜΝΞ$ γνώμων (τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ $\DeltaΑΗ$ ἴσον ἐστὶ τῷ $ΚΗ$ διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ $Κ\Theta$ παραπλήρωμα τῷ $\DeltaΑ$ παραπληρώματι, τὸ δὲ ὑπὸ $\DeltaΑ$, $\DeltaΖ$ τῷ $\DeltaΑ$) ὅλον ἄρα τὸ $ΒΗ$, ὅπερ ἐστὶν τὸ ὑπὸ $ΒΑΗ$, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ $ΒΔΖ$ καὶ τῷ $ΜΝΞ$ γνώμονι, ὅς ἐστι ἴσος τῷ ὑπὸ $\DeltaΑ$ καὶ συναμφοτέρου τῆς $ΑΗ$, $\DeltaΖ$.]

25

ΛΗΜΜΑΤΑ.

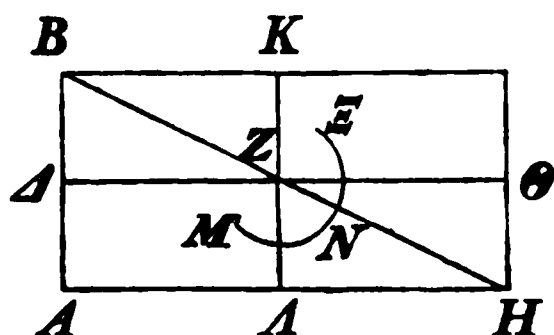
α'. Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἔχουσιν λόγον ταῖς βάσεσιν· καὶ οἱ ἴσας ἔχοντες βάσεις τὸν αὐτὸν ἔχουσιν λόγον τοῖς ὕψεσιν.

10. ΛΗΜΜΑ om. F; add. Torellius. 15. ΒΑ, ΑΗ idem ΒΔ, ΔΖ idem. 16. ΑΗ] ΑΔ F; corr. man. 2, ed. Basel

thesi], erit radius circuli Δ quadratus aequalis radiis circulorum K , Θ quadratis. quare etiam

$$\Delta = K + \Theta.^1)$$

sed circulus Δ aequalis est superficiei conii $B\Delta\Gamma$, K autem circulus aequalis superficiei conii ΔBE . itaque quae relinquitur [Eucl. I κοιν. ἐνν. 3] superficies conii inter plana parallela ΔE , $\Delta\Gamma$ posita, aequalis est circulo Θ .²⁾



LEMMATA.

1. Coni eandem altitudinem habentes eandem rationem habent, quam bases.³⁾ et conii aequales bases habentes eandem rationem habent, quam altitudines.⁴⁾

1) Nam circuli inter se eam habent rationem, quam radii quadrati (Eucl. XII, 2); tum cfr. Quaest. Archim. p. 48.

2) Quod hic sequitur lemma subditivum a Torellio ante prop. 16 transpositum est (Quaest. Arch. p. 72); hoc loco habet F.

3) Eucl. XII, 11: οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

4) Eucl. XII, 14: οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

17. $B\Delta$, ΔH Torellius. $B\Delta$, ΔZ idem. 19. ΔA , ΔH idem.
20. τὸ $K\Theta$] τὸ $K\Theta$ F. 22. $B\Delta$, ΔH Torellius. 23. $B\Delta$, ΔZ idem. γνωμῶνι F; corr. Torellius. 25. λήμματα om. F; hoc et numeros add. Torellius. 26. οἱ ἴσον] οἱ om. F.

β'. Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν, ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

γ'. Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ
 5 κῶνοι οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις τοῖς κυλίνδροις.

δ'. Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν.

ε'. Καὶ οἱ κῶνοι, ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων
 10 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξουσιν [τουτέστι τοῖς ὕψεσι], πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶν τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

ταῦτα δὲ πάντα ὑπὸ τῶν πρότερον ἀπεδείχθη.

ιζ'.

15 Ἐὰν ὧσιν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ ἐτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἢ τῇ τοῦ ἐτέρου βάσει, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη τῷ ὕψει ἴση ἢ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

5. κῶνοι F.
 F. 14. ιη' F.

10. αξουσιν F.

11. ἀλλήλους per comp.

2. Si cylindrus plano basi parallelo secatur, erit, ut cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.¹⁾

3. Eandem autem rationem, quam cylindri, habent coni easdem bases habentes, quas cylindri habent [et altitudinem aequalem].²⁾

4. Et bases conorum aequalium in contraria proportionem altitudinum sunt. et quorum bases in contraria proportionem altitudinum sunt, aequales sunt coni.³⁾

5. Et coni, quorum basium diametri eandem rationem habent, quam axes⁴⁾, in tripla ratione diametrorum basium sunt.⁵⁾

Haec autem omnia a prioribus demonstrata sunt.

XVII.

Si dati suni duo coni aequicrurii, alterius autem coni superficies aequalis est basi alterius, linea autem a centro basis [prioris coni]⁶⁾ ad latus coni perpendicularis ducta aequalis est altitudini [alterius coni], coni aequales erunt.

1) Eucl. XII, 13: *ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται, ὥς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.*

2) Post τοῖς κυλίνδροις Archimedes uix omiserat: *καὶ ὕψος ἴσον*, quae uerba addi uolunt Peyrardus, Hauberus, Nizzius. propositio ipsa apud Euclidem non legitur; sequitur autem ex XII, 10.

3) Eucl. XII, 15: *τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπὸνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπὸνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.*

4) Uerba τουτέστι τοῖς ὕψεσι transcriptori tribuenda esse uidentur.

5) Eucl. XII, 12: *οἱ ὅμοιοι* (h. e. quorum axes et diametri basium proportionales sunt; XI def. 24) *κῶνοι καὶ κύλινδροι πρὸς ἀλλήλους ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.*

6) Ueri simile. est, Archimedem hos duos conos diligentius

ἔστωσαν δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς οἱ $AB\Gamma$, ΔEZ . καὶ τοῦ $AB\Gamma$ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ , τὸ δὲ ὕψος τὸ AH ἴσον ἔστω τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως τοῦ Θ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κῶνου, οἷον ἐπὶ τὴν ΔE , καθεύτω ἡγμένη τῇ $K\Theta$. λέγω, ὅτι ἴσοι εἰσὶν οἱ κῶνοι.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ βάσις τοῦ $AB\Gamma$ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔEZ [τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον], ὥς ἄρα ἡ τοῦ $BA\Gamma$ βάσις πρὸς τὴν τοῦ ΔEZ βάσιν, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ΔEZ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔEZ . ἀλλ' ὥς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἰδίαν βάσιν, οὕτως ἡ $\Delta\Theta$ πρὸς τὴν ΘK [ἐδείχθη γὰρ τοῦτο, ὅτι παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν βάσιν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως, τουτέστι ἡ ΔE πρὸς $E\Theta$. ὥς δὲ ἡ $E\Delta$ πρὸς $\Theta\Delta$, οὕτως ἡ $E\Theta$ πρὸς ΘK . ἰσογώνια γάρ ἐστι τὰ τρίγωνα. ἴση δὲ ἐστὶν ἡ ΘK τῇ AH]. ὥς ἄρα ἡ βάσις τοῦ $BA\Gamma$ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ ΔEZ , οὕτως τὸ ὕψος τοῦ ΔEZ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ $AB\Gamma$. τῶν $AB\Gamma$, ΔEZ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ $BA\Gamma$ τῷ ΔEZ κώνῳ.

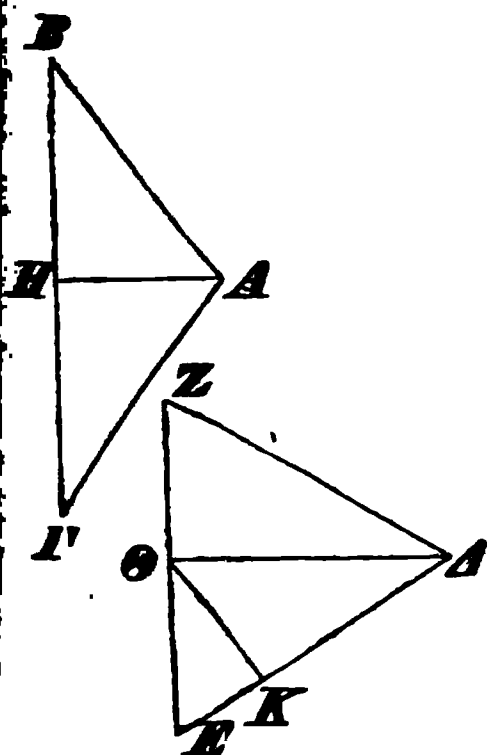
ιη'.

Παντὶ ρόμβῳ ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένῳ ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν περιεχόντων τὸν ρόμβον, ὕψος δὲ

5. καθευτον F; corr. ed. Basil.* 10. οὕτως per comp. F; item lin. 12. 12. $\Delta\Theta$] $E\Theta$ F; corr. man. 2, B. ΘK] E supra scriptum man. 2 F. 15. η ΔE τουτεστι F; corr. ed. Basil.* 16. $E\Theta$] $\Delta\Theta$ F; E supra scriptum man. 2; corr. Torellius. $\Theta\Delta$] ΘE F man. 2, Torellius. οὕτως] per comp. F, ut lin. 19. $E\Theta$] $\Delta\Theta$ F man. 2, B, ed. Basil., Torellius. 23. ιθ' F. 24. κωνων F.

sint duo coní aequicrurii $AB\Gamma$, ΔEZ ; et basis coní $AB\Gamma$ aequalis sit superfíciei coní ΔEZ , altitudo autem AH aequalis lineae $K\Theta$ a centro basis Θ ad latus coní, uelut ΔE , perpendiculari ductae. dico, conos esse aequales.

nam quoniam basis coní $AB\Gamma$ aequalis est superfíciei coní ΔEZ , erit, ut basis coní $BA\Gamma$ ad basim coní ΔEZ , ita superficies coní ΔEZ ad basim coní ΔEZ [Eucl. V, 7]. sed ut superficies ad basim eiusdem coní, ita $\Delta\Theta$ ad ΘK .¹⁾ itaque ut basis coní $BA\Gamma$ ad basim coní ΔEZ , ita altitudo coní ΔEZ ad altitudinem coní $AB\Gamma$.²⁾ sunt igitur bases conorum $AB\Gamma$, ΔEZ in contraria proportione altitudinum. aequalis igitur est conus $BA\Gamma$ cono ΔEZ ($\lambda\eta\mu\mu$. 4 p. 82).



XVIII.

Cuius rhombo³⁾ ex conis aequicruriis composito aequalis est conus basim habens superfíciei alterius coní eorum, qui rhombum comprehendunt, aequalem,

distinxisse; ea saltem uerba, quae in interpretatione addidi, uix omiserat; τοῦ ἑτέρου κώνου p. 82, lin. 18 addidit prop. 18. cfr. prop. 20; Quaest. Arch. p. 73.

1) Nam superficies coní ΔEZ : basis coní $\Delta EZ = \Delta E : E\Theta$ (prop. 15); sed $\Delta E : E\Theta = \Theta\Delta : \Theta K$ (Eucl. VI, 4), quia $\Delta E\Theta \sim \Theta K\Delta$.

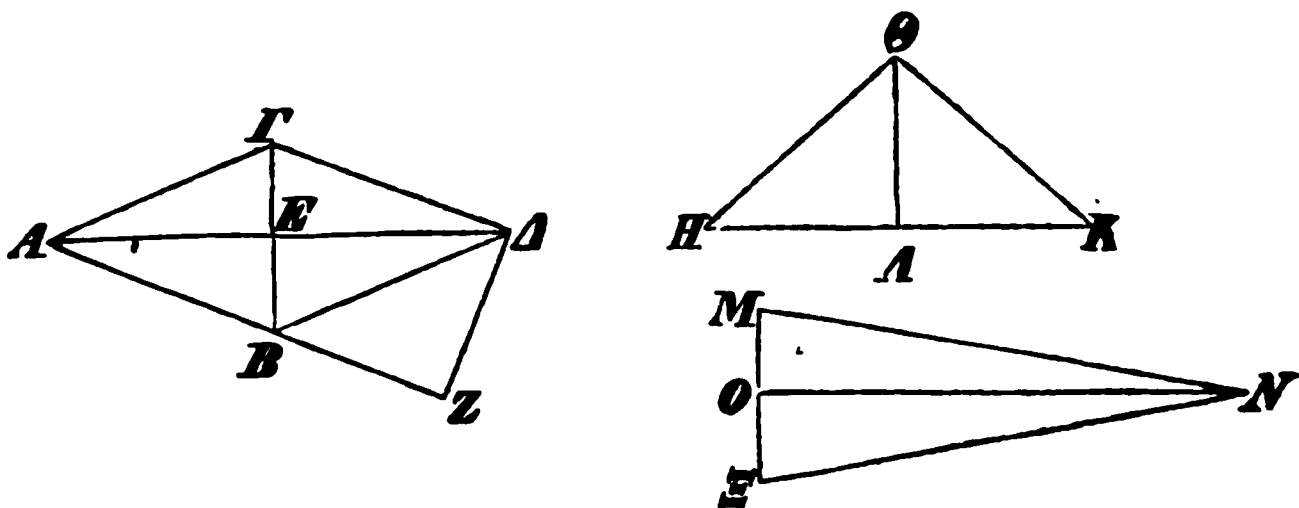
2) Nam $\Theta K = HA$ ex hypothesi.

3) Sc. solido (defn. 6 p. 8).

ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθεύτω ἀγομένη ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

ἔστω ρόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος ὁ $AB\Gamma\Delta$, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν $B\Gamma$ κύκλος, ὅ ὕψος δὲ τὸ $A\Delta$. ἐκκείσθω δέ τις ἕτερος ὁ $H\Theta K$ τὴν μὲν βάσιν ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $AB\Gamma$ κώνου ἴσην, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημείου καθεύτω ἐπὶ τὴν AB ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας αὐτῇ ἡγμένην. ἔστω δὲ ἡ ΔZ , τὸ δὲ ὕψος τοῦ ΘHK κώνου ἔστω τὸ ΘA . ἴσον δὴ ἐστὶν τὸ ΘA τῇ ΔZ . λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ κῶνος τῷ ρόμβῳ.

ἐκκείσθω γὰρ ἕτερος κῶνος ὁ $MNΞ$ τὴν μὲν βάσιν ἔχων ἴσην τῇ βάσει τοῦ $AB\Gamma$ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ $A\Delta$. καὶ ἔστω τὸ ὕψος αὐτοῦ τὸ NO . ἐπεὶ οὖν ἡ NO τῇ $A\Delta$ ἴση ἐστίν, ἐστὶν ἄρα, ὥς ἡ NO πρὸς ΔE , οὕτως ἡ $A\Delta$ πρὸς ΔE . ἀλλ' ὥς μὲν ἡ $A\Delta$ πρὸς ΔE , οὕτως ὁ $AB\Gamma\Delta$ ρόμβος πρὸς τὸν $B\Gamma\Delta$ κῶνον· ὥς δὲ ἡ NO πρὸς τὴν ΔE , οὕτως ὁ $MNΞ$ κῶνος πρὸς τὸν $B\Gamma\Delta$ κῶνον [διὰ τὸ τὰς βάσεις αὐτῶν εἶναι ἴσας]. ὥς ἄρα ὁ $MNΞ$ κῶνος πρὸς τὸν



$B\Gamma\Delta$ κῶνον, οὕτως ὁ $AB\Gamma\Delta$ ρόμβος πρὸς τὸν $B\Gamma\Delta$ κῶνον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ $MNΞ$ τῷ $AB\Gamma\Delta$ ρόμβῳ.

altitudinem autem aequalem lineae, quae a uertice alterius coni ad latus prioris coni¹⁾ perpendicularis ducitur.

sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $AB\Gamma\Delta$, cuius basis sit circulus circum $B\Gamma$ diametrum descriptus, altitudo autem $A\Delta$. ponatur autem alius conus $H\Theta K$ basim habens superficiei coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a Δ puncto ad AB lineam uel eandem productam perpendiculari. sit autem ΔZ linea, altitudo autem coni ΘHK sit ΘA linea. itaque $\Theta A = \Delta Z$. dico, conum $[H\Theta K]$ aequalem esse rhombo.

ponatur enim alius conus $MN\Xi$ basim habens basi coni $AB\Gamma$ aequalem, altitudinem autem aequalem $A\Delta$ lineae. et sit altitudo eius NO linea. iam quoniam $NO = A\Delta$, erit [Eucl. V, 7]

$$NO : \Delta E = A\Delta : \Delta E.$$

sed

$$A\Delta : \Delta E = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta^2),$$

et

$$NO : \Delta E = MN\Xi : B\Gamma\Delta \text{ } [\lambda\eta\mu\mu. 1 \text{ p. } 80].^3)$$

itaque

$$MN\Xi : B\Gamma\Delta = AB\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta.$$

quare

$$MN\Xi = AB\Gamma\Delta \text{ } [\text{Eucl. V, } 9].$$

1) Cfr. p. 83 not. 6.

2) Nam $AB\Gamma : B\Gamma\Delta = AE : E\Delta$ ($\lambda\eta\mu\mu. 1 \text{ p. } 80$); quare componendo (Eucl. V, 18): $AB\Gamma + B\Gamma\Delta : B\Gamma\Delta = A\Delta : E\Delta$.

3) Sequentia uerba lin. 19—20 transcriptori tribuo; neque enim intellegitur, cur Archimedes, si ad lemma 1 lectorem reuocare uoluit, lin. 18, ubi magis opus erat, praetermiserit.

$AB\Gamma]$ Γ om. F; add. eadem manus(?). 16. $\sigma\tilde{\upsilon}\tau\omega\varsigma$ F, ut lin. 17 et 18. 22. $AB\Gamma\Delta]$ Δ om. F; add. man. 2.

καὶ ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ
 $ΗΘΚ$, ὥς ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ πρὸς τὴν ἰδίαν
 βάσιν, οὕτως ἡ βάση τοῦ $ΗΘΚ$ πρὸς τὴν βάση τοῦ
 $ΜΝΞ$ [ἡ γὰρ βάση τοῦ $ΑΒΓ$ ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ
 5 $ΜΝΞ$]. ὥς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ πρὸς τὴν ἰδίαν
 βάσιν, οὕτως ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν $ΒΕ$, τουτέστι ἡ $ΑΔ$
 πρὸς $ΔΖ$ [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγωνα]. ὥς ἄρα ἡ βάση
 τοῦ $ΗΘΚ$ πρὸς τὴν βάση τοῦ $ΝΜΞ$, οὕτως ἡ $ΑΔ$
 πρὸς $ΔΖ$. ἴση δὲ ἡ μὲν $ΑΔ$ τῇ $ΝΟ$ [ὑπέκειτο γὰρ],
 10 ἡ δὲ $ΔΖ$ τῇ $ΘΑ$. ὥς ἄρα ἡ βάση τοῦ $ΗΘΚ$ πρὸς
 τὴν βάση τοῦ $ΜΝΞ$, οὕτως τὸ $ΝΟ$ ὕψος πρὸς τὸ $ΘΑ$.
 τῶν $ΗΘΚ$, $ΜΝΞ$ ἄρα κῶνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βά-
 σεις τοῖς ὕψεσιν. ἴσοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι. ἐδείχθη
 δὲ ὁ $ΜΝΞ$ ἴσος τῷ $ΑΒΓΔ$ ῥόμβῳ. καὶ ὁ $ΗΘΚ$
 15 ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $ΑΒΓΔ$ ῥόμβῳ.

ιθ'.

Ἐὰν κῶνος ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ
 τῇ βάσει, ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀνα-
 γραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως, ὁ δὲ
 20 γεγόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κῶνου, τῷ
 περιλείμματι ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων
 ἐπιπέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βά-
 σεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κῶνου καθεῖτω ἡγμένη.
 25 ἔστω κῶνος ἰσοσκελὴς ὁ $ΑΒΓ$, καὶ τετμήσθω ἐπι-
 πέδῳ παραλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν $ΔΕ$.
 κέντρον δὲ τῆς βάσεως ἔστω τὸ $Ζ$. καὶ ἀπὸ τοῦ περὶ
 διάμετρον τὴν $ΔΕ$ κύκλου κῶνος ἀναγεγράφθω κορυ-

quoniam superficies conⁱ $AB\Gamma$ aequalis est basi
 $H\Theta K$, erit, ut superficies conⁱ $AB\Gamma$ ad basim
eiusdem conⁱ, ita basis conⁱ $H\Theta K$ ad basim conⁱ
 $MN\Xi$ ¹⁾ sed ut superficies conⁱ $AB\Gamma$ ad basim eiusdem
conⁱ, ita AB ad BE [prop. 15], h. e. $A\Delta$ ad ΔZ .²⁾
Itaque ut basis conⁱ $H\Theta K$ ad basim conⁱ $MN\Xi$, ita $A\Delta$
ad ΔZ . sed $A\Delta = NO$ [ex hypothesi], et $\Delta Z = \Theta A$
[ex hypothesi]. itaque ut basis conⁱ $H\Theta K$ ad basim
conⁱ $MN\Xi$, ita erit NO altitudo ad ΘA . conorum igitur
 $H\Theta K$, $MN\Xi$ bases in contraria sunt proportione alti-
tudinum. quare conⁱ aequales sunt [$\lambda\eta\mu\mu$. 4 p. 82].
demonstratum est, conum $MN\Xi$ aequalem esse
rhombo $AB\Gamma\Delta$. itaque etiam $H\Theta K$ conus aequalis
est rhombo $AB\Gamma\Delta$.

XIX.

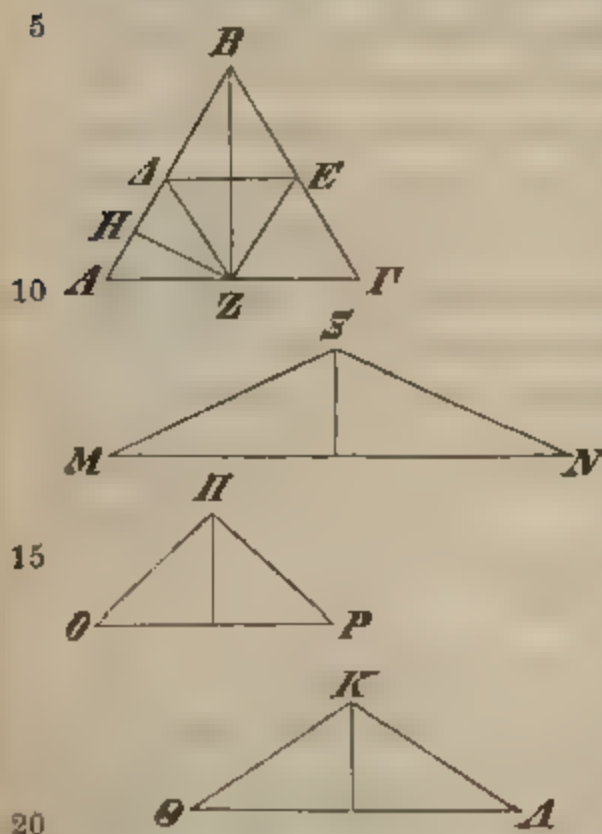
Si conus aequicrurius plano basi parallelo secatur,
in circulo inde orto conus construitur uerticem
habens centrum basis, et rhombus inde ortus a toto
cono subtrahitur, frusto relicto aequalis erit conus
inter planum habens aequalem superficiei conⁱ inter plana
parallela positae, altitudinem autem aequalem lineae
a centro basis a latus conⁱ perpendiculari.

sit conus aequicrurius $AB\Gamma$, et secetur plano basi
parallelo, quod efficiat sectionem ΔE . centrum autem
basis sit Z . et in circulo circum diametrum ΔE de-

1) Nam basis conⁱ $MN\Xi$ aequalis est basi conⁱ $AB\Gamma$ (ex
hypothesi). uerba lin. 4—5 Archimedis uix sunt.

2) Nam $ABE \sim A\Delta Z$; tum u. Eucl. VI, 4.

φὴν ἔχων τὸ Z . ἔσται δὲ ῥόμβος ὁ $BΔZE$ ἐξ ἰσο-
σκελῶν κώνων συγκείμενος. ἐκκείσθω δὲ τις κώνος
ὁ $KΘΔ$, οὗ ἡ μὲν βάση ἔστω ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ
μεταξὺ τῶν $ΔE$, $ΑΓ$, τὸ δὲ ὕψος, ἀχθείσης ἀπὸ τοῦ



Z σημείου καθέτου ἐπὶ
τὴν AB τῆς ZH , ἔστω
ἴσον τῇ ZH . λέγω, ὅτι,
ἐὰν ἀπὸ τοῦ $ABΓ$ κώνου
νοηθῇ ἀφηρημένος ὁ
 $BΔZE$ ῥόμβος, τῷ περι-
λείμματι ἴσος ἔσται ὁ
 $ΘΚΔ$ κώνος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο
κῶνοι οἱ $MNΞ$, $OΠΡ$,
ὥστε τὴν μὲν τοῦ $MNΞ$
βάσιν ἴσην εἶναι τοῦ
 $ABΓ$ κώνου τῇ ἐπιφανείᾳ,
τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ZH
[διὰ δὲ τοῦτο ἴσος ἐστὶν
ὁ $MNΞ$ κώνος τῷ $ABΓ$

κώνῳ. ἐὰν γὰρ ᾧσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς, ἡ δὲ τοῦ
ἐτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἢ τῇ τοῦ ἐτέρου βάσει, ἐτι
δὲ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ
κώνου ἀγομένη κάθετος τῷ ὕψει ἴση, ἴσοι ἔσονται οἱ
κῶνοι], τὴν δὲ τοῦ $OΠΡ$ κώνου βάσιν ἴσην εἶναι τῇ
ἐπιφανείᾳ τοῦ $ΔBE$ κώνου, ὕψος δὲ τῇ ZH [διὰ δὲ
τοῦτο ἴσος ἐστὶν ὁ $OΠΡ$ κώνος τῷ $BΔZE$ ῥόμβῳ·
τοῦτο γὰρ προαπεδείχθη]. ἐπεὶ δὲ ἡ τοῦ $ABΓ$ κώνου
ἐπιφάνεια σύγκειται ἐκ τε τῆς τοῦ $BΔE$ ἐπιφανείας

6. τῆς] τη FBC*. 10. περιλήμματι F. 12. κωνος F-
27. τοῦτο] τουτοις F; corr. B*.

scripto construatur conus uerticem habens Z punctum. erit igitur $B\Delta ZE$ rhombus ex conis aequicruriis compositus. ponatur igitur conus $K\Theta A$, cuius basis aequalis sit superficiei inter ΔE , $A\Gamma$ positae, altitudo autem lineae ZH a Z puncto ad AB lineam perpendiculari ductae. dico, si rhombus $B\Delta ZE$ a cono $AB\Gamma$ ablatu fingatur, conum ΘKA aequalem futurum esse frusto relicto.

ponantur enim duo coni $MN\Xi$, $O\Pi P$, ita ut basis coni $MN\Xi$ aequalis sit superficiei coni $AB\Gamma$, altitudo autem lineae ZH^1), basis autem coni $O\Pi P$ aequalis superficiei coni ΔBE , altitudo autem lineae ZH .²)

sed quoniam superficies coni $AB\Gamma$ composita est ex superficie coni $B\Delta E$ et superficie inter ΔE , $A\Gamma$ posita, superficies autem coni $AB\Gamma$ aequalis est basi

1) Quaest.. Arch. p. 75 dixi lin. 21—25 subditivas mihi uideri esse, quippe quae nihil contineant nisi inutilem et ab Archimedis consuetudine abhorrentem repetitionem prop. 17; sed etiam lin. 19—21, quibus interpositis praue interrumpitur constructio, et membra ab ὅσας lin. 15 pendentia et per μέν lin. 15—δέ lin. 25 coniuncta uiolenter disiunguntur, interpolatori tribuo.

2) Ex iis, quae not. 1 de uerbis similibus lin. 19—25 dixi, ueri simile fit, etiam uerba, quae hoc loco sequuntur lin. 26 διὰ δὲ — 28 προαπεδείχθη, interpolatori deberi.

καὶ τῆς μεταξὺ τῶν ΔE , $A\Gamma$, ἀλλ' ἢ μὲν τοῦ ΔE
 κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ $MN\Xi$ κώνου
 ἢ δὲ τοῦ ΔBE ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ βάσει τῆς
 $O\Pi P$, ἢ δὲ μεταξὺ τῶν ΔE , $A\Gamma$ ἴση ἐστὶ τῇ βά-
 5 τοῦ $\Theta K A$, ἢ ἄρα τοῦ $MN\Xi$ βάσεις ἴση ἐστὶ ταῖς β-
 σεσιν τῶν $\Theta K A$, $O\Pi P$. καὶ εἰσιν οἱ κῶνοι ὑπὸ
 αὐτὸ ὕψος. ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ $MN\Xi$ κῶνος τοῦ
 $\Theta K A$, $O\Pi P$ κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν $MN\Xi$ κῶνος ἴσος
 ἐστὶ τῷ $AB\Gamma$ κώνῳ, ὁ δὲ $\Pi O P$ τῷ $B\Delta EZ$ ρόμβῳ
 10 λοιπὸς ἄρα ὁ $\Theta K A$ κῶνος τῷ περιλείμματι ἴσος ἐστίν.

κ'.

Ἐὰν ρόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου ὁ
 ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει,
 ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ κορυ-
 15 φὴν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ ἐτέρῳ κώνῳ, ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου
 ρόμβου ὁ γενόμενος ρόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ περιλείμ-
 ματι ἴσος ἐστὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ
 ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι-
 πέδων, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἐτέρου
 20 κώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ ἐτέρου κώνου καθέτω
 ἡγμένην.

ἔστω ρόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκείμενος
 $AB\Gamma\Delta$, καὶ τμηθῇ τῷ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ παρ-
 αλλήλῳ τῇ βάσει, καὶ ποιείτω τομὴν τὴν EZ , ἀπὸ
 25 δὲ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν EZ κύκλου κῶνος ἀναγε-
 γραφθῇ τὴν κορυφὴν ἔχων τὸ Δ σημεῖον. ἔσται δὲ
 γεγωνὸς ρόμβος ὁ $EB\Delta Z$, καὶ νοείσθω ἀφαιρεθὲν

7. κωνος F. 9. ὁ] το FBC*. 10. περιλειμματι F. 11.
 κα' F. 12. ισκελων F. 14. κύκλου κῶνος] κωνου κυκλου

si $MNΞ$, et superficies conī $ΔBE$ aequalis basi
si $OΠP$, et superficies inter $ΔE$, $ΑΓ$ posita aequalis
si conī $ΘΚΑ$ [ex hypothesi], basis igitur conī $MNΞ$
qualis est basibus conorum $ΘΚΑ$, $OΠP$, et omnes
si illi eandem habent altitudinem; quare

$$MNΞ = ΘΚΑ + OΠP.^1)$$

Idem $MNΞ = ΑΒΓ$ [prop. 17], et $ΠΟΡ = ΒΔΕΖ$
[prop. 18]. [itaque $ΑΒΓ = ΘΚΑ + ΒΔΕΖ$, et ab-
b rhombo $ΒΔΕΖ$] erit igitur conus $ΘΚΑ$ aequa-
lī frusto relicto [Eucl. I κοιν. ἐνν. 3].

XX.

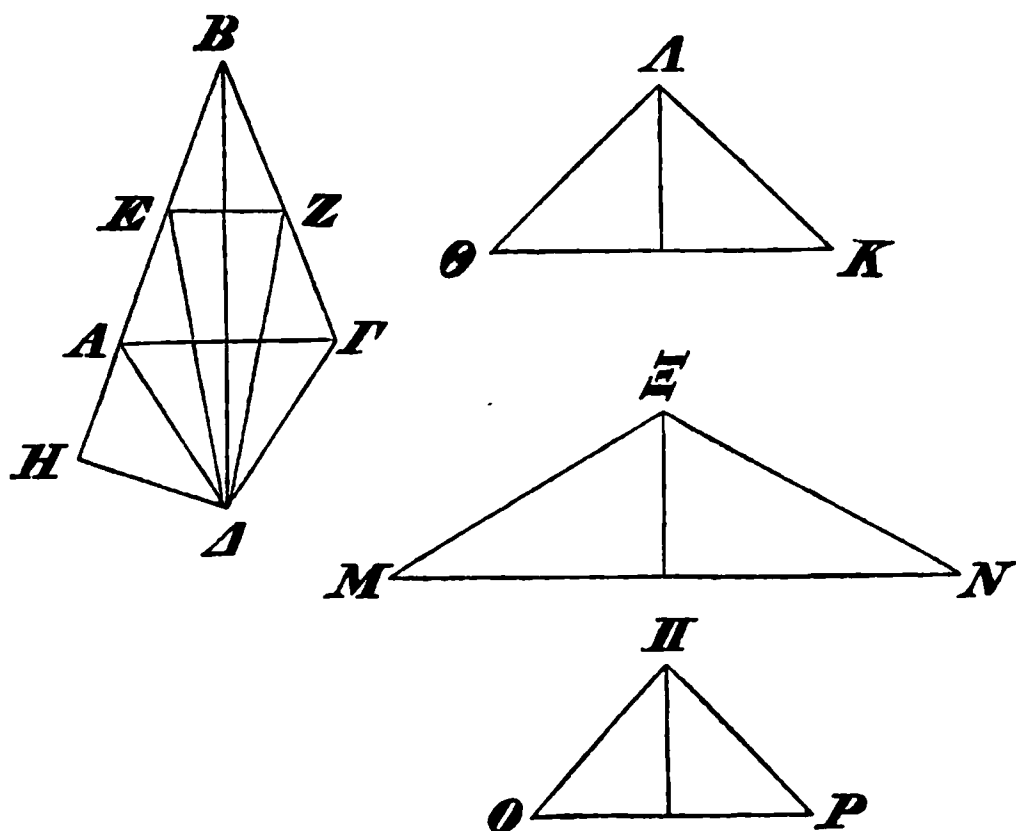
Si in rhombo ex conis aequicruriis composito alter
us plano basi parallelo secatur, et in circulo inde
o conus construatur uerticem habens eundem, quem
er conus [rhombi], et rhombus inde ortus a toto
ombo aufertur, frusto relicto aequalis erit conus
im habens aequalem superficiei conī inter plana
allela positae, altitudinem autem lineae a uertice
oris²⁾ conī ad latus alterius conī perpendiculari
tae.

Si sit rhombus ex conis aequicruriis compositus $ΑΒΓΔ$,
secetur alter conus plano basi parallelo, quod effi-
cit sectionem $EΖ$; et in circulo circum diametrum
 $EΖ$ descripto construatur conus uerticem habens $Δ$
in punctum. efficietur igitur rhombus $ΕΒΔΖ$, et finga-
r ablatas ab toto rhombo. ponatur autem conus

1) Ex lemm. 1; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

2) H. e. eius, qui plano parallelo secatur; cfr. p. 83 not. 6.

ἀπὸ τοῦ ὅλου ῥόμβου. ἐκκείσθω δέ τις κώνος ὁ Θ
τὴν μὲν βάσιν ἴσην ἔχων τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ
 $ΑΓ$, $ΕΖ$, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ Δ σημ



καθέτω ἀγομένη ἐπὶ τὴν $ΒΑ$ ἢ τὴν ἐπ' εὐθείας α
δ λέγω, ὅτι ὁ $\ThetaΚΛ$ κώνος ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ π
λείμματι.

ἐκκείσθωσαν γὰρ δύο κώνοι οἱ $ΜΝΞ$, $ΟΠΡ$.
ἡ μὲν βάσις τοῦ $ΜΝΞ$ κώνου ἴση ἔστω τῇ ἐπιφα
τοῦ $ΑΒΓ$, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ $\Delta Η$ [διὰ δὲ τὰ
10 δειχθέντα ἴσος ἐστὶν ὁ $ΜΝΞ$ κώνος τῷ $ΑΒΓ\Delta$ ῥόμ
τοῦ δὲ $ΟΠΡ$ κώνου ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφα
τοῦ $ΕΒΖ$ κώνου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον τῇ $\Delta Η$ [ὅμ
δὴ ἴσος ἐστὶν ὁ $ΟΠΡ$ κώνος τῷ $ΕΒΖ\Delta$ ῥόμβῳ].
δὲ ὁμοίως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ κώνου σύγκειται
15 τε τῆς τοῦ $ΕΒΖ$ καὶ τῆς μεταξὺ τῶν $ΕΖ$, $ΑΓ$, α
ἡ μὲν τοῦ $ΑΒΓ$ κώνου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ τῇ β
τοῦ $ΜΝΞ$, ἡ δὲ τοῦ $ΕΒΖ$ κώνου ἐπιφάνεια ἴση

δ. περιλημματι supra scripto μ F.

12. ομοιω F.

$\Theta K A$ basim habens superficiei inter $A\Gamma$, EZ positae aequalem, altitudinem autem lineae ab A puncto ad BA uel eandem productam perpendiculari ductae. dico, conum $\Theta K A$ aequalem esse frusto relicto, quod commemorauimus.

ponantur enim duo coni $MN\Xi$, $O\Pi P$. et basis coni $MN\Xi$ aequalis sit superficiei coni $AB\Gamma$, altitudo autem lineae ΔH^1); coni autem $O\Pi P$ basis aequalis sit superficiei coni EBZ , altitudo autem lineae ΔH .²) quoniam autem, ut supra [prop. 19 p. 90, 28], superficies coni $AB\Gamma$ composita est ex superficie coni EBZ et superficie inter EZ , $A\Gamma$ posita, et superficies coni $AB\Gamma$ aequalis est basi coni $MN\Xi$, et superficies coni EBZ aequalis basi coni $O\Pi P$, et superficies inter

1) Uerba sequentia lin. 9—10 subditua esse puto; cfr. p. 91 not. 2.

2) Etiam uerba lin. 12—13, quae per uocabulum $\delta\mu\omega\iota\omega\varsigma$ uerba subditua lin. 9—10 significant, necessario subditua sunt, si illa iure damnauimus.

figura litteras A , H permutat F ; pro O habet C ; praeterea ut prop. 19 om. altitudines conorum.

τῇ βάσει τοῦ $ΟΡΠ$ κώνου, ἡ δὲ μεταξὺ τῶν EZ ,
 ἴση ἐστὶ τῇ βάσει τοῦ $ΘΚΑ$, ἡ ἄρα βάσις τοῦ MN
 ἴση ἐστὶ ταῖς βάσεσιν τῶν $ΟΡΠ$, $ΘΚΑ$. καὶ εἰσιν
 κῶνοι ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος. καὶ ὁ $MNΞ$ ἄρα κῶνος
 5 ἴσος ἐστὶ τοῖς $ΘΚΑ$, $ΟΡΠ$ κώνοις. ἀλλ' ὁ μὲν $MNΞ$
 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $ΑΒΓΔ$ ῥόμβῳ, ὁ δὲ $ΟΡΠ$ κῶνος
 τῷ $ΕΒΔΖ$ ῥόμβῳ. λοιπὸς ἄρα ὁ κῶνος ὁ $ΘΚΑ$ ἴσος
 ἐστὶ τῷ περιλείμματι τῷ λοιπῷ.

κά'.

- 10 Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ ἀρτιόπλευρόν
 τε καὶ ἰσόπλευρον, καὶ διαχθῶσιν εὐθεῖαι ἐπιξεννύ-
 ουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὥστε αὐτὰς πα-
 αλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς
 τοῦ πολυγώνου ὑποτείνουσῶν, αἱ ἐπιξεννύουσαι πᾶσαι
 15 πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν
 λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾷ ἐλάσσονας τῶν
 ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

ἔστω κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἐν αὐτῷ πολύγωνον
 ἐγγεγράφθω τὸ $ΑΕΖΒΗΘΓΜΝΔΑΚ$, καὶ ἐπεξεν-
 20 θῶσαν αἱ EK , $ΖΑ$, $ΒΔ$, $ΗΝ$, $ΘΜ$. δῆλον δὴ, ὅτι
 παράλληλοί εἰσιν τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου
 ὑποτείνουσῃ. λέγω οὖν, ὅτι αἱ εἰρημέναι πᾶσαι πρὸς
 τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τὴν $ΑΓ$ τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχουσι τῷ τῆς $ΓΕ$ πρὸς $ΕΑ$.

- 25 ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ ZK , $ΑΒ$, $ΗΔ$, $ΘΝ$. πα-
 ράλληλος ἄρα ἡ μὲν ZK τῇ $ΕΑ$, ἡ δὲ $ΒΔ$ τῇ ZK
 καὶ ἔτι ἡ μὲν $ΔΗ$ τῇ $ΒΔ$, ἡ δὲ $ΘΝ$ τῇ $ΔΗ$, καὶ

7. $ΕΒΖΔ$ Torellius.
 F habet $Δ$, sed expunctum.

8. περιλείμματι F.

19. Post

27. $ΔΗ$ (alt.) in rasura F.

$Z, \Delta\Gamma$ posita aequalis basi con $\Theta K\Lambda$, basis igitur
si $MN\Xi$ aequalis est basibus conorum $O\Pi P, \Theta K\Lambda$.
coni eandem altitudinem habent. itaque etiam conus

$$MN\Xi = \Theta K\Lambda + O\Pi P \text{ [p. 93 not. 1].}$$

et $MN\Xi = AB\Gamma\Delta$ [prop. 18], et $O\Pi P = EB\Delta Z$
[prop. 18] [itaque $AB\Gamma\Delta = \Theta K\Lambda + EB\Delta Z$. au-
ratur, qui communis est rhombus $EB\Delta Z$]. erit
igitur, qui relinquitur, cónus $\Theta K\Lambda$ aequalis frusto re-
cto [Eucl. I $\kappa\omicron\iota\nu$. $\epsilon\nu\nu$. 3].

XXI.

Si circulo polygonum inscribitur aequilaterum, cuius
lata paria sunt numero, et ducuntur lineae angulos¹⁾
polyg γ ni coniungentes, ita ut parallelae sint cuius
libet e α rum sub duo latera subtendentium polyg γ ni, omnes
simul lineae coniungentes ad diametrum circuli eam
habent rationem, quam habet linea subtendens sub
libet e α rum polyg γ ni uno pauciora, quam dimidius numerus
libet e α rum est, ad latus polyg γ ni.

Si sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et ei inscribatur polygonum
 $EZBH\Theta\Gamma MN\Delta\Lambda K$, et ducantur lineae $EK, Z\Lambda,$
 $\Lambda\Delta, HN, \Theta M$. adparet igitur, eas parallelas esse
lineae sub duo latera polyg γ ni subtendenti.²⁾ iam dico,
omnes simul lineas, quas commemorauimus, ad dia-
metrum circuli rationem habere, quam ΓE ad $E\Lambda$.

ducantur enim lineae $ZK, \Lambda B, H\Delta, \Theta N$. parallela
igitur linea ZK est lineae $E\Lambda$,³⁾ $B\Lambda$ lineae ZK , et

1) Archimedes pro $\pi\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}\varsigma$ lin. 12 fortasse scripserat $\gamma\omega\mu\acute{\alpha}\varsigma$; Quaest. Arch. p. 76.

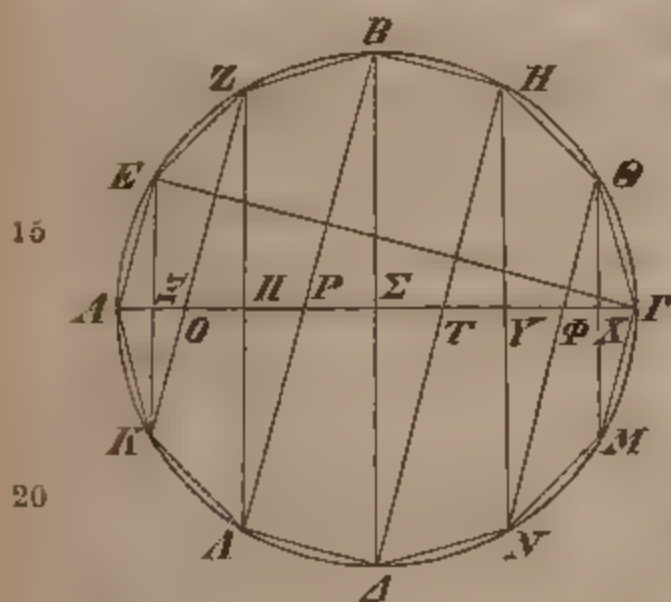
2) Nam quia arcus $K\Lambda, EZ$ aequales sunt, erit

$$\angle EKZ = KZ\Lambda \text{ (Eucl. III, 27);}$$

itaque $EK \neq \Lambda Z$ (Eucl. I, 28), et eodem modo in ceteris.

3) Quia arcus $K\Lambda = EZ$, erit $\angle \Lambda EK = EKZ$ (Eucl. III,

ΓΜ τῇ ΘΝ. [καὶ ἐπεὶ δύο παραλλήλοι εἰσιν αἱ ΕΚΖ, καὶ δύο διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΕΚ, ΑΟ] ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, ὁ ΚΞ πρὸς ΞΟ· ὡς δ' ἡ Κ πρὸς ΞΟ, ἡ ΖΠ πρὸς ΠΟ, ὡς δὲ ἡ ΖΠ πρὸς Π
 5 ἡ ΔΠ πρὸς ΠΡ, ὡς δὲ ἡ ΔΠ πρὸς ΠΡ, οὕτως ΒΣ πρὸς ΣΡ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΒΣ πρὸς ΣΡ, ΔΣ πρὸς ΣΤ, ὡς δὲ ἡ ΔΣ πρὸς ΣΤ, ἡ ΗΤ πρὸς ΓΤ, καὶ ἔτι, ὡς ἡ μὲν ΗΤ πρὸς ΤΤ, ἡ ΝΤ πρὸς ΤΦ, ὡς δὲ ἡ ΝΤ πρὸς ΤΦ, ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, καὶ ἔτι, ὡς μὲν
 10 ἡ ΘΧ πρὸς ΧΦ, ἡ ΜΧ πρὸς ΧΓ [καὶ πάντα ἄρα



πρὸς πάντα ἐστίν, ὡς εἰς τῶν λόγων πρὸς ἓνα]. ὡς ἄρα ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως αἱ ΕΚ, ΖΑ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον. ὡς δὲ ἡ ΕΞ πρὸς ΞΑ, οὕτως ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ. ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ ΓΕ πρὸς ΕΑ, οὕτω πα
 15 20 σαι αἱ ΕΚ, ΖΑ, ΒΔ, ΗΝ, ΘΜ πρὸς τὴν ΑΓ διάμετρον.

καὶ β'.

25 Ἐὰν εἰς τμήμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους ἀχθῶσιν δὲ εὐθεῖαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος τὰς πλευρὰς ἐπιξενγνύουσai τοῦ πολυγώνου, αἱ ἀχθεῖσαι παῖσαι καὶ ἡ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ

2. ΑΟ] ΑΘ F; corr. B man. 2*. 3. δ'] FBC*; δέ uulgo.

porro ΔH lineae BA , ΘN lineae ΔH , ΓM lineae ΘN .
est igitur [Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXIV p. 178
nr. 1]:

$$E\Xi : \Xi A = K\Xi : \Xi O;$$

sed

$$\begin{aligned} K\Xi : \Xi O &= Z\Pi : \Pi O \text{ [Eucl. VI, 4]} \\ &= \Delta\Pi : \Pi P \text{ [id.]} = B\Sigma : \Sigma P \text{ [id.]} \end{aligned}$$

porro

$$B\Sigma : \Sigma P = \Delta\Sigma : \Sigma T \text{ [id.]} = HT : \Upsilon T \text{ [id.]}.$$

porro

$$HT : \Upsilon T = NT : \Upsilon\Phi = \Theta X : X\Phi = MX : X\Gamma \text{ [id.]}.$$

itaque

$$E\Xi : \Xi A = EK + ZA + B\Delta + HN + \Theta M : A\Gamma$$

[Eucl. V, 12]. sed $E\Xi : \Xi A = \Gamma E : EA$ [Eucl. VI, 4].

itaque etiam

$$\Gamma E : EA = EK + ZA + B\Delta + HN + \Theta M : A\Gamma.$$

XXII.

Si segmento circuli polygonum inscribitur latera
praeter basim aequalia et paria numero habens, et
ducuntur lineae basi segmenti parallelae angulos¹⁾
coniungentes, omnes simul lineae ductae cum dimidia
basi ad altitudinem segmenti eandem rationem habent,

27); quare $ZK \neq EA$ (Eucl. I, 28); eodem modo sequentia de-
monstrabuntur.

1) U. p. 97 not. 1.

8. ΥT] Υ h. l. et postea saepius in rasura F (lin. 8, 9 septies).

10. $X\Gamma$] X in rasura F. 12. $\epsilon\iota\varsigma$] om. FCB (man. 2 ex $\acute{\omega}\varsigma$

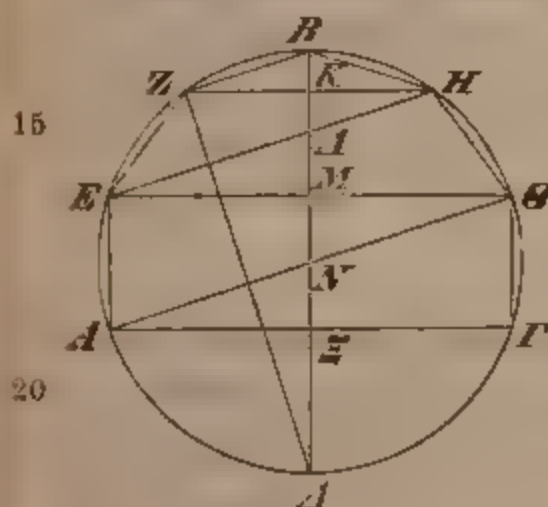
fecit $\epsilon\iota\varsigma$)*. 19. $\eta\ \Gamma E$] η om. F. $\xi\sigma\tau\alpha\iota$ per comp. F. 24.

$\kappa\gamma'$ F; $\kappa\beta'$ Eutocius ad prop. 35. 26. $\epsilon\chi\omega\nu$ F; corr. Riualtus.

27. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] $\alpha\iota\ \tau\alpha\varsigma$ F; corr. ed. Basil. 29. η addidi; om. F, uulgo.

τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἡ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἐπιζευγνυμένη πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

εἰς γὰρ κύκλον τὸν $ΑΒΓ$ διήχθω τὶς εὐθεῖα ἡ $ΑΓ$,
 5 καὶ ἐπὶ τῆς $ΑΓ$ πολύγωνον ἐγγεγράφθω εἰς τὸ $ΑΒΓ$
 τμήμα ἄρτιόπλευρόν τε καὶ ἴσας ἔχον τὰς πλευρὰς χωρὶς
 τῆς βάσεως τῆς $ΑΓ$ · καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, αἱ
 εἰσὶν παράλληλοι τῇ βάσει τοῦ τμήματος. λέγω, ὅτι ἐστὶν
 ὡς αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, $ΑΞ$ πρὸς $ΒΞ$, οὕτως ἡ $ΔΖ$ πρὸς $ΖΒ$.
 10 πάλιν γὰρ ὁμοίως ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΗΕ$, $ΑΘ$ · παρ
 ἄλληλοι ἄρα εἰσὶν τῇ $ΒΖ$ · διὰ δὲ ταῦτά ἐστιν, ὡς ἡ
 $ΚΖ$ πρὸς $ΚΒ$, ἢ τε $ΗΚ$ πρὸς $ΚΑ$, καὶ ἡ $ΕΜ$ πρὸς



$ΜΑ$, καὶ ἡ $ΜΘ$ πρὸς $ΜΝ$,
 καὶ ἡ $ΞΑ$ πρὸς $ΞΝ$ [καὶ
 ὡς ἄρα πάντα πρὸς πάντα,
 εἰς τῶν λόγων πρὸς ἓνα]. ὡς
 ἄρα αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, $ΑΞ$ πρὸς
 $ΒΞ$, οὕτως ἡ $ΖΚ$ πρὸς $ΚΒ$.
 ὡς δὲ ἡ $ΖΚ$ πρὸς $ΚΒ$,
 οὕτως ἡ $ΔΖ$ πρὸς $ΖΒ$. ὡς
 ἄρα ἡ $ΔΖ$ πρὸς $ΖΒ$, οὕτως
 αἱ $ΖΗ$, $ΕΘ$, $ΑΞ$ πρὸς $ΒΞ$.

κγ'.

Ἐστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ
 25 ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ
 πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρεῖσθω ὑπὸ τετραδὸς·
 αἱ δὲ $ΑΓ$, $ΔΒ$ διαμέτροι ἔστωσαν. ἔαν δὲ μενούσης
 τῆς $ΑΓ$ διαμέτρου περιενεχθῇ ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλος ἔχων

am linea a diametro circuli ad latus polygoni ducta
latus polygoni.

ducatur enim in circulo $AB\Gamma$ linea recta $A\Gamma$, et
per lineam $A\Gamma$ polygonum latera praeter basim $A\Gamma$
equalia et paria numero habens segmento $AB\Gamma$ in-
scribatur. et ducantur ZH , $E\Theta$, quae parallelae sunt
cuius segmenti [p. 97 not. 2]. dico esse

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = AZ : ZB.$$

ursus enim, ut supra [p. 96, 25], ducantur lineae HE ,
 $E\Theta$; parallelae igitur sunt lineae BZ [p. 97 not. 3].
idem de causa, qua supra [p. 99, 2 sq.], erit

$$AZ : KB = HK : KA = EM : MA = M\Theta : MN = EA : EN.^1)$$

haque

$$ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi = ZK : KB \text{ [Eucl. V, 12].}$$

sed

$$ZK : KB = AZ : ZB \text{ [Eucl. VI, 4].}$$

quare erit

$$AZ : ZB = ZH + E\Theta + A\Xi : B\Xi.$$

XXIII.

Sit in sphaera $AB\Gamma\Delta$ circulus maximus, et ei in-
scribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum nu-
merus per quattuor diuidi possit. lineae autem $A\Gamma$,
 ΔB diametri sint [inter se perpendiculares].²⁾ si igitur
manente diametro $A\Gamma$ circulus $AB\Gamma\Delta$ cum polygono
circumuoluitur, adparet, ambitum eius per superficiem

1) Uerba sequentia lin. 14—16 Archimedis non sunt; cfr.
p. 98, 10; Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

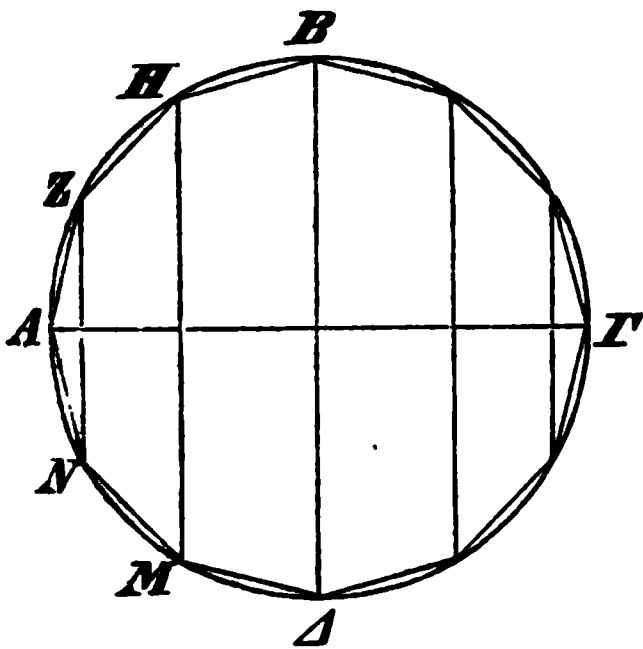
2) Hic Archimedes uix omiserat: πρὸς ὁρθὰς ἀλλήλαις
lin. 27, quae uerba Nizzius addi uoluit.

τὸ πολυγώνον, δῆλον, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ
κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται, αἱ δὲ
τοῦ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς A, Γ
σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν ἐνεχθήσονται ἐν
5 τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς
τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον. διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται αἱ
ἐπιξευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου παρὰ τὴν
 $B\Delta$ οὖσαι. αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατὰ τινων
κῶνων ἐνεχθήσονται, αἱ μὲν AZ, AN κατ' ἐπιφανείας
10 κῶνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν
 ZN , κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον· αἱ δὲ ZH, MN κατὰ
τινος κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἥς βάσις μὲν
ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν HM , κορυφὴ δὲ τὸ
σημεῖον, καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ $ZH,$
15 MN ἀλλήλαις τε καὶ τῇ AG · αἱ δὲ $BH, M\Delta$ πλευ-
ραὶ κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας οἰσθήσονται, ἥς βάσις
μὲν ἔστιν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν $B\Delta$ ὀρθὸς
πρὸς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον, καθ'
ὃ συμβάλλουσιν ἐκβαλλόμεναι αἱ $BH, \Delta M$ ἀλλήλαις
20 τε καὶ τῇ GA . ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμι-
κυκλίῳ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται
πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δὴ τι σχῆμα ἐγγεγραμ-
μένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περι-
εχόμενον τῶν προειρημένων, οὗ ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων
25 ἔσται τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

διαιρεθείσης γὰρ τῆς σφαίρας ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου
τοῦ κατὰ τὴν $B\Delta$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον ἡ

5. τῆς] τη F ὀρθον F; corr. ed. Bas 9. AZ] $A\Xi$
F. 10. οὗ] ὁ F C* τήν] τη F; corr. B. 13. HM] MH
ed. Basil, Torellius. 14. συμβαλουσιν F. ἐκβαλλόμεναι]
altero 1 supra scripto F. 20. αἱ] addidi; om. F, vulgo.

sphaerae circumuolutum iri, angulos autem polygoni praeter angulos ad A , Γ puncta positos per ambitus circulorum in superficie sphaerae descriptorum et ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendiculararium. et diametri eorum erunt lineae angulos polygoni coniungentes lineae $B\Delta$ parallelae. latera autem polygoni per conos quosdam circumuoluentur, AZ , AN latera per superficiem coni, cuius basis est circulus circum diametrum ZN descriptus, uertex autem A punctum, latera uero ZH , MN per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum diametrum HM descriptus, uertex autem punctum, in quo ZH , MN lineae productae et sibi in uicem et lineae $A\Gamma$ concurrunt; latera autem BH , $M\Delta$ per superficiem conicam circumuoluentur, cuius basis est circulus circum $B\Delta$ diametrum descriptus ad $AB\Gamma\Delta$ circulum perpendi-



cularis, uertex autem punctum, in quo BH , ΔM lineae productae et sibi in uicem et lineae ΓA concurrunt. eodem modo etiam latera in altero semicirculo posita rursus per superficies conicas circumuoluentur his similes. itaque in sphaera figura inscripta erit comprehensa per su-

perfaces conicas, quas commemorauimus, cuius superficies minor erit superficie sphaerae.

secta enim sphaera plano in linea $B\Delta$ posito ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari superficies alterius

ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου ἡμισφαιρίου καὶ ἡ ἐπιφάνεια
 τοῦ σχήματος τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὰ αὐτὰ
 πέρατα ἔχουσιν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν
 ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν τοῦ κύκλου ἡ περιφέρεια τοῦ
 5 περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον·
 καὶ εἰσιν ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ περιλαμ-
 βάνεται αὐτῶν ἡ ἕτερα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ
 τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ. ὁμοίως
 δὲ καὶ τοῦ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ σχήματος ἡ ἐπι-
 10 φάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας.
 καὶ ὅλη οὖν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος τοῦ ἐν τῇ
 σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

κδ'.

Ἡ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν
 15 ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύ-
 νηται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς πλευρᾶς τοῦ σχή-
 ματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξενυγνούσαις τὰς
 πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑπὸ τετραδὸς μετρούμενας καὶ
 παραλλήλοις οὔσαις τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου
 20 ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἐν
 αὐτῷ πολύγωνον ἐγγεγράψθω ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευ-
 ραὶ ὑπὸ τετραδὸς μετροῦνται· καὶ ἀπὸ τοῦ πολυγώ-
 νου τοῦ ἐγγεγραμμένου νοείσθω τι εἰς τὴν σφαῖραν
 25 ἐγγραφὲν σχῆμα, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ EZ , $HΘ$, $ΓΔ$,
 $ΚΑ$, MN παράλληλοι οὔσαι τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑπο-

9. τοῦ ἐν τῷ] scripsi; του FC*; τοῦ ἐν B*, ed. Basil., Torellius.
 18. ὑπὸ τετραδὸς μετρούμενας] scripsi; τετραγώνους F, vulgo; del.
 Hauber, Nizze; (τετραπλεύρη) ed. Basil.; τετρακώλου censor
 lenensis; ὡς τετραπλευρας γένεσθαι Torellius. 19. παραλλη-

hemisphaerii et superficies figurae hemisphaerio inscriptae eisdem terminos habent in uno plano (utrumque in superficie terminum habet ambitum circuli circummetrum $B\Delta$ descripti ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendicularis), et utraque in eandem partem caua est, et una ab altera comprehenditur superficie et superficie eadem eisdem, quos illa, terminos habenti.¹⁾ eodem modo etiam figurae alteri hemisphaerio inscriptae superficies minor est superficie hemisphaerii. itaque etiam tota superficies figurae sphaerae inscriptae minor est superficie sphaerae.

XXIV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae aequalis est circulo, cuius radius quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur latere figurae et linea aequali omnibus simul lineis iungentibus angulos²⁾ polygoni, quoniam numerus per quattuor diuidi possit, et parallelis rectae sub duo latera polygoni subtendenti.

Si sit in sphaera circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei inscribatur polygonum aequilaterum, cuius laterum numerus³⁾ per quattuor diuidi possit. et in polygono inscripto fingatur figura inscripta sphaerae, et iungantur lineae EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $K\Lambda$, MN parallelae

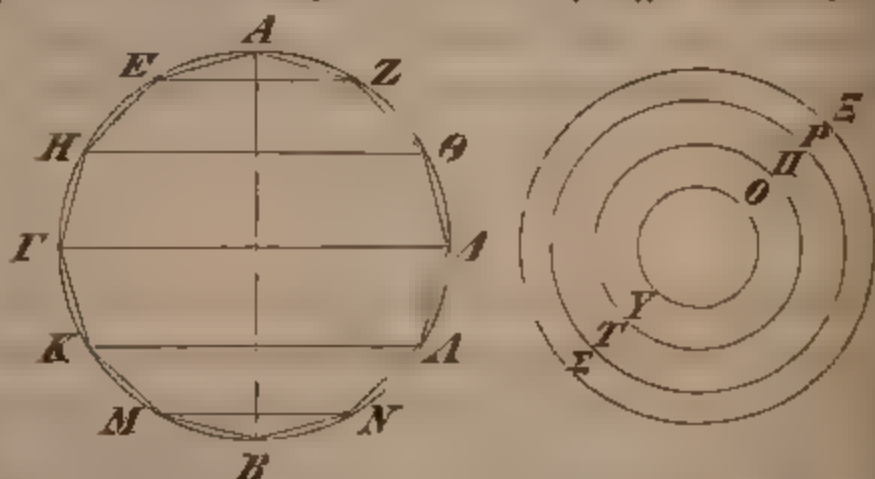
1) Quare superficies figurae inscriptae minor est superficie sphaerae ($\lambda\alpha\mu\beta$. 4 p. 10). nec Archimedes hoc praetermiserat; cfr. Quaest. Arch. p. 73.

2) Cfr. p. 97 not. 1.

3) Archimedem puto scripsisse lin. 22—23: οὐ τὸ πλεῖθος τῶν πλευρῶν μετρείσθω ὑπὸ τετραδος; Quaest. Arch. p. 76.

τεινούσῃ εὐθείᾳ. κύκλος δέ τις ἐκκείσθω ὁ Ξ , οὗ ἡ
ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς
 AE καὶ τῆς ἴσης ταῖς EZ , $H\Theta$, ΓA , KA , MN . λέγω
ὅτι ὁ κύκλος οὗτος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ εἰς
δ τὴν σφαῖραν ἐγγραφομένου σχήματος.

ἐκκείσθωσαν γὰρ κύκλοι οἱ O , Π , P , Σ , T , Γ .
καὶ τοῦ μὲν O ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ περι-
εχόμενον ὑπὸ τε τῆς EA καὶ τῆς ἡμισείας τῆς EZ ,



ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Π δυνάσθω τὸ περιεχόμενον
10 ὑπὸ τε τῆς EA καὶ τῆς ἡμισείας τῶν EZ , $H\Theta$, ἡ δὲ
ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ P δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
τῆς EA καὶ τῆς ἡμισείας τῶν $H\Theta$, ΓA , ἡ δὲ ἐκ τοῦ
κέντρου τοῦ Σ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς
 EA καὶ τῆς ἡμισείας τῶν ΓA , KA , ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέν-
15 τρου τοῦ T δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς AE
καὶ τῆς ἡμισείας τῶν KA , MN , ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου
τοῦ Γ δυνάσθω τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς AE καὶ
τῆς ἡμισείας τῆς MN . διὰ δὲ ταῦτα ὁ μὲν O κύκλος
ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ AEZ κώνου, ὁ δὲ Π τῇ
20 ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξύ τῶν EZ , $H\Theta$, ὁ δὲ
 P τῇ μεταξύ τῶν $H\Theta$, ΓA , ὁ δὲ Σ τῇ μεταξύ τῶν

1. δέ] scripsi; δη F, uulgo.

6. T] in rasura F.

sub latera subtendenti. ponatur autem circulus Ξ , radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod AE et linea omnibus simul lineis EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, MN aequali continetur. dico, hunc circulum idem esse superficiei figurae sphaerae inscriptae. conantur enim circuli O , Π , P , Σ , T , Υ , et radius li O quadratus aequalis sit rectangulo, quod conatur linea EA et dimidia linea EZ , radius autem li Π quadratus aequalis sit rectangulo, quod conatur linea EB et dimidia parte linearum EZ , $H\Theta$, radius autem circuli P quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea EA et dimidia parte linearum $H\Theta$, continetur, radius autem circuli Σ quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea EA et dimidia parte linearum $\Gamma\Delta$, KA continetur, radius autem circuli T quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea EA et dimidia parte linearum KA , MN continetur, radius autem circuli Υ quadratus aequalis sit rectangulo, quod linea AE et dimidia linea MN continetur. quare circulus O aequalis est superficiei coni AEZ [p. 14], Π circulus aequalis superficiei conicae inter EA et $H\Theta$ lineas positae, P circulus superficiei inter EA et $\Gamma\Delta$ positae, Σ superficiei inter $\Delta\Gamma$, KA positae, T superficiei inter KA , MN positae¹⁾, Υ circulus

1) Haec omnia sequuntur ex prop. 16, quia aequalia sunt areae polygoni.

$\Delta\Gamma$, $ΚΛ$ · καὶ ἔτι ὁ μὲν T ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ 1
 κώνου τῇ μεταξὺ τῶν $ΚΛ$, MN · ὁ δὲ T τῇ 1
 MBN κώνου ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστίν. οἱ πάντες ἂ
 κύκλοι ἴσοι εἰσὶν τῇ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐ
 5 φανείᾳ. καὶ φανερόν, ὅτι αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν
 Π , P , Σ , T , Γ κύκλων δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
 τῆς AE καὶ δις τῶν ἡμίσεων τῆς EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, K
 MN , αἱ ὅλαι εἰσὶν αἱ EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $ΚΛ$, MN .
 ἄρα ἐκ τῶν κέντρων τῶν O , Π , P , Σ , T , Γ κύκλ
 10 δύνανται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς AE καὶ πασ
 τῶν EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, $ΚΛ$, MN . ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τ
 κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς AE 1
 τῆς συγκειμένης ἐκ πασῶν τῶν EZ , $H\Theta$, $\Gamma\Delta$, K
 MN . ἡ ἄρα ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ Ξ κύκλου δύνα
 15 τὰ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν κέντρων τῶν O , Π , P , Σ , T ,
 κύκλων. καὶ ὁ κύκλος ἄρα ὁ Ξ ἴσος ἐστὶ τοῖς O ,
 P , Σ , T , Γ κύκλοις. οἱ δὲ O , Π , P , Σ , T , Γ κύκ
 ἀπεδείχθησαν ἴσοι τῇ εἰρημένῃ τοῦ σχήματος ἐπι
 νείᾳ. καὶ ὁ Ξ ἄρα κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφαν
 20 τοῦ σχήματος.

κε'.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν
 ἐπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανει
 ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλ
 25 τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, καὶ

6. δύναται F; corr. BC*. 8. ὅλαι] scripsi cum I
 ολοι F, vulgo. $\Gamma\Delta$] om. F; corr. Torellius. 12 δύναται
 ν expuncto, FC*. 15. τὰ ἀπὸ τῶν] scripsi; τας F, vul
 19. ἄρα] om. F.

superficiei coni MBN .¹⁾ quare omnes simul circuli aequales sunt superficiei figurae inscriptae. et adaret, radios circulorum $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ quadratos aequales esse rectangulo, quod continetur linea AE et dimidiis lineis $EZ, H\Theta, \Gamma\Delta, K\Lambda, MN$ bis sumptis, quae aequales sunt ipsis lineis $EZ, H\Theta, \Gamma\Delta, K\Lambda, MN$. itaque radii circulorum $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ quadrati

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN).$$

et etiam radius circuli Ξ quadratus

$$= AE \times (EZ + H\Theta + \Gamma\Delta + K\Lambda + MN)$$

ex hypothesi]. radius igitur circuli Ξ quadratus aequalis est radiis circulorum $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ quadratis. quare etiam²⁾

$$\Xi = O + \Pi + P + \Sigma + T + \Upsilon.$$

ad demonstratum est, circulos $O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon$ aequales esse figurae superficiei, quam commemorauimus. itaque etiam conus Ξ aequalis erit superficiei figurae.

XXV.

Superficies figurae sphaerae inscriptae, quae per superficies conicas continetur³⁾, minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

sit sphaerae circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et ei in-

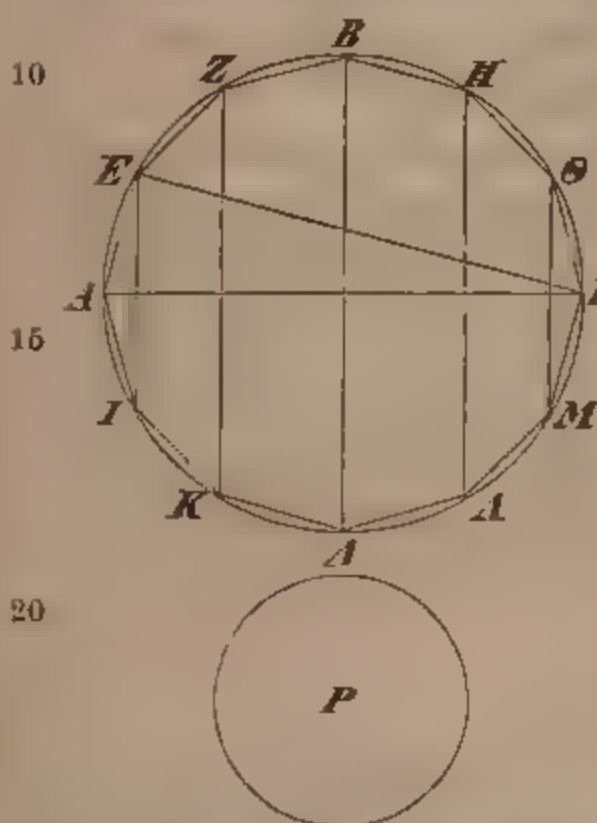
1) Sequitur ex prop. 14, quia $EA = MB$.

2) Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

3) Archimedes uix h. l. et p. 110, lin. 3 dixerat, superficiem figurae per superficies conicas comprehendi, cum hoc de ipsa figura dicendum esset. scripsit fortasse lin. 23: τοῦ περιεχόμενου et lin. 3: νοείσθω σχῆμα ὑπὸ . . . περιεχόμενον.

αὐτῷ ἐγγεγράφθω πολύγωνον [ἄρτιόγωνον] ἰσόπλευρον, οὗ αἱ πλευραὶ ὑπὸ τετραδὸς μετροῦνται. καὶ ἀπὸ αὐτοῦ νοείσθω ἐπιφάνεια ἡ ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχομένη. λέγω, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγράφτου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαι τοῦ πολυγώνου αἱ EI , ΘM , καὶ ταύταις παρά-



ληλοι αἱ ZK , ΔB , HA , ΘM . ἐκκείσθω δέ τις κύκλος ὁ P , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ὑπὸ τῆς $E\Gamma$ καὶ τῆς ἰσῆς πᾶσαις ταῖς ΓEI , ZK , $B\Delta$, HA , ΘM διὰ δὴ τὸ προδειχθῆναι ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ ἰσὴ πᾶσαις ταῖς EI , ZK , $B\Delta$, HA , ΘM πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου τὴν AG , οὕτως ἡ Γ πρὸς EA , τὸ ἄρα ὑπὸ

τῆς ἰσῆς πᾶσαις ταῖς εἰρημέναις καὶ τῆς EA , τοῦτο ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ P κύκλου ἴσον ἐστὶν τῷ ὑπὸ τῶν AG , ΓE . ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ AG , ΓE ἐλασσόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς AG . ἐλασσὸν ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ P τοῦ

2. ἀπ'] scripsi; επ' F, uolgo.
occurrit compendium huius uerbi in F.

27. ἴσον] hic prima
28. ἐλασσων F.

etur polygonum¹⁾ aequilaterum, cuius laterum
rus²⁾ per quattuor diuidi possit. et fingatur su-
cies inde orta, quae per superficies conicas com-
enditur.³⁾ dico, superficiem polygoni inscripti mi-
n esse quam quadruplo maiorem circulo maximo
erae.

ducantur enim lineae sub duo latera polygoni subten-
es, EI , ΘM , et iis parallelae lineae ZK , $B\Delta$, HA .
tur autem circulus P , cuius radius quadratus aequa-
sit rectangulo, quod linea EA et linea aequali
in omnibus EI , ZK , $B\Delta$, HA , ΘM continetur.
ne propter ea, quae antea demonstrauius [prop.
circulus aequalis est superficiei figurae, quam
memorauius. et quoniam demonstratum est, li-
in omnibus lineis EI , ZK , $B\Delta$, HA , ΘM aequa-
ad diametrum circuli $A\Gamma$ eam habere rationem,
in ΓE ad EA [prop. 21], erit

$$EA \times (EI + ZK + B\Delta + HA + \Theta M),$$

radius circuli P quadratus [ex hypothesi],

$$= A\Gamma \times \Gamma E \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

$$A\Gamma \times \Gamma E < A\Gamma^2 \text{ [Eucl. III, 15].}$$

que radius circuli P quadratus $< A\Gamma^2$ [et radius
culi $P < A\Gamma$. quare etiam diameter circuli P minor

1) ἀρτιόγωνον lin. 1 delendum est, quia lin. 1—2 repugnat,
quia desideratur καί ante ἰσόπλευρον; ἰσογώνιόν τε καί Nizze.

2) Cfr. p. 105 not. 3.

3) P. 109 not. 3.

ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ [ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν ἢ ἐκ τοῦ κέντρου
 τοῦ P τῆς $ΑΓ$. ὥστε ἡ διάμετρος τοῦ P κύκλου ἐλάσ-
 σων ἐστὶν ἢ διπλασία τῆς διαμέτρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύ-
 κλου, καὶ δύο ἄρα τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου διάμετροι
 5 μείζους εἰσὶ τῆς διαμέτρου τοῦ P κύκλου, καὶ τὸ τε-
 τράκις ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου, τοιτ-
 τέστι τῆς $ΑΓ$, μείζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς τοῦ P κύκλου
 διαμέτρου. ὥς δὲ τὸ τετράκις ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ τῆς τοῦ P κύκλου διαμέτρου, οὕτως τέσσαρες
 10 κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ πρὸς τὸν P κύκλον. τέσσαρες ἄρα
 κύκλοι οἱ $ΑΒΓΔ$ μείζους εἰσὶν τοῦ P κύκλου]. ὁ ἄρα
 κύκλος ὁ P ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος τοῦ με-
 γίστου κύκλου. ὁ δὲ P κύκλος ἴσος ἐδείχθη τῇ εἰρη-
 μένῃ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἡ ἄρα ἐπιφάνεια τοῦ
 15 σχήματος ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

κς'.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι τῷ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἴσος ἐστὶν
 20 κῶνος οὗ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπι-
 φανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ,
 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ
 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένην.

ἔστω ἡ σφαῖρα καὶ ὁ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ
 25 $ΑΒΓΔ$, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τῷ πρότερον. ἔστω δὲ
 κῶνος ὀρθὸς ὁ P βάσιν μὲν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ
 σχήματος τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ
 ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευ-
 ρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένην. δεικτέον, ὅτι ὁ

9. τέσσαρες] altero σ supra scripto F.

19. ἴσος] per

quam duplo maior diametro circuli $AB\Gamma\Delta$ ¹⁾, et $\Gamma^2 >$ quadratum diametri circuli P . sed ut $4\Delta\Gamma^2$ quadratum diametri circuli P , ita quattuor circuli $\Gamma\Delta$ ad circulum P [Eucl. XII, 2]. itaque quattuor circuli $AB\Gamma\Delta$ maiores sunt circulo P . circulus igitur minor est quam quadruplo maior circulo imo. sed demonstratum est, circulum P aequalem superficiei figurae, quam commemorauimus. quare superficies figurae minor est quam quadruplo maior circulo maximo sphaerae.

XXVI.

Figurae sphaerae inscriptae per superficies conicas comprehensae aequalis est conus basim habens circuli superficiei figurae sphaerae inscriptae aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari ductae.

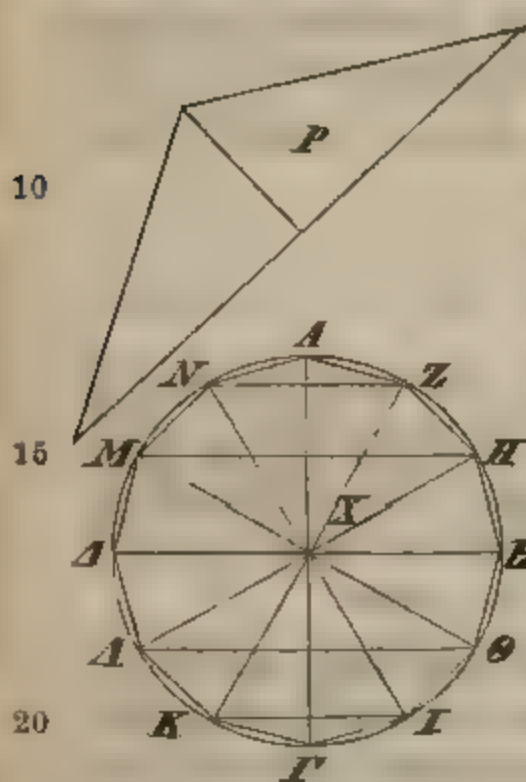
sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et in ea eodem modo, quo supra [prop. 25]. sit autem conus rectus P basim habens superficiem figurae sphaerae inscriptae, altitudinem autem aequalem lineae a centro sphaerae ad latus polygoni perpendiculari duc-

1) Uerba sequentia lin. 4—5 damnauit Quaest. Arch. p. 74, sed adparet, Archimedis manum nondum restitutam esse; demonstratio enim sic quoque longis ambagibus laborat. putarim, totum locum lin. 1: ἐλάσσων ἄρα — lin. 11: τοῦ P κύβου subditium esse.

comp. F, ut lin. 22. 26. τὴν ἐπιφάνειαν] ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ, ed. Basil., Torellius. 28. ἴσον] per comp. F, ut p. 114 lin. 1; 22; 25.

κῶνος ὁ P ἴσος ἐστὶν τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι.

ἀπὸ γὰρ τῶν κύκλων, ὧν εἰσι διαμέτροι αἱ ZN , HM , ΘA , IK , κῶνοι ἀναγεγράφθωσαν κορυφὴν ἔχον-
 5 τες τὸ τῆς σφαίρας κέντρον. ἔσται δὲ ῥόμβος στερεὸς
 ἐκ τε τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ἐστὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ



τὴν ZN , κορυφὴ δὲ τὸ A σημεῖον, καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ αὐτὸς κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ X σημεῖον. καὶ ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ NAZ , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X καθέτω ἡγμένη. πάλιν δὲ καὶ τὸ περιλειμ- μένον τοῦ ῥόμβου τὸ περι-
 10 15 20 εχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς ZN , HM καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κώνων

τοῦ τε ZNX καὶ τοῦ HMX ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βά-
 σιν μὲν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ
 τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς MH , ZN ,
 25 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ τὴν ZH καθέτω
 ἡγμένη· δέδεικται γὰρ ταῦτα. ἔτι δὲ καὶ τὸ περιλει-
 πόμενον τοῦ κώνου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπι-
 φανείας τοῦ κώνου τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι-
 πέδων τῶν κατὰ τὰς HM , $B\Delta$ καὶ τῆς ἐπιφανείας

4. ἀναγεγράφθωσαν F. 6. τοῦ] addidi; om. F, vulgo.
 ἐστὶ] ἐστὶ per comp. F; corr. Torellius. 10. καὶ] om. F.

demonstrandum est, conum P aequalem esse figuram sphaerae inscriptae.

construantur enim in circulis, quorum diametri sunt ZN , HM , ΘA , IK , coni uerticem habentes centrum sphaerae. erit igitur rhombus solidus ex cono, cuius basis est circulus circum ZN diametrum descriptus, uertex autem punctum A , et cono, cuius basis est idem circulus, uertex autem X punctum, compositus.¹⁾ et erit aequalis cono basim habenti superficiem in NAZ , altitudinem autem aequalem lineae a X puncto [ad lineam AZ] perpendiculari ductae [prop. 18]. rursus autem frustum rhombi²⁾ relictum, quod est superficiei coni inter plana parallela in lineis ZN , HM posita et superficiei conorum ZNX , HMX continetur, quod aequale est cono basim habenti aequalem superficiei in inter plana parallela in lineis MH , ZN posita, altitudinem autem aequalem lineae a X puncto ad ZH eam perpendiculari ductae [prop. 20]. praeterea frustum relictum coni³⁾, quod superficiei coni inter plana parallela in lineis HM , $B\Delta$ posita et superficiei in MHX et circulo circum diametrum $B\Delta$ descripto

1) Desideratur: *συνκεείμενος*; nam *ἔσται* lin. 5 idem fere est, sed *γενήσεται*.

2) Hic rhombus oritur productis lineis MN , ZH , donec concurrunt, et continetur lineis MN , ZH productis et lineis X , XH .

3) Qui oritur lineis $M\Delta$, HB productis, donec concurrunt.

π. Torellius. 14. Post τοῦ X add. Torellius: *ἐπὶ τὴν AZ . περιελημμενον* F. 20. τὰς ZN , HM] *τὴν $ZNHM$* F;

π. Torellius. 24. MH , ZN] scripsi; $MNZH$ F, uulgo; N , HM Torellius. In figura A et I permutat F, et pro X habet K . 27. τὸ περιεχόμενον] scripsi; *τον περιεχομενον* F, uulgo. 28. τῆς] *τη* F.

τοῦ MHX κώνου καὶ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον
 τὴν BA ἴσον τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν
 κατὰ τὰς HM , BA , ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ X ἐπὶ
 5 τὴν BH καθέτῳ ἡγμένη. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ
 ἡμισφαίριῳ ὃ τε δόμβος ὁ $XKGI$ καὶ τὰ περιλείμματα
 τῶν κώνων ἴσα ἔσται τοσοῦτοις καὶ τηλικούτοις κώνοις,
 ὅσοι καὶ πρότερον ἐρρήθησαν. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλον
 τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ ἴσον ἐστὶν
 10 πᾶσιν τοῖς εἰρημένοις κώνοις. οἱ δὲ κῶνοι ἴσοι εἶσιν
 τῷ P κώνῳ, ἐπειδὴ ὁ P κῶνος ὕψος μὲν ἔχει ἐκάστῳ
 ἴσον τῶν εἰρημένων κώνων, βάσιν δὲ ἴσην πάσαις ταῖς
 βάσεσιν αὐτῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐγ-
 γεγραμμένον ἴσον ἐστὶν τῷ ἐκκειμένῳ κώνῳ.

15

κζ'.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περι-
 εχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν ἑλασσύν-
 ἐστιν ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχον-
 τος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος
 20 δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ [ὁ] γινόμενος κῶνος ἴσος τῷ σχήματι
 τῷ ἐγγεγραμμένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ τὴν βάσιν μὲν ἔχων
 ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, τὸ
 δὲ ὕψος ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καθέτῳ
 25 ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἐγγραφέντος πολυγώ-
 νου ὁ P . ὁ δὲ κῶνος ὁ Ξ ἔστω βάσιν ἔχων ἴσην τῷ

2. ἴσον] per comp. F, ut lin. 4, 9, 10, 12. τῷ κώνῳ] ἔσται
 κώνῳ ed. Basil., Torellius. βασι F. 3 τῶν ἐπιπέδων] τῶν
 τε ἐπιπέδων F; corr. Torellius. 6 $XKGI$ F. περιλι-
 μματα F. 10. κωνοις F. 19. τῶν] τον F. 21. ὁ] deleo.

Minetur, aequale est cono basim habenti aequalem
 superficiei coni inter plana in lineis HM , $B\Delta$ posita,
 altitudinem autem aequalem lineae a X puncto ad
 planum BH perpendiculari ductae [prop. 19]. eodem
 modo etiam in altero hemisphaerio rhombus $XK\Gamma I$
 frustra relictis conorum¹⁾ aequalia erunt totidem et
 eorum conis, quot et quales supra indicavimus. ad-
 det igitur, etiam totam figuram sphaerae inscriptam
 eandem esse omnibus conis, quos commemoravimus.
 Si autem aequales sunt P cono, quoniam conus P
 altitudinem habet altitudini²⁾ cuiusvis conorum, quos
 commemoravimus aequalem, basim autem aequalem
 omnibus simul basibus eorum³⁾ [$\lambda\eta\mu\mu.$ 1 p. 80; cfr.
 Maest. Arch. p. 48]. adparet igitur, figuram sphaerae
 inscriptam aequalem esse cono, quem posuimus.

XXVII.

Figura sphaerae inscripta, quam superficies conicae
 comprehendunt, minor est quam quadruplo maior cono
 basim habenti aequalem circulo maximo sphaerae,
 altitudinem autem radio sphaerae.

ponatur enim conus P aequalis figurae sphaerae
 inscriptae basim habens superficiei figurae inscriptae
 aequalem, altitudinem autem aequalem lineae a centro
 circuli ad latus aliquod polygoni inscripti perpendi-
 culari ductae [prop. 26]. conus autem Σ basim ha-

1) Debat esse: rhombi (qui oritur productis lineis ΔK ,
 Θ , donec concurrunt) et coni (qui oritur eodem modo pro-
 ductis lineis ΔA , $B\Theta$).

2) $\epsilon\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omega$ sc. $\kappa\acute{\omega}\nu\omega$, pro $\epsilon\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omicron\nu$ (sc. $\upsilon\psi\epsilon\iota$).

3) Ex hypothesis.

$ΑΒΓΔ$ κύκλῳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου.

ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος βάσιν ἔχει ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ
 5 τῇ ἀπὸ τοῦ X καθέτω ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν AZ , ἐδείχθη δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ μεγίστου κύκλου, ἔσται ἄρα ἡ τοῦ P κώνου βάσις ἐλάσσων ἢ τετραπλασία τῆς βάσεως τοῦ Ξ κώνου· ἔστιν δὲ καὶ τὸ
 10 ὕψος τοῦ P ἐλάσσον τοῦ ὕψους τοῦ Ξ κώνου. ἐπεὶ οὖν ὁ P κῶνος τὴν μὲν βάσιν ἔχει ἐλάσσονα ἢ τετραπλασίαν τῆς τοῦ Ξ βάσεως, τὸ δὲ ὕψος ἐλάσσον τοῦ ὕψους, δῆλον, ὥς καὶ αὐτὸς ὁ P κῶνος ἐλάσσων ἔστιν ἢ τετραπλάσιος τοῦ Ξ κώνου. ἀλλὰ καὶ ὁ P
 15 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. τὸ ἄρα ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλασσὸν ἐστὶν ἢ τετραπλάσιον τοῦ Ξ κώνου.

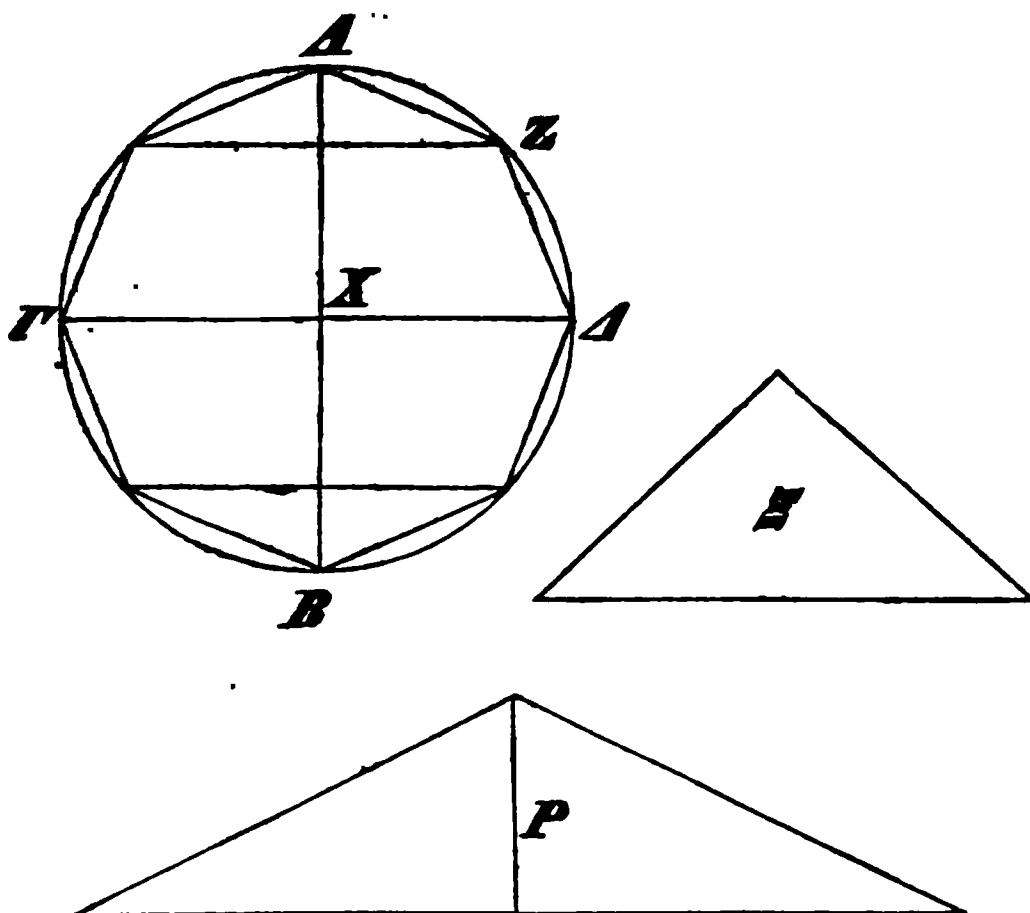
4. δέ] δὲ ἴσον BC*, ed. Basil., Torellius.
 comp. F, BC*.

13. ὥς] ὅτι Nizze.

8. ἔσται] per

et aequalem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem rati-
onem circuli $AB\Gamma\Delta$.

Quoniam igitur conus P basim habet aequalem
superficie figuræ sphaerae inscriptae, altitudinem
autem aequalem lineae a X puncto ad AZ perpen-
diculari ductae, et demonstratum est, superficiem figu-
rae inscriptae minorem esse quam quadruplo maiorem
circulo maximo sphaerae [prop. 25], erit igitur basis
conus P minor quam quadruplo maior basi coni Ξ . sed

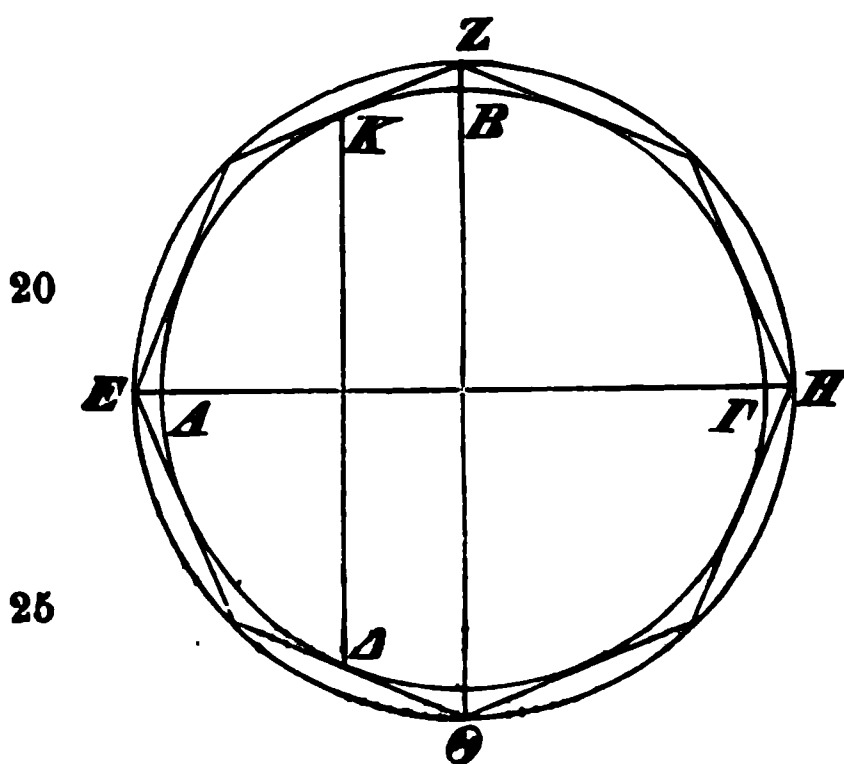


tam altitudo coni P minor est altitudine coni Ξ .
Quoniam igitur conus P basim habet minorem quam
quadruplo maiorem basi coni Ξ , altitudinem autem
altitudine minorem, adparet, etiam ipsum conum P
minorem esse quam quadruplo maiorem cono Ξ ¹⁾. sed
conus P idem aequalis est figuræ inscriptae. quare
figura inscripta minor est quam quadruplo maior cono Ξ .

1) Cfr. $\lambda\eta\mu\mu$. 1 p. 80.

κη'.

Ἐστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, περὶ δὲ τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετραδός. τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ $ΑΒΓΔ$. μενούσης δὲ τῆς $ΕΗ$ περιενεχθήτω τὸ $ΕΖΗΘ$ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. δῆλον οὖν, ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου κατὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας οἰσθήσεται, ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ $ΕΖΗΘ$ κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται· αἱ δὲ ἀφαί, καθ' ἃς ἐπιψάνουσιν αἱ πλευραί, γράφουσιν κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον



ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς $Ε, Η$ σημείοις κατὰ κύκλων περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων ὀρθῶν πρὸς τὸν $ΕΖΗΘ$ κύκλον· αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου κατὰ

κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, καθάπερ ἐπὶ τῶν πρὸ τούτου. ἔσται οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν

1. κη' om. F.

8. περιενεχθητο F. In figura plures lit-

XXVIII.

$AB\Gamma\Delta$ circulus maximus sphaerae; et circum
 Δ circulum circumscribatur polygonum aequila-
 et aequiangulum, et numerus laterum eius per
 or diuidi possit. polygonum autem circum cir-
 circumscriptum comprehendat circulus circum-
 as, eodem centro, quo $AB\Gamma\Delta$, descriptus. ma-
 igitur EH linea planum $EZH\Theta$ circumuoluatur,
 o et polygonum et circulus est. adparet igitur,
 am circuli $AB\Gamma\Delta$ per superficiem sphaerae cir-
 lutum iri, ambitum autem circuli $EZH\Theta$ per
 superficiem sphaerae idem centrum habentis,
 habet minor sphaera, circumuolutum iri. puncta
 contactus, in quibus latera contingunt [circulum
 tem], circulos ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculares
 naera minore describunt. anguli autem polygони
 er angulos ad E , H puncta positos per ambitus
 forum circumuoluentur in superficie sphaerae ma-
 descriptorum ad circulum $EZH\Theta$ perpendicula-
 latera autem polygони per superficies conicas
 muoluentur, quemadmodum in . propositionibus
 edentibus [23—27]. figura igitur per superficies
 as comprehensa circum sphaeram minorem cir-
 cripta, maiori uero sphaerae inscripta erit. super-

addit, nonnullas permutat F, sed Z, Γ , Δ ut in nostra
 ponuntur; quare mutari ordinem ed. Basil. et Torellii.

ἐπὶ τῶν πρὸς τοῦτον] uel ἐπὶ τῶν πρώτων Nizze; ἐπὶ τοῦ
 βύτου Torellius; ἐπὶ τοῦ πρώτου F, uulgo. 29. οὐ]

scriptum manu 1 F.

ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν
 περιγεγραμμένον, ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. ὅτι
 δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων
 ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, οὕτως δειχθήσεται.
 5 ἔστω γὰρ ἡ $K\Delta$ διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ
 ἐλάσσονι σφαίρα τῶν K, Δ σημείων ὄντων, καθ' ἃ
 ἄπτονται τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου αἱ πλευραὶ τοῦ περι-
 γεγραμμένου πολυγώνου. διηρημένης δὲ τῆς σφαίρας
 ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὴν $K\Delta$ ὀρθοῦ πρὸς
 10 τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμ-
 μένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν διαιρεθήσεται ὑπὸ
 τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερόν, ὅτι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχου-
 σιν ἐν ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιπέδων πέρας
 ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον
 15 τὴν $K\Delta$ ὀρθοῦ πρὸς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον· καὶ εἰσιν
 ἀμφοτέραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ
 ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας καὶ τῆς ἐπι-
 πέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. ἐλάσσων οὖν
 ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας
 20 ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγε-
 γραμμένου περὶ αὐτήν. ὁμοίως δὲ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ
 τμήματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶν τῆς
 ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ
 αὐτήν. ὁῦλον οὖν, ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαί-
 25 ρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ
 περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

καθ.

Τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ
 τὴν σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου

5. ἡ] οἱ F.

7. αἱ πλευραὶ] scripsi; cfr. p. 120, lin. 14;

ma autem figurae circumscriptae maiorem esse superficie sphaerae, sic demonstrabitur. sit enim linea $\Gamma\Delta$ diameter circuli alicuius in sphaera minore descripti, contingentibus lateribus polygoni circumscripti $AB\Gamma\Delta$ in punctis K, Δ . diuisa igitur sphaera in linea $K\Delta$ ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari ita, etiam superficies figurae circum sphaeram circumscriptae eodem plano diuidetur. et adparet, [superficies sphaerae et figurae] eosdem terminos in plano habere (utraque enim superficies¹⁾ terminum habet K et Δ (circuli circum diametrum $K\Gamma$ ad circulum $\Gamma\Delta$ perpendicularis descripti), et utraque in eandem partem curva est, et altera superficies ab altera et in eosdem terminos habenti comprehenditur. minor est superficies comprehensa segmenti sphaerae superficie figurae circum id circumscriptae [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4 10]. eodem modo etiam superficies reliqui sphaerae segmenti minor est superficie figurae circum id circumscriptae. adparet igitur, etiam totam superficiem sphaerae minorem esse superficie figurae circum id circumscriptae.

XXIX.

Superficiei figurae circum sphaeram circumscriptae aequalis est circulus, cuius radius quadratus aequalis

1) Debebat esse ἐπιφανειῶν pro ἐπιπέδων lin. 13. sed haec demonstratio tam neglegenter scripta est, ut Archimedi abinducanda esse uideatur. fortasse hoc tantum addidit in. 2: καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

το πλευρά ed. Basil., Torellius; „duo latera“ Cr.; om. F, 27. καὶ F.

ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὕσαις παρὰ τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου ὑποτείνουσῶν.

- 5 τὸ γὰρ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἐγγέγραπται εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν· τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν τῇ σφαίρᾳ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν δέδεικται, ὅτι τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶν ὁ κύκλος, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ
10 περιεχόμενον ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξεννυούσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου οὕσαις παρὰ τινα τῶν ὑπὸ δύο πλευρᾶς ὑποτείνουσῶν. δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προειρημένον.

λ.

- 16 Τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν ἢ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

ἔστω γὰρ ἡ τε σφαῖρα καὶ ὁ κύκλος καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον προκειμένοις· καὶ ὁ Α κύκλος
20 ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ ἔστω τοῦ προκειμένου περιγεγραμμένου περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν.

ἐπεὶ οὖν ἐν τῷ ΕΖΗΘ κύκλῳ πολύγωνον ἰσοπλευρον ἐγγέγραπται καὶ ἀρτιογώνιον, αἱ ἐπιξεννυούσαις τὰς τοῦ πολυγώνου πλευρὰς παράλληλοι οὕσαι
25 τῇ ΖΘ πρὸς τὴν ΖΘ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὅν ἢ ΘΚ πρὸς ΚΖ. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον σχῆμα

2. In syllaba γνυ- u supra scriptum est in F, manu 1. 8. τῆς ἐπιφανείας F; corr. ed. Basil. 11. ζευ supra scriptum manu 1 F. 14. κθ' F. 23. ἀρτιογώνιον expuncto : F. 24. πλευρὰς] γωνίας Torellius. 25. ΖΘ] scripsi; ΖΕ FBC.

rectangulo, quod continetur uno latere polygoni
inea aequali omnibus lineis angulos polygoni iun-
ibus parallelis lineae sub duo latera polygoni sub-
stanti.

figura enim circum sphaeram minorem circum-
pta sphaerae maiori inscripta est [prop. 28]. et
onstratum est, superficiei figurae sphaerae in-
ptae per superficies conicas comprehensae aequa-
esse eorum, cuius radius quadratus aequalis sit
angulo, quod contineatur uno latere polygoni et
aequali omnibus lineis angulos polygoni iungen-
s parallelis lineae sub duo latera subtendenti [prop.
constat igitur, quod supra dictum est.

XXX.

Superficies figurae circum sphaeram circumscriptae
or est quam quadruplo maior circulo maximo
aerae.

sit enim et sphaera et circulus et cetera eadem,
e antea posuimus; et circulus A aequalis sit super-
fi figurae datae circum sphaeram minorem circum-
iptae.

quoniam igitur circulo $EZH\Theta$ polygonum inscrip-
t est aequilaterum, cuius anguli pares sunt numero,
eae angulos¹⁾ polygoni coniungentes lineae $Z\Theta$
rallaelae ad lineam $Z\Theta$ eandem rationem habent,
am ΘK ad KZ [prop. 21]. itaque rectangulum,

1) U. p. 97 not. 1.

ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῆς ἴσης
 πάσαις ταῖς ἐπιξεννυνοῦσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώ-
 νου τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν $Z\Theta K$. ὥστε ἡ ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ A κύκλου ἴσον δύναται τῷ ὑπὸ $Z\Theta K$
 5 μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ A κύκλου
 τῆς ΘK . ἡ δὲ ΘK ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τοῦ $AB\Gamma\Delta$
 κύκλου [διπλασία γάρ ἐστιν τῆς $X\Sigma$ οὔσης ἐκ τοῦ
 κέντρου τοῦ $AB\Gamma\Delta$ κύκλου]. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων
 ἐστὶν ἢ τετραπλάσιος ὁ A κύκλος, τουτέστιν ἡ ἐπι-
 10 φάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν ἐλάσ-
 σονα σφαῖραν τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.

λα'.

Τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα
 σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον
 15 τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ
 ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

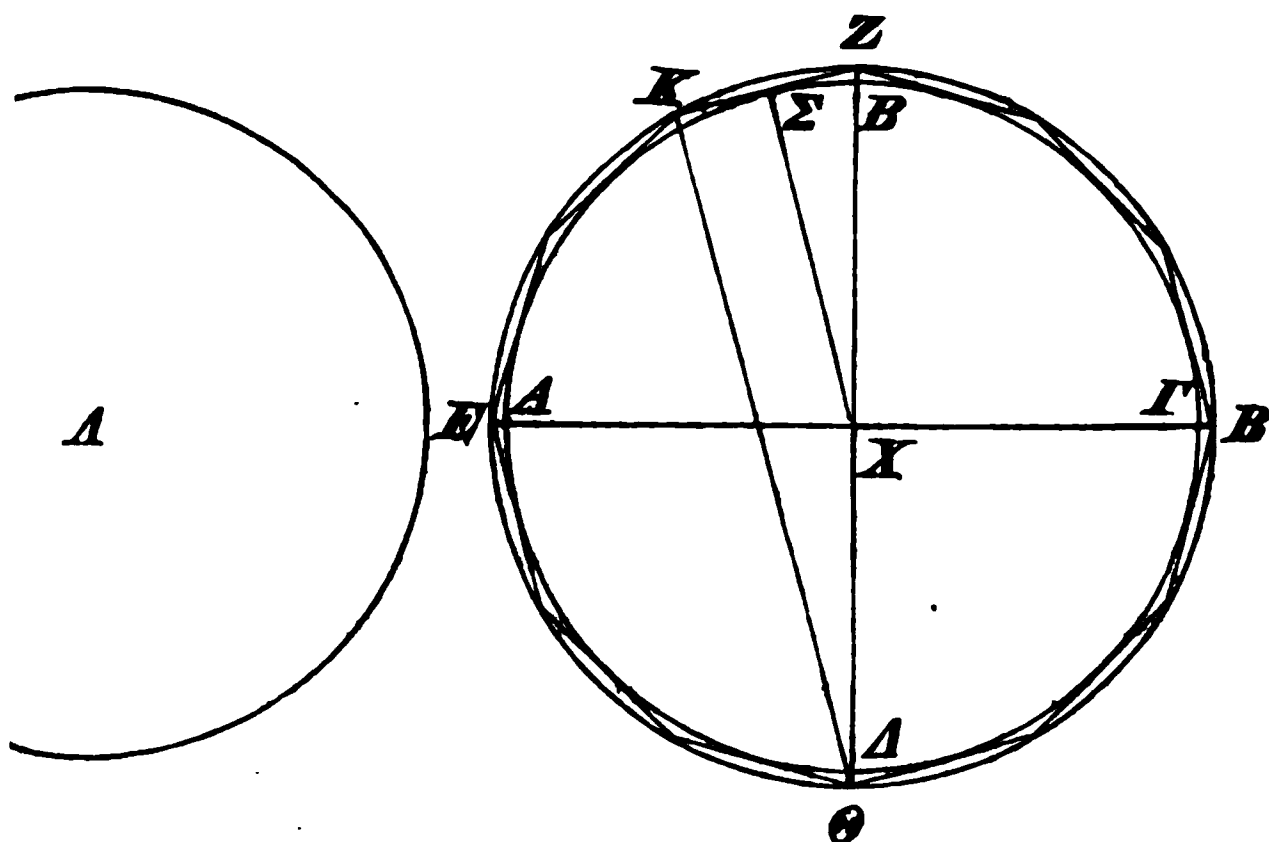
τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὴν ἐλάσσονα
 σφαῖραν ἐγγέγραπται ἐν τῇ μείζονι σφαίρᾳ. τῷ δὲ
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν κωνικῶν

1. ἴσης] om. F; corr. B, Torellius. 3. $Z\Theta K$] $Z\Theta$, ΘK
 Torellius. 4. $Z\Theta K$] $Z\Theta$, ΘK Torellius. 12. λα' om. F.

continetur uno latere polygoni et linea aequali
us lineis angulos polygoni iungentibus

$$= Z\Theta \times \Theta K \text{ [Eucl. VI, 16].}$$

radius circuli Δ quadratus aequalis est $Z\Theta \times \Theta K$



29]. itaque radius circuli $\Delta > \Theta K$.¹⁾ sed linea
equalis est diametro circuli $AB\Gamma\Delta$ [u. Eutocius].
et igitur, circulum Δ , h. e. superficiem figurae
in sphaeram minorem circumscriptae, maiorem esse
quadruplo maiorem circulo maximo sphaerae.²⁾

XXXI.

figurae circum sphaeram minorem circumscriptae
alis est conus basim habens circulum superficiei
ae aequalem, altitudinem autem aequalem radio
erae.

am figura circum sphaeram minorem circumscripta
erae maiori inscripta est. sed demonstratum est,

¹⁾ Quia $Z\Theta > \Theta K$ [Eucl. III, 15].

²⁾ Eucl. XII, 2; cfr. prop. 25 p. 112.

ἐπιφανειῶν δέδεικται ἴσος κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν
κύκλον τὸν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ
ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευ
ρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη. αὕτη δὲ ἐστὶ
5 ἴση τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας. δῆλον
οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ σχῆμα τὸ περιγεγρα
φόμενον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν μεῖζόν ἐστιν
10 τετραπλάσιον κῶνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέ
γιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ
κέντρου τῆς σφαίρας. ἐπειδὴ γὰρ ἴσος ἐστὶ τῷ σχή
ματι κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ
ὕψος δὲ ἴσον [τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ
15 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη, τουτέ
ἐστιν] τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ἴση
δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ
τὴν σφαῖραν μεῖζων ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύ
κλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, μεῖζον ἄρα ἢ τετραπλάσιον
20 ἐστὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν σφαῖραν
τοῦ κῶνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύ
κλον, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ
καὶ ὁ κῶνος ὁ ἴσος αὐτῷ μεῖζων ἢ τετραπλάσιος γί
νεται τοῦ εἰρημένου κῶνου [βάσιν τε γὰρ μεῖζονα
25 τετραπλασίαν ἔχει καὶ ὕψος ἴσον].

7. πόρισμα] mg. [?] F; λγ' Torellius. 10. τόν] addidi
om. F, uulgo. 16. ἐλασσωνος F. 19. μεῖζων F; corr. BC
21. τοῦ βασιν] τοῦ addidi; om. F, uulgo.

e inscriptae per superficies conicas comprehensae
lem esse conum basim habentem circulum aequa-
superficiei figurae, altitudinem autem aequalem
a centro sphaerae ad latus polygoni perpen-
ri ductae [prop. 26]. haec autem aequalis est
sphaerae minoris. itaque constat propositum.

COROLLARIUM.

inc autem adparet, figuram circum sphaeram mi-
i circumscriptam maiorem esse quam quadruplo
em cono basim habenti circulum maximum sphae-
altitudinem autem radium sphaerae. nam quo-
figurae aequalis est conus basim habens super-
eius aequalem, altitudinem autem aequalem [lineae
ntro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpen-
ari ductae, h. e.] radio minoris sphaerae [prop. 31],
ficies autem figurae circum sphaeram circumscrip-
maior quam quadruplo maior circulo maximo
erae [prop. 30], erit igitur figura circum sphae-
circumscripta maior quam quadruplo maior cono
n habenti circulum maximum, altitudinem autem
um sphaerae, quoniam etiam conus ei aequalis
r est quam quadruplo maior cono, quem comme-
nimus [basim enim maiorem habet quam qua-
lo maiorem et altitudinem aequalem] [$\lambda\eta\mu\mu$. 1
0].¹⁾

1) Hic quoque quaedam subditiua esse videntur; maxime
a lin. 14: $\tau\eta\ \alpha\pi\omicron\ \tau\omicron\upsilon$ — 16: $\tau\omicron\upsilon\tau\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$ et finis ex $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota\delta\acute{\eta}$
22 suspecta sunt. u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 389. for-
s omnia verba ex lin. 12: $\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota\delta\acute{\eta}$ usque ad finem delenda

λβ'.

Εὰν ἡ ἐν σφαίρα σχῆμα ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο
 περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων τὸν αὐτὸν
 τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένα, ἢ ἐπιφάνεια
 5 τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγε-
 γραμμένου ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ περ
 ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ τὸν
 μέγιστον κύκλον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου
 πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ. αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ
 10 περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον
 τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω ἐν σφαίρα κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ ἐγγεγράφθω
 εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον, τὸ δὲ πλῆθος τῶν
 πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος· καὶ ἄλλο
 15 περιγεγράφθω περὶ τὸν κύκλον ὅμοιον τῷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ, αἱ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευραὶ
 ἐπιψανέτωσαν τοῦ κύκλου κατὰ μέσα τῶν περιφερειῶν
 τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τῶν τοῦ ἐγγεγραμμένου πο-
 λυγώνου πλευρῶν. αἱ δὲ $ΕΗ$, $ΖΘ$ διάμετροι πρὸς
 20 ὀρθὰς ἔστωσαν ἀλλήλαις τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμ-
 βάνοντος τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον καὶ ὁμοίως
 κείμεναι ταῖς $ΑΓ$, $ΒΔ$ διαμέτροις. καὶ νοείσθωσαν
 ἐπιξενγνύμεναι ἐπὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας τοῦ πολυ-
 γώνου, αἱ γίνονται ἀλλήλαις τε καὶ τῇ $ΖΒΔΘ$ παρ
 25 ἀλλήλοι. μενούσης δὲ τῆς $ΕΗ$ διαμέτρου καὶ περι-
 ενεχθειδῶν τῶν περιμέτρων τῶν πολυγώνων περὶ τὴν
 τοῦ κύκλου περιφέρειαν τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον σχῆμα

1. λβ'] λ' F. 4. κατεσκευασμένα] censor Ienensis; κατε-
 σκευασμένοις F, vulgo. 10. τὸ ἐγγεγραμμένον] om. F, vulgo;
 habent Cr., ed. Basil., Torellius. 16. αἱ] ἐπὶ F; corr. Torellius.

XXXII.

sphaerae alia figura inscripta, alia circumscripta polygonis similibus eodem modo, quo supra, effectae, facies figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae duplicem rationem habet, quam latus polygoni ad circumferentiam circuli maximum circumscripti ad latus polygoni eidem circulo inscripti. figura autem ipsa circumscripta ad figuram inscriptam habet rationem triplam, quam eadem ratio est.

Et in sphaera circulus [maximus]¹⁾ $AB\Gamma\Delta$, et ei inscribitur polygonum aequilaterum, cuius laterum latus per quattuor diuidi possit. et aliud circumscriptum circumscribatur inscripto simile. et latera polygoni circumscripti circulum contingant in punctis E, H, Z, Θ arcuum a lateribus polygoni inscripti abscissis. lineae autem $EH, Z\Theta$ diametri inter se perpendiculares circuli polygonum circumscriptum comprehendentes sint et similiter positae $A\Gamma, B\Delta$ diametri. et fingantur lineae ad angulos inter se oppositi polygoni ductae, quae et inter se et lineae $ZB\Delta\Theta$ parallelae erunt. manente igitur diametro EH et circumferentiis polygonorum circum ambitum circuli circumscripti²⁾ altera figura sphaerae inscripta, altera

1) Archimedes uix omiserat μέγιστος ante κύκλος lin. 12; quaest. Arch. p. 76. hoc ipsum uerbum addi uoluit Nizze.

2) Debat esse lin. 26—27: μετὰ τῶν τῶν κύκλων περιφέρειαν; sed non dubito illud neglegenter dictum transcriptori esse.

ἡλλήλαις] scripsi; ἀλλήλοις F, uulgo. 24. $ZB\Delta\Theta$] Nizze; $\Theta\Delta$ F, uulgo. 27. περιφέρειαν] διάμετρον Nizze. ἐγερμένον] Nizze; περιγεγραμμενον F, uulgo.

ἔσται ἐν τῇ σφαίρᾳ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον. δεικτέον οὖν, ὅτι ἡ μὲν ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ περ ἡ $ΕΛ$ πρὸς $ΑΚ$, τὸ δὲ σχῆμα
 5 τὸ περιγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστω γὰρ ὁ μὲν $Μ$ κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ $Ν$ ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου. δύναται ἄρα τοῦ μὲν
 10 $Μ$ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῆς $ΕΛ$ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξυγνουύσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου τοῦ περιγεγραμμένου, ἢ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $Ν$ τὸ ὑπὸ τῆς $ΑΚ$ καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιξυγνουύσαις τὰς γωνίας. καὶ ἐπεὶ ὁμοιά ἐστι τὰ
 15 πολύγωνα, ὅμοια ἂν εἴη καὶ τὰ περιεχόμενα χωρὶς ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν [τουτέστι τῶν ἐπὶ τὰς γωνίας καὶ τῶν πλευρῶν τῶν πολυγώνων, ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν πρὸς ἀλλήλα, ὃν ἔχουσιν αἱ τῶν πολυγώνων πλευραὶ δυνάμει. ἀλλὰ καὶ ὃν ἔχει λόγον
 20 τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν εἰρημένων γραμμῶν, τοῦτον ἔχουσιν αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῶν $Μ$, $Ν$ κύκλων πρὸς ἀλλήλας δυνάμει. ὥστε καὶ αἱ τῶν $Μ$, $Ν$ διαμέτροι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς τῶν πολυγώνων πλευραῖς. οἱ δὲ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους διπλασίονα λόγον ἔχουσιν
 25 τῶν διαμέτρων, οἵτινες ἴσοι εἰσὶν ταῖς ἐπιφανείαις τοῦ περιγεγραμμένου καὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου]. ὁῦλον οὖν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου

1. περιγεγραμμένον] Nizze; ἐγγεγραμμενον F, vulgo. 13. τὸ] τον per comp F; corr. ed. Basil. 14. τὰς γωνίας] τας γωνίας του πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου ed. Basil., T & L.

inscripta erit. itaque demonstrandum est, superfici figurae circumscriptae ad superficiem inscriptae habere rationem quam $EA^2 : AK^2$, figuram autem inscriptam [ad inscriptam]¹⁾ eam, quam

$$EA^2 : AK^2.$$

est enim circulus M aequalis superficiei figurae in sphaeram circumscriptae, circulus autem N aequalis superficiei figurae inscriptae. itaque radius huius M quadratus aequalis est rectangulo, quod continetur linea EA et linea aequali omnibus lineis angulorum polygoni circumscripti iungentibus [prop. 29], radius autem circuli N quadratus aequalis rectangulo, quod continetur linea AK et linea aequali omnibus lineis angulorum [polygoni inscripti]²⁾ iungentibus [prop.

et quoniam similia sunt polygona, etiam rectangula comprehensa lineis, quas commemorauimus, similia erunt.³⁾ adparet igitur, superficiem figurae circumscriptae ad superficiem figurae sphaerae inscriptae duplicem rationem habere, quam EA

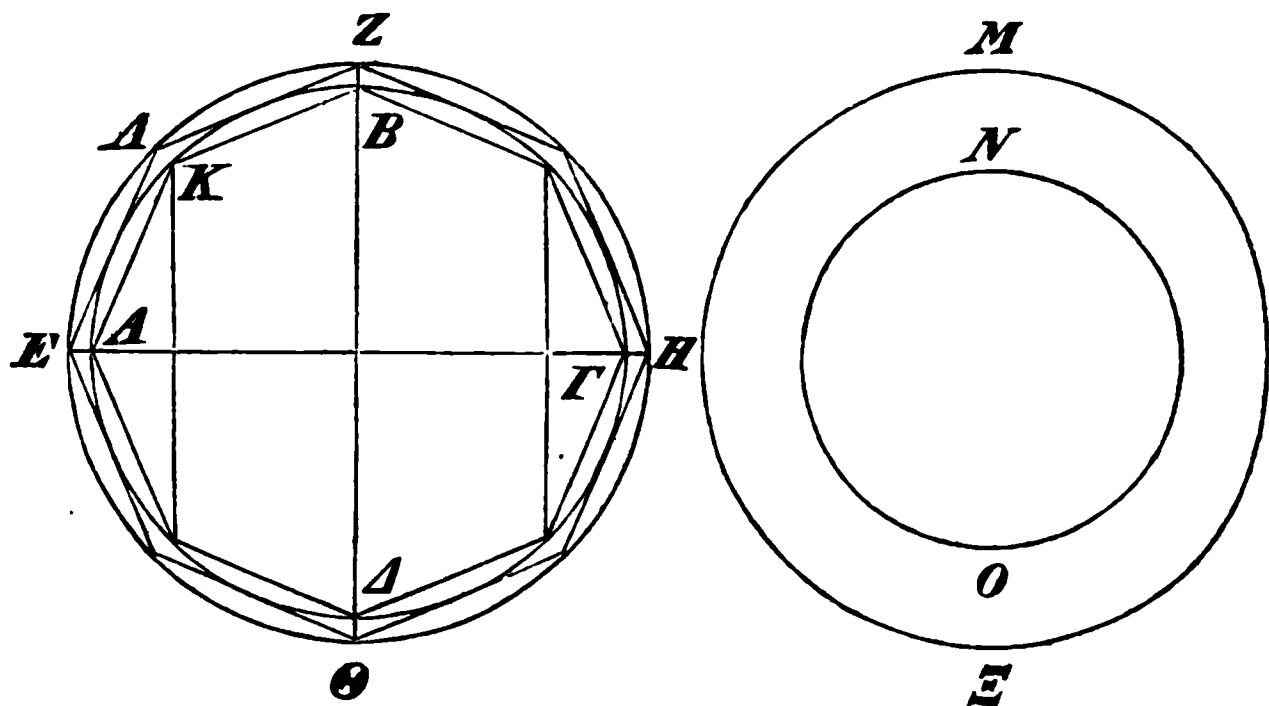
1) Fortasse addendum erat lin. 5: πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον; Archimedes certe haec uerba non omiserat.

2) Archimedes uix omiserat: τοῦ πολυγώνου τοῦ ἐγγεγραμμένου lin. 14.

3) Nam triangula, in quae diuiduntur polygona similia, et similia erunt (Eucl. VI, 20). quare lineae angulos iungentes, quae sibi respondent, eam habebunt rationem, quam ad AK (Eucl. VI, 4); itaque etiam omnes lineae illae polygoni circumscripti ad omnes polygoni inscripti eandem rationem habebunt (Eucl. V, 12); quare similia sunt rectangula illa (Eucl. VI def. 1), et eam rationem habebunt, quam $EA^2 : AK^2$ (Eucl. VI, 20).

; „inscriptae“ Cr. 17. καὶ] ἢ F; corr. Torellius. τῶν
[τῶν] τὰς πλευρὰς per comp. F; corr. Torellius. 18. ἀλ-
τ F; corr. ed. Basil.

σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ $ΕΛ$ πρὸς $ΑΚ$. — εἰλήφθωσαν δὲ δύο κῶνοι οἱ $Ο$, $Ξ$, καὶ ἔστω ὁ μὲν $Ξ$ κῶνος βάσιν ἔχων τὸν $Ξ$ κύκλον



ἴσον τῷ $Μ$, ὁ δὲ $Ο$ βάσιν ἔχων τὸν $Ο$ κύκλον ἴσον
 5 τῷ $Ν$, ὕψος δὲ ὁ μὲν $Ξ$ κῶνος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου
 τῆς σφαίρας, ὁ δὲ $Ο$ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν
 $ΑΚ$ κάθεται ἡγμένην. ἴσος ἄρα ὁ μὲν $Ξ$ κῶνος τῷ
 σχήματι τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὴν σφαῖραν, ὁ δὲ
 $Ο$ τῷ ἐγγεγραμμένῳ. δέδεικται γὰρ ταῦτα. καὶ ἐπεὶ
 10 ὅμοιά ἐστι τὰ πολύγωνα, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἡ $ΕΛ$
 πρὸς $ΑΚ$, ὃν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας πρὸς τὴν
 ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὴν $ΑΚ$ κάθεται
 ἄγομένην. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει τὸ ὕψος τοῦ $Ξ$
 κῶνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ $Ο$ κῶνου, ὃν ἡ $ΕΛ$ πρὸς $ΑΚ$.
 15 ἔχει δὲ καὶ ἡ διάμετρος τοῦ $Μ$ κύκλου πρὸς τὴν διά-
 μετρον τοῦ $Ν$ κύκλου λόγον, ὃν ἔχει ἡ $ΕΛ$ πρὸς $ΑΚ$.
 τῶν ἄρα $Ξ$, $Ο$ κῶνων αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τοῖς
 ὕψεσι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον [ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν], καὶ
 διὰ τοῦτο τριπλασίονα λόγον ἔξει ὁ $Ξ$ κῶνος πρὸς τὸν

3. $Ξ$ κύκλον] $Ξ$ om. Torellius. 4. $Ο$] $Β$ $Φ$. $Ο$ κύκλον]

(K [h. e. quam latus polygoni circumscripti ad inscripti].¹⁾)

namantur porro duo conus O , Ξ , et conus Ξ basim at Ξ circulum circulo M aequalem, O autem conus lum O circulo N aequalem; altitudinem autem s Ξ habeat radium sphaerae, conus autem O li a centro ad lineam AK perpendicularem ductam. e conus Ξ aequalis est figurae circum sphaeram mscriptae [prop. 31], O autem conus figurae in- stae [prop. 26]. haec enim demonstrata sunt. et uiam polygonā similia sunt [ex hypothesis], eandem it rationem EA ad AK , quam radius sphaerae ad um a centro sphaerae ad AK perpendicularem am.²⁾ eandem igitur rationem habet altitudo coni Ξ altitudinem coni O , quam EA ad AK . sed etiam dia- rus circuli M ad diametrum circuli N eam habet ratio- , quam EA ad AK [u. Eutocius]. itaque bases co- um Ξ , O eandem rationem habent, quam altitudines. uiles igitur sunt] [$\lambda\tilde{\eta}\mu\mu$. 5 p. 82]. quare conus Ξ conum O triplicem rationem habet, quam diametrus uli M ad diametrum circuli N [Eucl. XII, 12].

1) Nam circuli M , N eam habent rationem, quam diametri radii quadrati (Eucl. XII, 2), quae est $EA^2 : AK^2$, quia i quadrati aequales sunt rectangulis illis, de quibus u. p. 133, . 3; sed ex hypothesis circulus M aequalis est superficiei rae circumscriptae, circulus N superficiei figurae inscriptae.

2) Quia triangula ad centra polygonorum similium posita ipaa similia sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

Ο κῶνον, ἥπερ ἡ διάμετρος τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ N κύκλου. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔξει, ἥπερ ἡ EA πρὸς AK .

δ

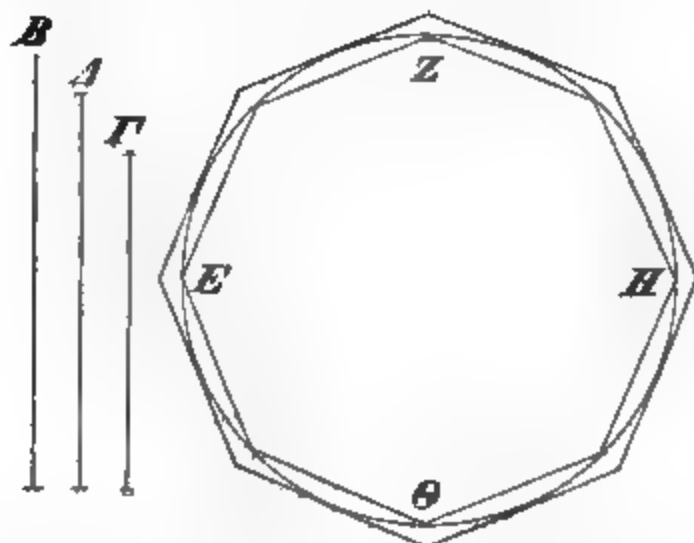
λγ'.

Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἔστω τετραπλάσιος τοῦ μεγίστου κύκλου ὁ A . λέγω, ὅτι ὁ A ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

10

εἰ γὰρ μὴ, ἦτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον μείζων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας τοῦ κύκλου. ἐστὶ δὲ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας καὶ ὁ A κύκλος. δυνατόν ἄρα ἐστὶ λαβεῖν δύο εὐθείας



15 ἄνισους, ὥστε τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πρὸς τὸν κύκλον. εἰλήφθωσαν αἱ B , Γ , καὶ τῶν B ,

δ. λα' F ; λε' Torellius. 8. ἔστω] ὡς F ; corr. B. 12. πρότερον μείζων] πρότερον μείζον F .

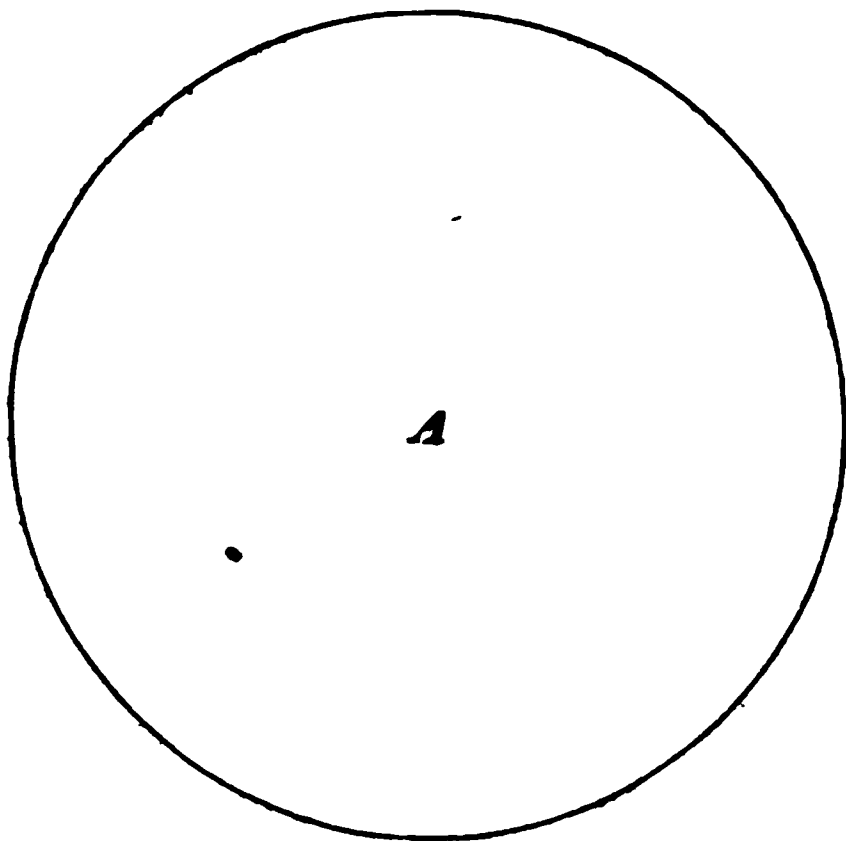
et igitur, etiam figuram circumscriptam ad figuram inscriptam triplicem rationem habituram esse, EA ad AK .¹⁾

XXXIII.

huiusmodi sphaerae superficies quadruplo maior est circulo in ea maximo.²⁾

Si enim sphaera, et sit A circulus quadruplo maior circulo maximo. dico, circulum A aequalem esse superfici sphaerae.

Si enim aequalis non est, aut maior aut minor est. Si superficies sphaerae maior sit circulo. duae igitur magnitudines inaequales sunt, superficies sphaerae et circulus A , fieri igitur potest, ut sumantur duae



lineae inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam superficies sphaerae ad circulum [prop. 2]. sumantur lineae B , Γ , et inter

1) Quia ex hypothesis conus Ξ , O figuris aequales sunt.

2) Cfr. Simplicius ad Aristot. IV p. 508, b; Pappus I p. 360.

Γ μέση ἀνάλογον ἔστω ἡ Δ. νοείσθω δὲ καὶ ἡ σφαῖρα
 ἐπιπέδῳ τετμημένη διὰ τοῦ κέντρου κατὰ τὸν ΕΖΗΘ
 κύκλον· νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν κύκλον ἐγγεγραμμένον
 καὶ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὥστε ὅμοιον εἶναι
 5 τὸ περιγεγραμμένον τῷ ἐγγεγραμμένῳ πολυγώνῳ καὶ
 τὴν τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον
 ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Β πρὸς τὴν Δ [καὶ ὁ διπλασίος
 ἄρα λόγος τοῦ διπλασίου λόγου ἐστὶν ἐλάσσων. καὶ
 τοῦ μὲν τῆς Β πρὸς Δ διπλασίος ἐστὶν ὁ τῆς Β πρὸς
 10 τὴν Γ, τοῦ δὲ τῆς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου πο-
 λυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου διπλα-
 σίος ὁ τῆς ἐπιφανείας τοῦ περιγεγραμμένου στερεοῦ
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου]. ἡ ἐπιφάνεια
 ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖρα
 15 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας
 πρὸς τὸν Α κύκλον· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ ἐπι-
 φάνεια τοῦ περιγεγραμμένου τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαί-
 ρας μείζων ἐστίν, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου
 20 σχήματος τοῦ Α κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ [δέδεικται γάρ
 ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τοῦ μεγίστου
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἢ τετραπλασία, τοῦ δὲ με-
 γίστου κύκλου τετραπλασίος ἐστὶν ὁ Α κύκλος]. οὐκ
 ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας μείζων ἐστὶ τοῦ Α
 25 κύκλου. — λέγω δὴ, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων. εἰ γὰρ δυ-
 νατόν, ἔστω. καὶ ὁμοίως εὐρήσθωσαν αἱ Β, Γ εὐθεῖαι,
 ὥστε τὴν Β πρὸς Γ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει
 ὁ Α κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας, καὶ
 τῶν Β, Γ μέση ἀνάλογον ἡ Δ· καὶ ἐγγεγράψθω καὶ

4. εἶναι] per comp. in rasura F. 10. τοῦ δὲ τῆς] scrip. τῆς
 της δε F, vulgo.

eas media proportionalis sit Δ linea. fingatur autem etiam sphaera per centrum secta per circulum $EZH\Theta$. fingatur autem etiam polygonum circulo inscriptum et aliud circumscriptum, ita ut polygonum circumscriptum inscripto simile sit, et latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti]¹⁾ minorem rationem habeat, quam B ad Δ [prop. 3]. quare²⁾ superficies figurae circum sphaeram circumscriptae ad superficiem figurae inscriptae minorem rationem habet, quam superficies sphaerae ad circulum A . quod fieri non potest. nam superficies figurae circumscriptae maior est superficie sphaerae [prop. 28 p. 122], sed superficies figurae inscriptae minor est circulo A [prop. 25].³⁾ itaque superficies sphaerae circulo A maior non est.

dico iam, ne minorem quidem eam esse. si enim fieri potest, minor sit. et ut supra inueniantur lineae B , Γ , ita ut B ad Γ minorem rationem habeat, quam circulus A ad superficiem sphaerae [prop. 2], et linea Δ media inter B , Γ proportionalis. et inscri-

1) Archimedes non omiserat: πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου lin. 6; sed cum haec omissio toties occurrat, satius duxi, hanc negligentiam transscriptori tribuere, quam cum Nizzio haec uerba omnibus locis addere.

2) Nam latera polygonorum quadrata et eam habent rationem, quam $B^2 : \Delta^2$, h. e. quam $B : \Gamma$ (Eucl. VI, 20 πορ. 2), et eam, quam superficies figurarum (prop. 32). sed quibus hoc continetur, uerba lin. 7—13 fortasse subditiua sunt.

3) Repetitionem inutilem prop. 25 deleo (lin. 20—23).

περιγεγράφθω πάλιν, ὥστε τὴν τοῦ περιγεγραμμένου
 ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ τῆς B πρὸς A [καὶ τὰ
 διπλάσια ἄρα]. ἡ ἐπιφάνεια ἄρα τοῦ περιγεγραμμένου
 πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα
 5 λόγον ἔχει, ἥπερ ὁ A κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν
 τῆς σφαίρας· ὅπερ ἄτοπον. ἡ μὲν γὰρ τοῦ περιγε-
 γραμμένου ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ A κύκλου, ἡ δὲ
 τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσων τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.
 οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας
 10 τοῦ A κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων. ἡ ἄρα
 ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἴση ἐστὶ τῷ A κύκλῳ, τουτίστι
 τῷ τετραπλασίῳ τοῦ μεγίστου κύκλου.

λδ'.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλασία ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν
 15 μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ἔστω γὰρ σφαῖρά τις, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος
 ὁ $ABΓΔ$. εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἡ σφαῖρα τετραπλασία
 τοῦ εἰρημένου κώνου, ἔστω, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ τε-
 20 τραπλασία. ἔστω δὲ ὁ Ξ κώνος βάσιν μὲν ἔχων τετρα-
 πλασίαν τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ
 κέντρου τῆς σφαίρας. μείζων οὖν ἐστὶν ἡ σφαῖρα τοῦ
 Ξ κώνου. ἐστὶ δὴ δύο μεγέθη ἄνισα ἢ τε σφαῖρα
 καὶ ὁ κώνος. δυνατόν οὖν δύο εὐθείας λαβεῖν ἀνίστους
 25 ὥστε ἔχειν τὴν μείζονα πρὸς τὴν ἐλάσσονα ἐλάσσονα λό-

1. πάλιν] πάλιν πολύγωνον Torellius. τὴν] τὴν πλευρὰν
 Torellius. 2. τοῦ] το F; corr. Torellius. 13. λβ' F; λγ'
 Torellius. 19. μείζων F. 25. ἐλάσσονα λόγον] scriptis; λό-
 γον F, vulgo; λόγον ἐλάσσονα B, ed. Basil, Torellius.

et circumscribatur rursus polygonum, ita ut latius circumscripti [ad latus inscripti]¹⁾ minorem rationem habeat, quam B ad A [prop. 3]. itaque²⁾ superficiei circumscriptae ad superficiem inscriptam rationem habet, quam circulus A ad superficiem sphaerae. quod fieri non potest. nam superficiei circumscriptae maior est circulo A [prop. 23 p. 102].

itaque ne minor quidem est superficies sphaerae circulo A . demonstratum autem est, ne maiorem quidem esse. itaque superficies sphaerae aequalis est circulo A , h. e. quadruplo maior circulo maximo.

XXXIV.

Quaenus sphaera quadruplo maior est cono basim habenti circulo maximo sphaerae aequalem, altitudinem autem radium sphaerae.³⁾

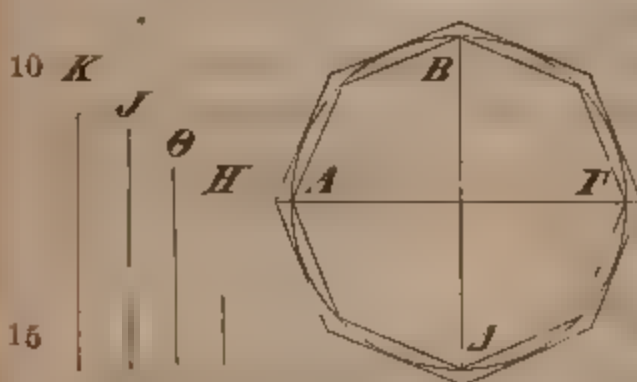
Int enim sphaera et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$. igitur sphaera quadruplo maior cono, quem comparauimus, non est, sit, si fieri potest, maior quam quadruplo maior. conus autem Ξ basim habeat quadruplo maiorem circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem circulo sphaerae aequalem. itaque sphaera maior est cono Ξ . erunt igitur duae magnitudines inaequales, sphaera et conus. potest igitur fieri, ut sumantur duae

1) Cfr. not. 1, p. 139.

2) Sequitur ex Eucl. VI, 20 πρόρ. 2 et prop. 32, ut not. 2, 39; sed uerba praecedentia lin. 2—3 hic quoque subditiua; nihil enim continent nisi negligentem et imperfectam significationem uerborum, quae not. 2, p. 139 damnaui.

3) Cfr. Pappus I p. 360.

γον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ κῶνον. ἔστω
οὖν αἱ K , H , αἱ δὲ I , Θ εἰλημμέναι ὥστε τῷ ἴσῳ ἄλ-
λων ὑπερέχειν τὴν K τῆς I καὶ τὴν I τῆς Θ καὶ
 Θ τῆς H . νοείσθω δὲ καὶ εἰς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκ-
5 ἑγγεγραμμένον πολύγωνον, οὗ τὸ πλῆθος τῶν πε-
ρῶν μετρεῖσθω ὑπὸ τετραδὸς, καὶ ἄλλο περιγεγρα-
μένον ὁμοιον τῷ ἑγγεγραμμένῳ, καθάπερ ἐπὶ τῶν
τερον· ἡ δὲ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πλευ-

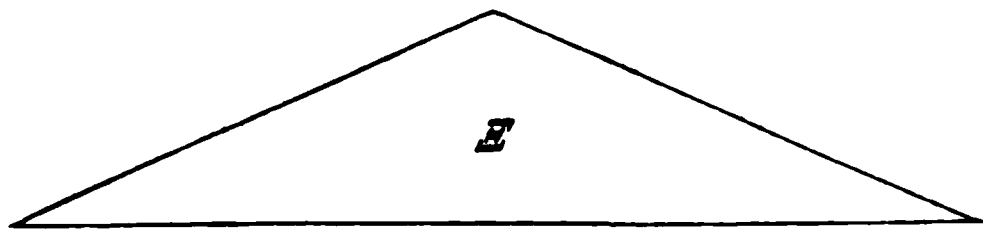


πρὸς τὴν τοῦ ἑγγεγρα-
μένου ἐλάσσονα λό-
γόν· ἔστω τοῦ, ὃν ἔχει
πρὸς I . καὶ ἔστω
αἱ $ΑΓ$, $ΒΔ$ διαμέ-
τροι πρὸς ὁρθὰς ἀλλή-
λοις· οὖν μενούσης

$ΑΓ$ διαμέτρου πε-
νεχθεῖν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τὰ πολύγωνα, ἔσ-
τω σχήματα τὸ μὲν ἑγγεγραμμένον ἐν τῇ σφαίρᾳ,
τὸ δὲ περιγεγραμμένον, καὶ ἔξει τὸ περιγεγραμμέ-
20 πρὸς τὸ ἑγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον, ἥπερ
πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν τοῦ ἑγγεγρα-
μένου εἰς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον. ἡ δὲ πλευρὰ πρὸς
τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ K πρὸς
τὴν I . ὥστε τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον ἐλάσ-
25 λόγον ἔχει ἢ τριπλασίονα τοῦ K πρὸς I . ἔχει δὲ
ἢ K πρὸς H μείζονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν
ἡ K πρὸς I [τοῦτο γὰρ φανερόν διὰ λημμάτων
πολλῶν ἄρα τὸ περιγραφέν πρὸς τὸ ἑγγεγραφέν ἐλάσ-

3. Θ] H F. 13. $ΑΒ$, $ΓΔ$ F. Litteras in circulo pos-
et polygona om. F. 18. σχήματα] scripsi; το σχῆμα F, ut
27. διαλλήματων F.

inaequales, ita ut maior linea ad minorem rationem habeat minorem, quam sphaera ad conum Ξ [2]. sint igitur lineae K , H , et lineae I , Θ itantur, ut aequali spatio excedat K lineam I , eam Θ , Θ lineam H . fingatur autem etiam circulus $AB\Gamma\Delta$ polygonum inscriptum, cuius laterum unus per quattuor diuidi possit, et aliud circumscriptum inscripto simile, sicut antea. et latus polygoni circumscripti ad latus inscripti minorem rationem



at, quam $K : I$ [prop. 3]. et sint diametri $A\Gamma$, inter se perpendiculares. si igitur manente diametro $A\Gamma$ circumuoluitur¹⁾ planum, in quo sunt posita, orientur figurae, altera sphaerae inscripta, altera circumscripta, et habebit figura circumscripta ad inscriptam triplicem rationem, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti circulo $AB\Gamma\Delta$ [prop. 32]. latera minorem habent rationem quam $K : I$ [ex hypothesis]. quare figura circumscripta [ad inscriptam]²⁾ minorem rationem habet quam $K^3 : I^3$. sed etiam $H > K^3 : I^3$ [u. Eutocius]. itaque figura circumscripta ad inscriptam multo minorem rationem habet,

1) Optatius $\pi\epsilon\sigma\iota\nu\epsilon\chi\theta\epsilon\acute{\iota}\eta$ posterioris temporis scriptoribus, or fortasse transcriptori debetur, cum Archimedes scripsisset $\kappa\alpha - \pi\epsilon\sigma\iota\nu\epsilon\chi\theta\eta$.

2) U. p. 139 not. 1.

λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ K πρὸς H . ἡ δὲ K πρὸς
 H ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ σφαῖρα πρὸς τὸν Ξ
 κῶνον· καὶ ἐναλλάξ· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ γὰρ σχῆμα
 τὸ περιγεγραμμένον μείζον ἐστὶ τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγ-
 5 γεγραμμένον ἐλάσσον τοῦ Ξ κώνου [διότι ὁ μὲν Ξ κῶνος
 τετραπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην
 τῷ $AB\Gamma\Delta$ κύκλῳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου
 τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσσον τοῦ
 εἰρημένου κώνου ἢ τετραπλάσιον]. οὐκ ἄρα μείζων ἢ
 10 τετραπλασία ἡ σφαῖρα τοῦ εἰρημένου. — ἔστω δὴ, εἰ
 δυνατόν, ἐλάσσων ἢ τετραπλασία· ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν
 ἡ σφαῖρα τοῦ Ξ κώνου. εἰλήφθωσαν δὴ αἱ K , H
 εὐθεῖαι, ὥστε τὴν K μείζονα εἶναι τῆς H καὶ ἐλάσ-
 σονα λόγον ἔχειν πρὸς αὐτὴν τοῦ, ὃν ἔχει ὁ Ξ κῶνος
 15 πρὸς τὴν σφαῖραν. καὶ αἱ Θ , I ἐκκείσθωσαν, καθὼς
 πρότερον, καὶ εἰς τὸν $AB\Gamma\Delta$ κύκλον νοείσθω πολύ-
 γωνον ἐγγεγραμμένον καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον, ὥστε
 τὴν πλευρὰν τοῦ περιγεγραμμένου πρὸς τὴν πλευρὰν
 τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἥπερ ἡ K
 20 πρὸς I · καὶ τὰ ἄλλα κατεσκευάσθω τὸν αὐτὸν τρόπον
 τοῖς πρότερον. ἔξει ἄρα καὶ τὸ περιγεγραμμένον στε-
 ρεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον,
 ἥπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου περὶ τὸν $AB\Gamma\Delta$
 κύκλον πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἡ δὲ πλευρὰ
 25 πρὸς τὴν πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ K
 πρὸς I . ἔξει οὖν τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς
 τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἢ τριπλάσιον τοῦ,
 ὃν ἔχει ἡ K πρὸς τὴν I . ἡ δὲ K πρὸς τὴν H μεί-

10. εἰρημένου] εἰρημένου κώνου? δὴ εἰ] scripsi; η Γ .
 εἰ vulgo. 20. κατεσκευάσθω] scripsi; κατεσκευ F , man a 2
 stellulam adposuit et mg. scripsit ασμενα; κατεσκευασμενα

1) $K : H$; sed K ad H minorem rationem habet,
 1) sphaera ad conum Ξ [ex hypothesis] [quare figura
 inscripta ad inscriptam minorem rationem habet,
 1) sphaera ad conum Ξ]. et uicissim [figura cir-
 scripta ad sphaeram minorem rationem habet, quam
 1) inscripta ad conum]. quod fieri non potest.

figura circumscripta maior est sphaera [prop. 28
 22], sed inscripta minor cono Ξ [prop. 27]. itaque
 sphaera maior non est quam quadruplo maior [cono],
 1) commemorauimus.

nam, si fieri potest, minor sit quam quadruplo
 1) sphaera igitur minor est cono Ξ . sumantur
 1) lineae K, H , ita ut K linea maior sit linea H
 minorem ad eam rationem habeat, quam conus Ξ
 sphaeram [prop. 2]. et ponantur lineae Θ, I , ut
 1) [p. 142, 2]. et fingatur polygonum circulo $AB\Gamma\Delta$
 scriptum et aliud circumscriptum, ita ut latus poly-
 1) i circumscripti ad latus inscripti minorem rationem
 1) eat, quam $K : I$. et cetera eodem modo, quo antea,
 1) parentur. habebit igitur etiam²⁾ figura solida cir-
 1) scripta ad inscriptam rationem triplicem, quam
 1) is figurae circum $AB\Gamma\Delta$ circumscriptae ad latus
 1) scriptae [prop. 32]. sed latera minorem rationem
 1) bent, quam $K : I$ [ex hypothesis]. habebit igitur
 1) sphaera circumscripta ad inscriptam minorem rationem,
 1) am $K^3 : I^3$. sed $K : H > K^3 : I^3$ [u. Eutocius]. quare
 1) sphaera circumscripta ad inscriptam minorem rationem

1) καί lin. 21 uidetur significare: nunc quoque, ut antea.

lgo. 28. πρὸς τὴν I ἢ δὲ K] om. F; corr. ed. Basil. et
 man. 2.

ζονα λόγον ἔχει ἢ τριπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἡ K πρὸς
 τὴν I . ὥστε ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ σχῆμα τὸ περι-
 γεγραμμένον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον, ἢ ἡ K πρὸς τὴν
 H . ἢ δὲ K πρὸς τὴν H ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὁ Ξ
 5 κώνος πρὸς τὴν σφαῖραν· ὅπερ ἀδύνατον. τὸ μὲν γὰρ
 ἐγγεγραμμένον ἑλασσόν ἐστι τῆς σφαίρας, τὸ δὲ περι-
 γεγραμμένον μείζον τοῦ Ξ κώνου. οὐκ ἄρα οὐδὲ ἐλάσ-
 σων ἐστὶν ἢ τετραπλασία ἢ σφαῖρα τοῦ κώνου τοῦ
 βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ $AB\Gamma\Delta$ κύκλῳ, ὕψος δὲ
 10 τὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ἐδείχθη
 δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων· τετραπλασία ἄρα.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Προδεδειγμένων δὲ τούτων φανερόν, ὅτι πᾶς κύ-
 λινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν
 15 τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας
 ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ
 μετὰ τῶν βάσεων ἡμιολλία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

ὁ μὲν γὰρ κύλινδρος ὁ προειρημένος ἑξαπλάσιός
 ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτήν.
 20 ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ δὲ σφαῖρα δέ-
 δεικται τοῦ αὐτοῦ κώνου τετραπλασία οὖσα· δηλὸν
 οὖν, ὅτι ὁ κύλινδρος ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας. πάλιν
 ἐπεὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων
 ἴση δέδεικται κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου μέση ἀνά
 25 λόγόν ἐστι τῆς τοῦ κυλίνδρου πλευρᾶς καὶ τῆς δια-
 μέτρου τῆς βάσεως, τοῦ δὲ εἰρημένου κυλίνδρου τοῦ

3. K] HK F.
 Torellius.

5. κωνος F.

12. πόρισμα om. F; κ'

quam $K : H$. sed K ad H minorem rationem quam conus \mathcal{K} ad sphaeram [ex hypothesi] figura circumscripta ad inscriptam minorem habet, quam conus \mathcal{K} ad sphaeram]. quod non potest. nam figura inscripta minor est sphaera [p. 102], sed figura circumscripta maior cono [p. 31 πρόσιμα p. 128]. itaque sphaera ne minor est quam quadruplo maior cono basim habenti in circulo $AB\Gamma\Delta$, altitudinem autem aequalem sphaerae. demonstratum autem est, ne maiorem eam esse. itaque quadrupla est.

COROLLARIUM.¹⁾

et autem ante demonstratis adparet, quemvis cylindrum basim habentem circulum maximum sphaerae altitudinem autem diametro sphaerae aequalem alterum esse sphaerae, et superficiem eius sesquialteram superficiei sphaerae.

nam cylindrus, quem commemorauimus, sexcuplus est coni eandem basim habentis, altitudinem autem eandem radio²⁾; sed demonstratum est; sphaeram triplo maiorem esse eodem cono [prop. 34]. adigitur, cylindrum sphaerae sesquialterum esse. quoniam demonstratum est, superficiem cylindri et bases aequalem esse circulo, cuius radius media proportionalis inter latus cylindri et diametrum

Citatur ab Herone stereom. I, 1 (cfr. I, 8, 2), Proclo ad p. 71, 18, Simplicio ad Arist. IV p. 508, b. alio modo demonstrat Pappus I p. 408.

Cylindrus enim triplo maior est cono, cuius basis est circulus maximus, altitudo autem diameter sphaerae (Eucl. XII, ad hic conus duplo maior est cono, cuius basis eandem altitudo autem radius (λημμ. 1 p. 80).

περὶ τὴν σφαῖραν ἢ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς
 βάσεως [δῆλον, ὅτι ἡ μέση αὐτῶν ἀνάλογον ἴση γί-
 νεται τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως], ὁ δὲ κύκλος ὁ τὴν ἐκ
 τοῦ κέντρου ἔχων ἴσην τῇ διαμέτρῳ τῆς βάσεως τε-
 5 τραπεζιάσιός ἐστι τῆς βάσεως, τουτέστι τοῦ μεγίστου
 κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ἐστὶ ἄρα καὶ ἡ ἐπιφάνεια
 τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῶν βάσεων τετραπλασία τοῖ
 μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα μετὰ τῶν βάσεων ἡ ἐπι-
 φάνεια τοῦ κυλίνδρου ἑξαπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου
 10 κύκλου. ἔστιν δὲ καὶ ἡ τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τετρα-
 πλασία τοῦ μεγίστου κύκλου. ὅλη ἄρα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ
 κυλίνδρου ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

λέ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τμήμα
 15 σφαίρας ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον
 δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ
 ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μεγίστου
 κύκλου καὶ τῆς ἴσης πᾶσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει
 τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ τμήματος βάσει·
 20 ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ τμήμα, οὗ βάσις ὁ
 περὶ τὴν AH κύκλος. ἐγγεγράφθω σχῆμα εἰς αὐτό, οἷον
 εἴρηται, περιεχόμενον ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν· καὶ
 μέγιστος κύκλος ὁ $AH\Theta$, καὶ ἀρτιόπλευρον πολίγωνον
 τὸ $AΓΕΘΖΔΗ$ χωρὶς τῆς AH πλευρᾶς· καὶ εἰλήφθω
 25 κύκλος ὁ A , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ

2. γίνεται] γάρ per comp. F; corr. B. 5. τουτέστι] τῆς
 F; corr. Torellius. 13. ἄγ' F; κή Torellius. 14. τμήμα
 σφαίρας] scripsi; το τμήμα τῆς σφαίρας F, vulgo. 16. τῷ
 το F. 25. τῷ] το F.

prop. 13], cylindri autem, quem commemoravi-
 haeram comprehendentis latus aequale est dia-
 metris [adparet¹), lineam inter ea mediam pro-
 portionaliter aequalem esse diametro basis (Eucl. VI, 16)],
 autem radium habens diametro basis aequalem
 semper maior est basi [Eucl. XII, 2], h. e. circulo
 sphaerae, erit igitur etiam superficies cylindri
 bases quadruplo maior circulo maximo. tota
 superficies cylindri una cum basibus sexcuplo
 erit circulo maximo. sed est etiam superficies
 semper quadruplo maior circulo maximo [prop. 33].
 tota superficies cylindri sesquialtera est super-
 sphaerae.

XXXV.

superficies figurae segmento sphaerae inscriptae
 est circulo, cuius radius quadratus aequalis
 angulo, quod continetur uno latere polygoni
 circuli maximi inscripti et linea aequali
 lineis basi segmenti parallelis una cum di-
 ametris segmenti.

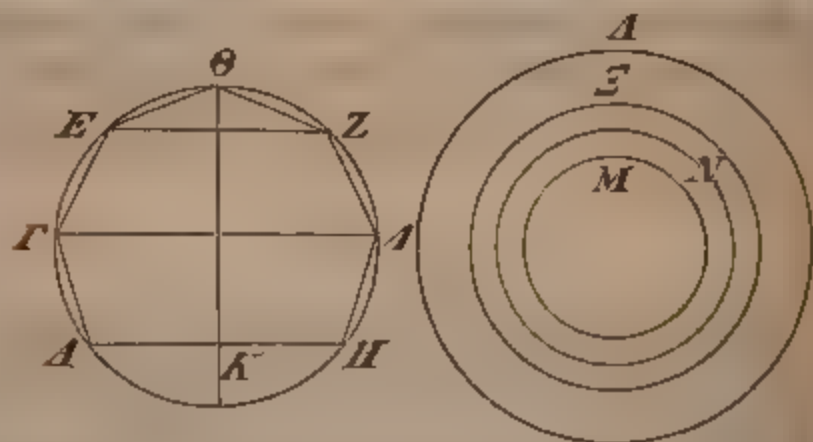
sphaera, et in ea segmentum, cuius basis cir-
 cum AH descriptus. inscribatur ei polygo-
 nale diximus, per superficies conicas compre-
 henditur. et circulus maximus sit $AH\Theta$, et $AT\Theta Z\Delta H$
 triangulum [aequilaterum]²), cuius latera paria sint

¹ Praeae dicitur, inde quod superficies cylindri aequalis
 semper illi (ἐπεὶ p. 146, 23) colligi posse, mediam propor-
 tionaliter diametro aequalem esse. itaque verba δῆλον lin. 2—
 lin. 3 transcriptori tribui.

² Loc ab Archimede non praetermissum fuit (Quaest. Arch.
 Nizzius coniecit: ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλ.

περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς $ΑΓ$ πλευρᾶς καὶ ὑπὸ πασ
τῶν $ΕΖ$, $ΓΔ$ καὶ ἔτι τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως, τὸ
ἔστι τῆς $ΑΚ$. δεικτέον, ὅτι ὁ κύκλος ἴσος ἔστι
τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ.

- 5 εἰλήφθω γὰρ κύκλος ὁ $Μ$, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς $ΕΘ$ πλευρᾶς
τῆς ἡμισείας τῆς $ΕΖ$. γίνεται δὴ ὁ $Μ$ κύκλος ἐν
τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ
 $ΕΖ$ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ $Θ$ σημεῖον. εἰλήφθω



- 10 καὶ ἄλλος ὁ $Ν$, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται
τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε τῆς $ΕΓ$ καὶ τῆς ἡμισείας σφαίρας
αμφοτέρου τῆς $ΕΖ$, $ΓΔ$. ἔσται οὖν οὗτος ἴσος
ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι
πέδων τῶν κατὰ τὰς $ΕΖ$, $ΓΔ$. καὶ ἄλλος ὁμοίως
15 $Ξ$ εἰλήφθω κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται
περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς $ΑΓ$ καὶ τῆς ἡμισείας σφαίρας
αμφοτέρων τῶν $ΓΔ$, $ΑΗ$. καὶ αὐτὸς οὖν ἴσος ἔσται
τῇ κωνικῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπι
πέδων τῶν κατὰ τὰς $ΑΗ$, $ΓΔ$. πάντες οὖν οἱ κύκλοι
20 ἴσοι ἔσονται τῇ ὅλῃ τοῦ σχήματος ἐπιφανείᾳ, καὶ
ἐκ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσον δυνήσονται τῷ περιε

ero praeter latus AH . et sumatur circulus A ,
s radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK).$$

onstrandum est, circulum aequalem esse super-
i figurae.

sumatur enim circulus M , cuius radius quadratus
alis sit rectangulo $E\Theta \times \frac{1}{2}EZ$. itaque M cir-
us aequalis est superficiei coni, cuius basis est cir-
us circum EZ descriptus, uertex autem punctum Θ
p. 14]. sumatur autem etiam alius circulus N ,
us radius quadratus aequalis sit rectangulo

$$E\Gamma \times \frac{1}{2}(EZ + \Gamma\Delta).$$

igitur aequalis erit superficiei coni, quae est inter
na parallela in lineis EZ , $\Gamma\Delta$ posita [prop. 16].
eodem modo sumatur alius circulus Ξ , cuius radius
adratus aequalis sit rectangulo

$$A\Gamma \times \frac{1}{2}(\Gamma\Delta + AH).$$

que et ipse aequalis est superficiei conicae, quae
inter plana parallela in lineis AH , $\Gamma\Delta$ posita
op. 16]. omnes igitur circuli aequales erunt toti
perficiei figurae, et radii eorum quadrati aequales
nt rectangulo $A\Gamma \times (EZ + \Gamma\Delta + AK)$.¹⁾ sed

1) Quia aequalia sunt latera polygони $E\Theta$, $E\Gamma$, $A\Gamma$.

Basil., Torellins.
did; om. F, uulgo.

7. $\gamma\lambda\upsilon\epsilon\tau\alpha\iota$] per comp. F. 12. $\sigma\upsilon\nu$]
20. $\alpha\lambda$] om. F; corr. ed. Basil.*

μένω ὑπὸ μιᾶς πλευρᾶς τῆς $ΑΓ$ καὶ τῆς ἰσῆς ταῖς $ΕΖ$, $ΓΔ$ καὶ τῇ ἡμισείᾳ τῆς βάσεως τῇ $ΑΚ$. ἐδύνατο δὲ καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $Α$ κύκλου ἴσον τῷ αὐτῷ χωρίῳ. ὁ ἄρα $Α$ κύκλος ἴσος ἐστὶ τοῖς $Μ$, $Ν$, $Ξ$
 5 κύκλοις, ὥστε καὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος.

λς'.

Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΕΖ$ τέμνων πρὸς
 10 ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράψθω εἰς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόγωνον χωρὶς τῆς βάσεως τῆς $ΑΒ$. ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον, ἐὰν μενούσης τῆς $ΓΖ$ περινεχθῇ τὸ σχῆμα, αἱ
 μὲν $Δ$, $Ε$, $Α$, $Β$ γωνίαι κατὰ κύκλων οἰσθήσονται,
 15 ὧν διάμετροι αἱ $ΔΕ$, $ΑΒ$, αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ σχήματος κατὰ κωνικῆς ἐπιφανείας. καὶ ἐστὶ τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον βάσιν μὲν ἔχον κύκλον, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΒ$, κορυφήν δὲ τὸ $Γ$. ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον τὴν ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἔξει τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τοῦ
 20 περιλαμβάνοντος [τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας αὐτῶν ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ τοῦ τε τμήματος καὶ τοῦ σχήματος ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ $ΑΒ$, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφοτέραι εἰσιν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περι-
 25 λαμβάνεται ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας].

2. ἡδύνατο Torellius. 7. λδ' F; λθ' Torellius. 11. ἀρτιόπλευρον Rinaltus, Torellius. 15. σχήματος] Barrowius; τμήματος F, vulgo. 18. σχων F. κορυφή F; corr. Barrowius.

radius circuli Δ quadratus eidem spatio aequalis [ex hypothesis]. itaque circulus Δ aequalis erit his M, N, Ξ^1); quare etiam superficiei figurae aptae aequalis erit.

XXXVI.

lecetur sphaera plano non per centrum posito, et sit circulus maximus AEZ planum secans perpendiculariter secans. et inscribatur segmento $AB\Gamma$ polygonum aequilaterum, cuius latera paria sint numero ter basim AB . si igitur, ut antea, manente linea ΓZ

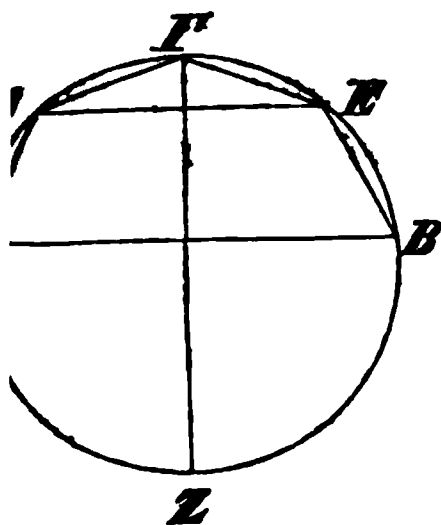


figura circumuoluitur, anguli Δ, E, A, B per circulos ferentur, quorum diametri erunt $\Delta E, AB$, latera autem figurae per superficies conicas. et figura solida hoc modo orta, per superficies conicas comprehensa, basim habebit circulum, cuius diametrus

AB , uerticem autem punctum Γ . itaque eodem lo, quo antea, superficiem habebit minorem super-
segmenti comprehendentis [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4 p. 10].²⁾

1) Ex Eucl. XII, 2; cfr. Quaest. Arch. p. 48.

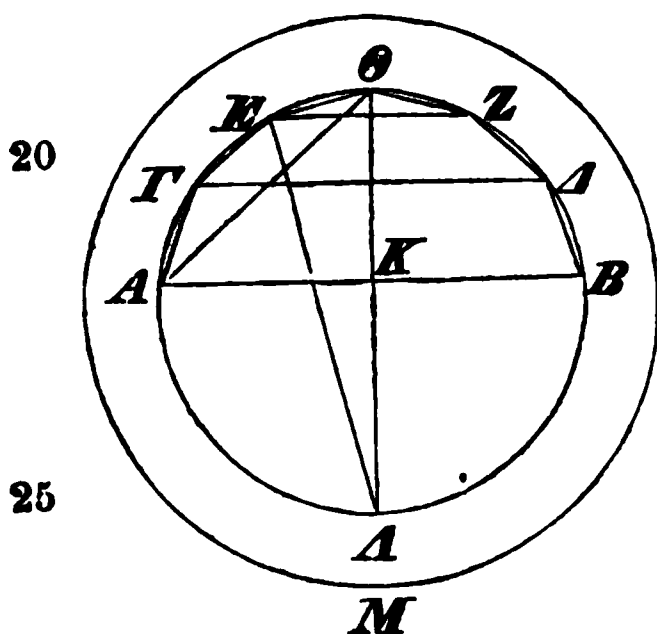
2) In hac propositione praeter finem subditium alia quodprehenduntur uestigia manus transscriptoris, uelut omis-
uerbum $\xi\sigma\tau\omega$ lin. 9; $\acute{\alpha}\rho\tau\acute{\iota}\acute{o}\gamma\omega\nu\omicron\nu$ lin. 11, quod alibi recte
tur pro $\acute{\alpha}\rho\tau\acute{\iota}\acute{o}\pi\lambda\epsilon\nu\omicron\nu$ (Quaest. Arch. p. 76), sed hoc loco
i non potest propter sequentia uerba $\chi\omega\rho\acute{\iota}\varsigma\ \tau\eta\varsigma\ \beta\acute{\alpha}\sigma\epsilon\omega\varsigma$;
 $\kappa\eta\varsigma\ \acute{\epsilon}\pi\acute{\iota}\phi\alpha\nu\epsilon\acute{\iota}\alpha\varsigma$ lin. 16 pro $\kappa\omega\nu\acute{\iota}\kappa\acute{\omega}\nu\ \acute{\epsilon}\pi\acute{\iota}\phi\alpha\nu\epsilon\acute{\iota}\omega\nu$; $\gamma\epsilon\nu\eta\theta\acute{\epsilon}\nu$
16 (Quaest. Arch. p. 70). praeterea diserte dicendum erat,
mentum $AB\Gamma$ minus hemisphaerio esse debere (Quaest. Arch.
73).

λξ'.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ
 τμήματι τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ
 ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ
 5 τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς
 ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ABEZ$.
 καὶ ἔστω τμήμα ἐν τῇ σφαίρᾳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διά-
 μετρον τὴν AB , καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τὸ εἰρη-
 10 μένον σχῆμα, καὶ ἐν τῷ τμήματι τοῦ κύκλου πολύγω-
 νον· καὶ τὰ λοιπὰ τὰ αὐτά, διαμέτρου μὲν τῆς σφαίρας
 οὔσης τῆς ΘA , ἐπεξευγμένων δὲ τῶν AE , ΘA . καὶ
 ἔστω κύκλος ὁ M , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἔστω τῇ
 $A\Theta$. δεικτέον, ὅτι ὁ M κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ
 15 σχήματος ἐπιφανείας.

ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τοῦ σχήματος δέδεικται ἴση οὕτῃ
 κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περι-



εχομένῳ ὑπὸ τε τῆς $E\Theta$ καὶ
 τῶν EZ , $\Gamma\Delta$, $ΚΑ$. τὸ δὲ
 ὑπὸ τῆς $E\Theta$ καὶ τῶν EZ ,
 $\Gamma\Delta$, $ΚΑ$ δέδεικται ἴσον τῷ
 ὑπὸ τῶν EA , $Κ\Theta$ περιεχο-
 μένῳ· τὸ δὲ ὑπὸ τῶν EA ,
 $Κ\Theta$ ἐλασσόν ἐστὶ τοῦ ἀπὸ
 τῆς $A\Theta$ [καὶ γὰρ τοῦ ὑπὸ
 τῶν $A\Theta$, $Κ\Theta$]. φανερόν οὖν,
 ὅτι ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ

κύκλου, ὅς ἐστιν ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος,

1. λξ' F; μ' Torellius. 7. $ABZE$ Torellius. 13. ἴσων]
 ωστε F; corr. B*. 25. ὑπὸ om. F; corr. ed. Basil. 26. τῶν

XXXVII.

Superficies figurae segmento sphaerae inscriptae minor est circulo, cuius radius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $ABEZ$, et in sphaera segmentum sit, cuius basis sit circulus circum diametrum AB descriptus, et ei inscribatur figura, quam commemorauimus [prop. 36], et segmento circuli polygonum. et cetera eodem modo comparentur¹⁾, ut linea ΘA diametrus sphaerae sit, et ducantur lineae AE , ΘA . et sit circulus M , cuius radius aequalis sit lineae $A\Theta$. demonstrandum est, circulum M maiorem esse superficie sphaerae.

nam demonstratum est, superficiem figurae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo $E\Theta \times (EZ + \Gamma A + KA)$ [prop. 35]. et demonstratum est

$$E\Theta \times (EZ + \Gamma A + KA) = EA \times K\Theta \text{ [prop. 22; Eucl. VI, 16].}^2)$$

sed $EA \times K\Theta < A\Theta^2$ [u. Eutocius].

adparet igitur, radium circuli, qui aequalis est super-

1) τὰ αὐτά lin. 11 sc. ἔστω.

2) U. Eutocius, ex cuius adnotatione comperimus, Archimedes lin. 19—20 scripsisse: ἀλλὰ τὸ ὑπὸ $E\Theta$, et lin. 22 uerbum περιεχομένῳ omisisse.

addidi; om. F, uulgo. $K\Theta$] ΘK ed. Basil., Torellius. Post hoc uerbum: ἴσον ὄντος τῷ ἀπὸ ΘA addunt ed. Basil., Torellius; om. F, uulgo.

ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M . δῆλον ἄρα, ὅτι ὁ M κύκλος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος.

λη'.

- 5 Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ σχήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ
10 ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῶν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένῃ.

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ $ABΓ$, καὶ κέντρον τὸ E . καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ $ABΓ$ τμήμα πολύγωνον ἀρτιόπλευρον χωρὶς τῆς $ΑΓ$ ὁμοίως τοῖς πρότερον, καὶ μενούσης τῆς $ΒΕ$ περιεχθεῖσα ἡ σφαῖρα ποιεῖτω σχῆμά τι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $ΑΓ$ κῶνος ἀναγεγράφθω κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον. καὶ
20 εἰλήφθω κῶνος ὁ K βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ E κέντρου ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένῃ. δεικτέον, ὅτι ὁ K κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ τῷ $ΑΕΓ$.

2. M] AM F. 4. $λε'$ F; $μα'$ Torellius. 9. $τη$] Nizze; $την$ F, *uulgo*. 21. $τη$] Nizze; $την$ F, *uulgo*. 23. $περιεχομένῳ$] $προιετημένῳ$ Nizze. $σχήματι$] $τμήματι$ F; *con. ed. Basil*; „figurae dictae“ Cr.

in figurae, minorem esse radio circuli M . itaque stat, circulum M maiorem esse superficie figurae cl. XII, 2].¹⁾

XXXVIII.

Figura segmento²⁾ inscripta per superficies conicas comprehensa una cum cono basim eandem habenti, in figura, uerticem autem centrum sphaerae aequalest cono basim habenti superficiei figurae aequali, altitudinem autem lineae a centro sphaerae ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae aequalem. sit enim sphaera, et in ea circulus maximus, et segmentum $AB\Gamma$ minus dimidia parte circuli, et centrum E . et segmento $AB\Gamma$ inscribatur polygonum [equilaterum]³⁾, cuius latera paria sint numero prae lineam $A\Gamma$, eodem modo, quo supra, et manente ea BE circumuoluatur sphaera⁴⁾ et efficiat figuram per superficies conicas comprehensam, et in circulo cum diametrum $A\Gamma$ descripto conus construatur uerticem habens centrum. et sumatur conus K basim habens superficiei figurae aequalem, altitudinem autem lineae a centro E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae. demonstrandum est, conum K aequalem esse figurae comprehensae⁵⁾ una cum cono $AE\Gamma$.

1) In hac quoque propositione desideratur significatio, segmentum minus esse hemisphaerio; u. p. 153 not. 2.

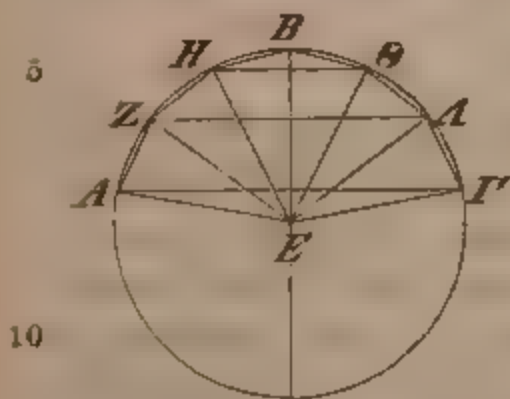
2) Sc. ἐλάσσονι ἡμισφαίριον (u. lin. 13), quae uerba addidit Nizzius; sed u. p. 153 not. 2.

3) Desideratur ante ἀρτιόπλευρον lin. 15: ἰσόπλευρόν τε καί, quod coniectura addit Nizzius; sed u. p. 149 not. 2.

4) Debat esse: περινεχθεὶς ὁ κύκλος siue περινεχθὲν ἐν ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ὃς τε κύκλος καὶ τὸ πολύγωνον (lin. 16).

5) περιεχομένῳ lin. 23 sc. ὑπὸ τῶν κωνικῶν ἐπιφανειῶν,

ἀναγεγράφθωσαν δὴ καὶ κῶνοι ἀπὸ τῶν κύκλων
τῶν περὶ διαμέτρους τὰς ΘH , $Z A$ κορυφὴν ἔχοντα
τὸ E σημεῖον. οὐκοῦν ὁ μὲν $H B \Theta E$ ῥόμβος στερεός

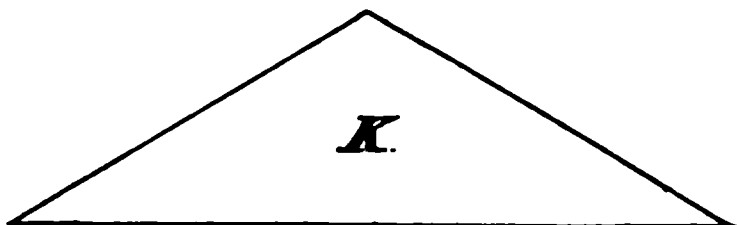


ἴσος ἐστὶ κώνω, οὗ ἡ μέ-
 βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ ΗΒΘ κώνου, τὸ ὕψος
 δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τῇ
 ΗΒ ἀγομένη καθέτω. τὸ ε
 περιλείμμα τὸ περιεχόμενον
 ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς μ-
 ταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπὶ

πέδων τῶν κατὰ τὰς $H\Theta$, $Z\Lambda$ καὶ τῶν κωνικῶν
τῶν $ZE\Lambda$, $HE\Theta$ ἴσον ἐστὶ κώνω, οὗ ἡ βάσις με-
ἐστὶν ἴση τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπὶ
15 πέδων τῶν κατὰ τὰς $H\Theta$, $Z\Lambda$, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ
ἐπὶ τὴν ZH καθέτω ἡγμένῃ. πάλιν τὸ περιλείμμα τῶν
περιεχόμενον ὑπὸ τε τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταξὺ τῶν
παραλλήλων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς $Z\Lambda$, $A\Gamma$ καὶ τῶν
κωνικῶν τῶν $AE\Gamma$, $ZE\Lambda$ ἴσον ἐστὶ κώνω, οὗ ἡ μέ-
20 βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ μεταξὺ τῶν παραλλή-
λων ἐπιπέδων τῶν κατὰ τὰς $Z\Lambda$, $A\Gamma$, ὕψος δὲ τῇ
ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ZA καθέτω ἡγμένῃ. οἱ οὖν εἰρη-
μένοι κῶνοι ἴσοι ἔσονται τῷ σχήματι μετὰ τοῦ AE
κώνου καὶ ὕψος μὲν ἴσον ἔχουσιν τῇ ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ
25 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένῃ, τὰς δὲ

1. δῆ] scripsi; δε F, vulgo. 2. τὰς] της FC*. ΘΗ, Ζ. scripsi; ΘΖ, ΚΙ FC*; ΗΘ, ΖΑ Β* ed Basil., Torellius. σκοπῶν F. 9. περιλείμμα] scripsi; περιλημμα F, vulgo. 12. ΖΕΔ F, corr. Torellius. 14. ιση FBC*. 15. τῇ] τη F. 16. περιλείμμα] scripsi; περιλημμα F, vulgo. 19. ΖΕΔ F, corr. Torellius. 23. μετά] scripsi; και μετα F, vulgo.

construantur igitur etiam in circulis circum diametros ΘH , ZA descriptis coni uerticem habentes punctum E . itaque rhombus solidus $HB\Theta E$ aequalis est cono, cuius basis aequalis est superficiei coni $HB\Theta$, altitudo autem lineae ab E ad HB perpendiculari



ductae [prop. 18]. spatium autem relictum¹⁾ comprehensum per superficiem inter parallela plana in lineis $H\Theta$, ZA posita et per superficies conicas $ZE\Lambda$, $HE\Theta$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis $H\Theta$, ZA posita, altitudo autem lineae ab E ad ZH perpendiculari ductae [prop. 20]. rursus spatium relictum²⁾ comprehensum per superficiem inter plana parallela in lineis ZA , $A\Gamma$ posita et per superficies conicas AET , $ZE\Lambda$ aequale est cono, cuius basis aequalis est superficiei inter plana parallela in lineis ZA , $A\Gamma$ posita, altitudo autem lineae ab E ad ZA perpendiculari ductae [prop. 20]. coni igitur, quos commemorauimus, aequales erunt figurae una cum cono AET et altitudinem habent aequalem lineae ab E ad latus aliquod polygoni perpendiculari ductae, bases autem superficiei figurae

quod transcriptoris negligentia omissum est, ut ἐπιφανειῶν post κοινῶν p. 158 lin. 12, 19.

1) Productis lineis ZH , ΘA , donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis HE , ΘE comprehenso.

2) Productis lineis ZA , $A\Gamma$, donec concurrunt, et subtracto rhombo his lineis productis et lineis ZE , EA comprehenso.

βάσεις ἴσας τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $AZHBΘΔΓ$ σχήματος
 ἔχει δὲ καὶ ὁ K κῶνος τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ βάσιν ἴσην
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος
 τοῖς εἰρημένοις κῶνοις. οἱ δὲ εἰρημένοι κῶνοι ἐδεί-
 5 θησαν ἴσοι τῷ σχήματι καὶ τῷ $ΑΕΓ$ κῶνῳ. καὶ
 K ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τε σχήματι καὶ τῷ $ΕΑΓ$ κῶνῳ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ὁ κῶνος ὁ βάσιν με-
 ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ
 10 ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν
 ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, ὅτι
 δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, μείζων ἢ
 τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος σὺν τῷ κῶνῳ. ὁ γὰρ
 προειρημένος κῶνος μείζων ἐστὶ τοῦ κῶνου τοῦ $ΓΑ$
 15 τῷ σχήματι σὺν τῷ κῶνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν
 βάσιν τοῦ τμήματος, τὴν δὲ κορυφὴν πρὸς τῷ κέντρῳ
 τοιούτεστι τοῦ τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῇ ἐπι-
 φανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐκ
 μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτω ἡγμένη· ἢ
 20 γὰρ βάσις τῆς βάσεως μείζων ἐστί [δέδεικται γὰρ
 τοῦτο], καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὕψους.

λθ'.

Ἐστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓ$
 καὶ τμήμα ἐλασσον ἡμικυκλίου, ὃ ἀποτεμένει ἡ $ΑΔ$
 25 καὶ κέντρον τὸ $Δ$ · καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ $Δ$ ἐκ-
 τὰ A, B ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΔ, ΔΒ$, καὶ περὶ τὴν

1. ἴσας] per comp. F. Θ om. F; corr. Torellius. 4. κῶνοις F. 7. πόρισμα] F mg. [σ]. 15. τῷ βάσιν] του βά-
 F; corr. B mg.*, ed. Basil ἔχοντι] έχοντος F; corr. B mg.*, ed.

$AZHB\Theta A\Gamma$ aequales. sed etiam K conus eandem altitudinem et basim superficiei figurae aequalem habet. itaque aequalis est conis, quos commemorauimus; hos autem figurae cum cono $AE\Gamma$ aequales esse, demonstratum est. itaque etiam conus K figurae et cono $EA\Gamma$ aequalis est.

COROLLARIUM.

Hinc iam adparet, conum basim habentem circum-
lum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice seg-
menti ad ambitum ductae circuli, qui basis sit seg-
menti, altitudo autem radio sphaerae aequalis, maiorem
esse figura inscripta cum cono. ille enim conus maior
est cono aequali figurae una cum cono basim habenti
basim segmenti, uerticem autem ad centrum positum,
h. e. cono basim habenti superficiei figurae aequalem,
altitudinem autem aequalem lineae a centro ad latus
aliquod polygoni perpendiculari ductae [prop. 38].
basis enim basi maior est¹⁾ [prop. 37], et altitudo
altitudine.

XXXIX.

Sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma$, et
segmentum minus semicirculo linea AB abscisum, et
centrum Δ . et a centro Δ ad A , B puncta ducantur
 $A\Delta$, ΔB , et circum sectorem inde ortum circumscri-

1) *δέδεικται γὰρ τοῦτο* lin. 21, quae uerba inter se con-
iuncta disiungunt, delenda censeo.

Basil. 17. *τοῦ τήν*] scripsi; *την* F, uulgo. 22. *λξ'* F, *μβ'*
Torrellius. 24. *τμήμα*] scripsi; *τετμησθω* F, uulgo; „et sece-
tur in eo portio“ Cr.

γεννηθέντα τομέα περιγεγράφθω πολύγωνον καὶ περὶ
αὐτὸ κύκλος. ἔξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ $AB\Gamma$ κύ-
κλῳ. εἰ δὴ μενούσης τῆς EK περιενεχθὲν τὸ πολύ-
γωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμ-
6 μένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας, καὶ
αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ
διάμετροι ἐπιξενγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου
οὔσαι παράλληλοι τῇ AB . τὰ δὲ σημεῖα, καθ' ἃ ἄπ-
τονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου αἱ τοῦ πολυγώνου πλευ-
10 ραί, κύκλους γράψουσιν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, ὧν
διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιξενγνύουσαι τὰς ἀφ' ἑαυτῶν παράλ-
ληλοι οὔσαι τῇ AB . αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπι-
φανειῶν οἰσθήσονται, καὶ ἔσται τι περιγραφὲν σχῆμα
ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, οὗ βάσις ὁ
15 περὶ τὴν ZH κύκλος· ἡ δὴ τοῦ εἰρημένου σχήματος
ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος
ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν AB κύκλος.

ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ AM , BN . κατὰ κω-
νικῆς ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ
20 γεννηθὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ $AM\Theta E\Lambda NB$ μεί-
ζονα ἔξει τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας,
οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν AB κύκλος [πέρας
γὰρ ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ τὸ αὐτὸ ἔχουσιν τὸν περὶ διά-
μετρον τὴν AB κύκλον, καὶ περιλαμβάνεται τὸ τμήμα
25 ὑπὸ τοῦ σχήματος]. ἀλλ' ἡ γεγενημένη ὑπὸ τῶν ZM ,
 HN ἐπιφάνεια κώνου μείζων ἐστὶ τῆς γεγενημένης

1. γεννηθέντα F; corr. Torellius. 11. ξενγνύουσιν F. 13.
τι] scripsi; το F, vulgo. 14. κωνικῶν F. 15. δὴ] scripsi.
δε F, vulgo. 20. Λ om. F, corr. Torellius. 21. ἔξει μεί-
ζονα ed. Basil., Torellius. 22. κύκλος ἐστὶ ed. Basil., Torel-
lius. 23. τὸ αὐτό] scripsi; τῷ αὐτῷ F, vulgo. 25. γεγενη-
μένη] primum e superscriptum manu 1 F.

et polygonum [aequilaterum, cuius latera paria sint
 aequalia] ¹⁾, et circum id circulus. is igitur idem cen-
 tra habebit, quod circulus $AB\Gamma$ [u. Eutocius]. iam
 manente linea EK polygonum circumuolutum in
 eodem locum restituitur, circulus circumscriptus per
 superficiem sphaerae feretur, et anguli polygoni circu-
 describent, quorum diametri angulos polygoni iun-
 unt parallelae lineae AB . sed puncta, in quibus la-
 tera polygoni circulum minorem contingunt, circulos
 describunt in sphaera minore, quorum diametri erunt
 aequalia puncta contactus iungentes parallelae lineae AB .
 haec autem per superficies conicas ferentur, et oriatur
 figura circumscripta per superficies conicas compre-
 hensa, cuius basis erit circulus circum ZH descriptus.
 igitur superficies huius figurae maior superficie
 imenti minoris, cuius basis est circulus circum AB
 eam descriptus.

ducantur enim contingentes lineae AM , BN . ita-
 que per superficiem conicam ferentur, et figura ex po-
 sitione $AM\Theta E\Lambda NB$ orta habebit superficiem ma-
 iorem segmento sphaerae, cuius basis est circulus
 circum AB lineam descriptus [$\lambda\alpha\mu\beta$. 4 p. 10].

sed superficies conica ex lineis ZM , HN orta

1) Archimedes uix omiserat: *ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευ-*
 ρ. lin. 1.

ὑπὸ τῶν MA , NB . ἡ μὲν γὰρ ZM τῆς MA μείζων
 ἐστὶ [ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει], ἡ δὲ NH τῆς NB .
 ὅταν δὲ τοῦτο ᾗ, μείζων γίνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπι-
 φανείας [ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασι]. δῆλον
 5 οὖν, ὅτι καὶ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἡ ἐπιφά-
 νεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς
 ἐλάσσονος σφαίρας.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμέ-
 10 νου σχήματος τοῦ περὶ τὸν τομέα ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ
 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τε
 μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου καὶ τῶν ἐπιξεννυουσῶν
 πασῶν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου καὶ ἐτι τῆς ἡμισείας
 τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. τὸ γὰρ ὑπὸ
 15 τοῦ πολυγώνου περιγεγραμμένου σχῆμα ἐγγεγραμμένον
 ἐστὶν εἰς τὸ τμήμα τῆς μείζονος σφαίρας [τότε δὲ
 δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον].

μ'.

Τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος τῷ τομεῖ ἡ ἐπι-
 20 φάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση
 ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἡγμένη ἐπὶ
 τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμή-
 ματος.

2. γὰρ] γίνεται per comp. F. 3. γίνεται ἡ] B; γίνεται
 per comp. F; ἐστὶ ἡ ed. Basil., Torellius. 4. λήμμασι supra
 scripto μ F. 8. πόρισμα om. F. 13. ἐτι τῆς] scripsi; ἐπι
 τῆς F, ulgo; τῆς ἐτι ed. Basil., Torellius. 14. τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ
 πολυγώνου περιγεγραμμένον] scripsi (περιγεγραμμένον pro ἐγγε-
 γραμμένον iam Barrowius); ἐγγεγραμμένον F, ulgo; τὸ γὰρ
 περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομεῖ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐστὶν
 (lin. 15) Torellius. 16. τότε] scripsi; τουτο F, ulgo. δι]

maior est superficie conii ex lineis MA , NB orta. nam

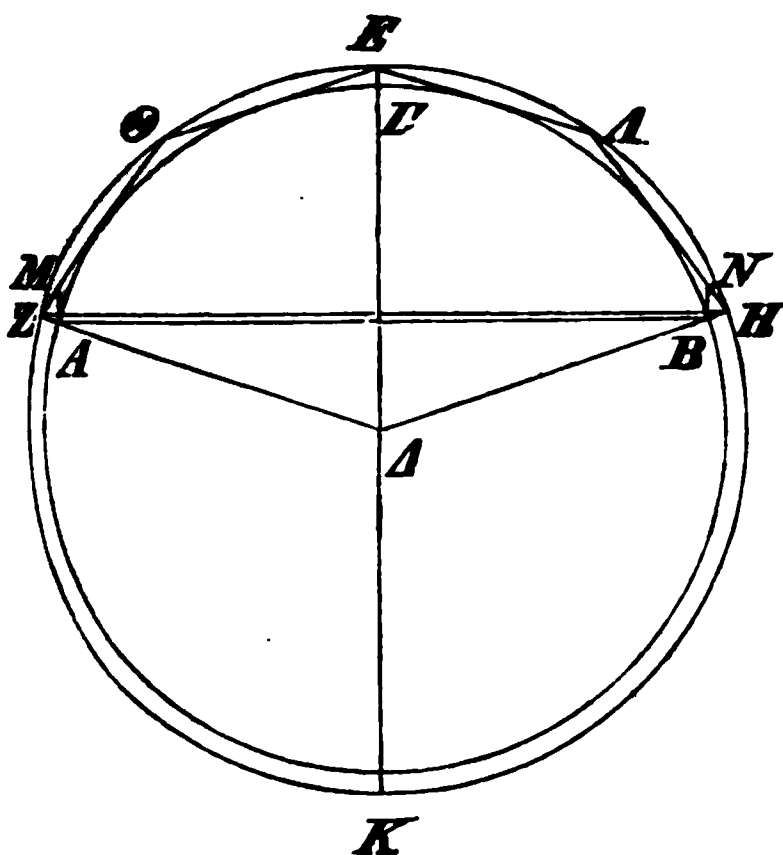
$$ZM > MA$$

et

$$NH > NB$$

[Eucl. III, 18; I, 19].

quod cum ita sit, superficies superficies maior erit [u. Eutocius]. adparet igitur, etiam superficiem figurae circumscriptae maiorem esse superficie segmenti sphaerae minoris.



COROLLARIUM.

Et adparet, superficiem figurae circum sectorem circumscriptae aequalem esse circulo, cuius radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod continetur uno latere polygoni et omnibus lineis angulos polygoni iungentibus et praeterea dimidia basi polygoni, quod commemorauimus. nam figura circumscripta ex polygono orta segmento sphaerae maioris inscripta est [tum u. prop. 35].

XL.

Superficies figurae circum sectorem circumscriptae maior est circulo, cuius radius aequalis est lineae a vertice segmenti ad ambitum ductae circuli, qui segmenti basis est.

ὁῖ Nizzo. 18. λη' F, μδ' Torellius, 22. βασις cum comp.
syllabae ις F.

i enim sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$,
 centrum E . et circum sectorem circumscribatur
 onum AKZ , et circum id circulus circumscriba-
 t efficiatur figura, sicut antea. et sit circulus N ,
 radius quadratus aequalis sit rectangulo, quod
 setur uno latere polygoni et omnibus lineis [an-
]¹⁾ iungentibus cum dimidio lineae KA . hoc
 a spatium aequale est rectangulo, quod contine-
 neis $M\Theta$, ZH , quae altitudo est segmenti sphae-
 maioris. hoc enim antea demonstratum est [prop.
 Eucl. VI, 16]. itaque radius circuli N quadratus
 alis est $M\Theta \times HZ$. sed $HZ > \Delta\Xi$ ²⁾; (nam si
 nus lineam KZ , parallela erit lineae ΔA . sed
 a linea AB parallela est lineae KA , et communis
 linea ZE . quare triangulus ZKH similis est
 gulo $\Delta A\Xi$ [Eucl. I, 29].

igitur $ZK : \Delta A = ZH : \Delta\Xi$ (Eucl. VI, 4)].

$ZK > \Delta A$; quare etiam $ZH > \Delta\Xi$) et $M\Theta = \Gamma\Delta$
 a si ducitur linea EO , erit EO linea parallela lineae

1) De omisso uerbo γωνίας u. index.

2) Sequentia uerba lin. 14—15 iam Nizzius deleuit, nec du-
 i potest, quin transcriptori debeantur. addita sunt ex
 9 ad demonstrandum $HZ > \Delta\Xi$, sed et re et uerbis praua
 ebat esse: τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας). etiam alia
 ac propositione subditius uideri possint, sed cum ex Eu-
 totam demonstrationem ut subobscuram repetenti, adpa-
 , eam aliquatenus turbatam fuisse, nihil mutauit.

[ἐπιγεγνηνυμένων] ἐπιγεγνηνυμένων τὰς γωνίας ed. Basil., To-
 ius, Cr. (non BC*). 9. ὅ] ἡ Torellius. 12. HZ] NZ F.
 ὅ] ἡ Torellius. 16. ἐπιζεύξωμεν] scripsi; ἐπεξεύξωμεν F,
 go. 28. EO] EH F; corr. Torellius.

ἄρα ἐστὶν ἡ $ΕΟ$ τῇ $ΜΘ$. διπλασία ἄρα ἐστὶν ἡ $ΜΘ$ τῆς $ΕΟ$. ἀλλὰ καὶ ἡ $ΓΔ$ διπλασία ἐστὶν τῆς $ΕΟ$. ἴση ἄρα ἡ $ΜΘ$ τῇ $ΓΔ$. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $ΓΔ$, $ΔΞ$ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς $ΑΔ$. ἡ ἄρα τοῦ σχήματος τοῦ
 5 $ΚΖΑ$ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος, τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $ΑΒ$. ὁ γὰρ N κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου
 10 περὶ τὸν τομέα σχήματος.

ΠΟΡΙΣΜΑ α'.

Γίνεται δὲ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸν τομέα σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΚΑ$ κύκλος, κορυφή δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, οὗ ἡ
 15 μὲν βάσις ἴση ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθέτω ἡγμένη [ἡ δὲ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας]. τὸ γὰρ περιγεγραμμένον σχῆμα τῷ τομῇ ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ τμήμα τῆς μείζονος σφαίρας, ἧς κέντρον
 20 ἐστὶ τὸ αὐτό [δῆλον οὖν τὸ λεγόμενόν ἐστιν ἐκ τοῦ προγεγραμμένου].

ΠΟΡΙΣΜΑ β'.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ μείζον ἐστὶ κώνου τοῦ βάσιν μὲν
 25 ἔχοντος τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος τῆς ἐλάσσονος σφαίρας

3. ἄρα] *scripsi*; *est* F; ἄρα ἐστὶν B, ed. Basil., Torellius.
 11. πόρισμα α'] 19' *infra scripto* ζ F; με' Torellius. 12. δὲ] *scripsi*; δὲ F, *vulgo*. 14. ἴσον] *ισ* *supra scripto* ο F. 22. πόρισμα β' om. F, *mg.* [σ]; με' Torellius.

Eucl. VI, 2], quia $MO = OZ$ [Eucl. III, 3] et $= EZ$. erit igitur $M\Theta = 2EO$.¹⁾ sed etiam $2EO$. itaque $M\Theta = \Gamma\Delta$). sed $\Gamma\Delta \times \Delta\Xi = \Delta\Delta$.²⁾ Icties igitur figurae KZA maior est circulo, cuius aequalis est lineae a uertice segmenti ad ambductae circuli, qui basis est segmenti, h. e. circum diametrum AB descripti. nam circulus qualis est superficiei figurae circum sectorem ascriptae [prop. 39 πρόρισμα p. 164].³⁾

COROLLARIUM I.

erit autem etiam figura circum sectorem circumscripta una cum cono, cuius basis est circulus circumscriptus, uertex autem centrum, aequalis cono, basis aequalis est superficiei figurae, altitudo a lineae a centro ad latus perpendiculari ductae.⁴⁾ figura circum sectorem circumscripta inscripta est in sphaerae maioris, cuius centrum idem est u. prop. 38].

COROLLARIUM II.

hinc autem adparet, figuram circumscriptam una cum cono maiorem esse cono basim habenti circulum, cuius radius aequalis sit lineae a uertice segmenti sphaerae minoris ad ambitum ductae circuli, qui basis est segmenti, altitudo autem radio [sphaerae

1) Cfr. Zeitschr. f. Math. u. Phys., hist.-litt. Abth. XXIV 8.

2) Ducta enim linea $\Delta\Gamma$ angulus $\Delta\Delta\Gamma$ rectus erit (Eucl. VI, 8 πρόρισμα).

3) Tum cfr. Eucl. XII, 2.

4) Sequentia uerba, quae prorsus abundant (lin. 17), Ar-
edis ipsius non sunt.

ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις
τοῦ τμήματος, ὕψος δὲ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου. ὁ γὰρ
ἴσος κῶνος τῷ σχήματι σὺν τῷ κῶνῳ τὴν μὲν βάσιν
μείζονα ἔξει τοῦ εἰρημένου κύκλου, τὸ δὲ ὕψος ἴσον
5 τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

μά'.

*Ἐστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος,
καὶ τμήμα ἔλασσον ἡμικυκλίου τὸ $ABΓ$, καὶ κέντρον
τὸ $Δ$ · καὶ εἰς τὸν $ABΓ$ τομέα ἐγγεγράφθω πολίγωνον
10 ἄρτιόγωνον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παρ
ἄλληλοι ἐστῶσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς· καὶ κύκλος
περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον. καὶ
ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς HB περιεγεχθέν-
τες οἱ κύκλοι ποιείτωσαν σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπι-
15 φανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον, ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμ-
μένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου
σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ ἡ πλευρὰ
ἢ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν
τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου, τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ
20 κῶνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

ἔστω γὰρ κύκλος ὁ M , οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον
δύναται τῷ ὑπὸ τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ περιγεγραμμένου
πολυγώνου καὶ πασῶν τῶν ἐπιζευγνουσῶν τὰς γωνί-
ας καὶ ἐτι τῆς ἡμισείας τῆς EZ . ἔσται δὲ ὁ M
25 κύκλος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ περιγεγραμμένου σχή-

2. δέ] δὲ ἴσον Torellius. 6. μά' om. F; μζ' Torellius.
10. ἄρτιόγωνιον Nizze. τούτῳ] scripsi; τουτου F, vulgo
16. ἐγγεγραμμενον F, ut videtur, sed in rasura. 17. ἢ η']
scripsi; η F; ἢ vulgo. 21. κύκλος ὁ M] scripsi; ὁ M κυκλος
F, vulgo.

is]. nam conus aequalis figurae una cum cono maiorem habebit circulo, quem commemoravi [prop. 40], altitudinem autem aequalem radio rae minoris [prop. 40 coroll. 1] [tum u. $\lambda\eta\mu\mu$. 1].

XLI.

t rursus sphaera, et in ea circulus maximus, et tantum semicirculo minus $AB\Gamma$, et centrum Δ . tori $AB\Gamma$ inscribatur polygonum [aequilaterum]¹⁾, latera paria sunt numero, et ei simile polygonum circumscribatur, et latera eorum parallela sint, cum polygonum circumscriptum circulus circumstatur. et eodem modo, quo antea, manente linea circumvoluantur circuli [cum polygonis]²⁾, et effiguntur figuras per superficies conicas comprehensas. monstrandum est, superficiem figurae circumscriptae superficiem inscriptae duplicem rationem habere, et latus polygoni circumscripti ad latus inscripti, nam uero [circumscriptam] una cum cono [ad figuram inscriptam una cum cono]³⁾ triplicem rationem. sit enim circulus M , cuius radius quadratus aequat rectangulo, quod continetur uno latere polygoni circumscripti et omnibus lineis angulos iungentibus et latera dimidio lineae EZ .⁴⁾ erit igitur circulus M

1) Archimedes scripserat lin. 10: $\text{ισόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόγωνον}$ pro ἀρτιόγωνον . cfr. p. 149 not. 2.

2) Tale aliquid Archimedes addiderat.

3) Lin. 19 putaverim Archimedes scripsisse: $\text{τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα σὺν τῷ κέντρῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον σὺν κέντρῳ}$.

4) Debat esse lin. 23: $\text{καὶ τῆς ἰσῆς πάσαις ταῖς ἐπιξενύουσαις τὰς γωνίας καὶ ἔτι τῇ ἡμισείᾳ τῆς EZ}$.

ματος. εἰλήφθω δὲ καὶ ὁ N κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ
 τρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τε μιᾶς
 ρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου καὶ πασῶν
 ἐπιξεννουσῶν τὰς γωνίας σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς
 5 ἔσται δὴ καὶ οὗτος ἴσος τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἐγγε-
 μένου σχήματος. ἀλλὰ τὰ εἰρημένα χωρία ἐστὶ
 ἄλληλα, ὥς τὸ ἀπὸ τῆς EK πλευρᾶς πρὸς τὸ ἀπὸ
 AA πλευρᾶς [καὶ ὥς ἄρα τὸ πολύγωνον πρὸς τὸ
 λύγωνον, ὁ M κύκλος πρὸς τὸν N κύκλον]. φαί-
 10 οῦν, ὅτι καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐγγεγραμμένου
 ματος διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ EK πρὸς
 [τὸν δὲ αὐτόν, ὃν καὶ τὸ πολύγωνον].

1. δέ] scripsi; δη F, vulgo. N] M F; corr. Tor
 12. τὴν AA ed. Basil., Torellius (non BC*).

ἔστω πάλιν κώνος ὁ Ξ βάσιν μὲν ἔχων τῷ M ἴσην.
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.
 ἴσος δὲ οὗτός ἐστιν ὁ κώνος τῷ περιγεγραμμένῳ σχή-
 ματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν EZ κύκλος,
 5 κορυφή δὲ τὸ Δ . καὶ ἔστω ἄλλος κώνος ὁ O , βάσιν
 μὲν ἴσην ἔχων τῷ N , ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ
 τὴν AA κάθετον ἡγμένην. ἔσται δὲ καὶ οὗτος ἴσος
 τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι σὺν τῷ κώνῳ, οὗ βάσις ὁ
 περὶ διάμετρον τὴν AG κύκλος, κορυφή δὲ τὸ Δ κέν-
 10 τρον. ταῦτα γὰρ πάντα προέγραπται. καὶ [ἐπεὶ]
 ἐστιν, ὥς ἡ EK πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐλάσ-
 στονος σφαίρας, οὕτως ἡ AA πρὸς τὴν ἀπὸ τοῦ κέν-
 τρου [τοῦ Δ] ἐπὶ τὴν AA κάθετον ἡγμένην, ἐδείχθη
 δὲ ὡς ἡ EK πρὸς τὴν AA , οὕτως ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
 15 τοῦ M κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύ-
 κλου [καὶ ἡ διάμετρος πρὸς τὴν διάμετρον], ἔσται ἄρα,
 ὥς ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ Ξ, πρὸς
 τὴν διάμετρον τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ O , οὕτως
 τὸ ὕψος τοῦ Ξ κώνου πρὸς τὸ ὕψος τοῦ O κώνου
 20 [ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι]. ὁ Ξ ἄρα κώνος πρὸς τὸν
 O κώνον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ διάμετρος
 πρὸς τὴν διάμετρον. φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τὸ σχῆμα
 τὸ περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ πρὸς τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ
 25 EK πρὸς AA .

4. κυκλ. cum comp. οὐ F. 6. τῷ] το F. 8. τῷ] (prius.
 το F. 12. οὕτως] οὐ F. 14. οὕτως] per comp. F, ut lin. 18.

¹⁾ rursus conus Ξ basim habens circulo M aequalitatem autem radium sphaerae minoris. hic conus aequalis est figurae circumscriptae uno, cuius basis est circulus circum EZ descriptus, vertex autem Δ [prop. 40 coroll. 1]. et sit alius O basim habens aequalem circulo N , altitudinem lineam a Δ puncto ad AA perpendicularem. erit igitur etiam hic aequalis figurae inscriptae una cum cono, cuius basis est circulus circumscriptus, vertex autem Δ centrum [prop. 38]. enim omnia antea scripta sunt. et [quoniam]²⁾ ut EK ad radium sphaerae minoris, ita AA ad AA a centro [Δ] ad AA perpendicularem ductam [utocius], demonstratum autem est, lineam EK ad eandem rationem habere quam radium circuli M ad radium circuli N [u. Eutocius]³⁾, erit igitur, ut diameter circuli, qui basis est coni Ξ , ad diametrum circuli, qui basis est coni O , ita altitudo coni Ξ ad altitudinem coni O . itaque Ξ conus ad conum O triplicem rationem habet, quam diameter ad diametrum [$\lambda\eta\mu\mu$. 5; Eucl. XII, 12]. adparet igitur, etiam figuram circumscriptam una cum cono ad inscriptam una cum cono eandem habere rationem, quam $EK^3 : AA^3$.

XII, 2); sed circulis M , N aequales sunt superficies. verba antecedentia delenda sunt; u. praef.

) De verbis antecedentibus u. praef.

) Ex Eutocio adparet, Archimedes ipsum omisisse $\epsilon\pi\epsilon\lambda\theta\eta$ et $\tau\omicron\upsilon$ Δ lin. 13.

) Verba sequentia lin. 16 ad $\epsilon\delta\epsilon\lambda\chi\theta\eta$ lin. 18 parum apta sunt enim hoc usquam demonstratum est, nec omnino deest (quidquam dictum) Archimedis non sunt, qui ex Eucl. tacite concluderat, diametros eandem rationem habere, et radios.

μβ'.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἢ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περι-
 5 φέρειαν ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμή-
 ματος τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ μέγιστος ἐν αὐτῇ κύκλος ὁ $ΑΒΓ$, καὶ τμήμα ἐν αὐτῇ ἐλάσσον ἡμισφαιρίου, οὗ βᾶσις ὁ περὶ τὴν $ΑΓ$ κύκλος πρὸς ὀρθὰς ὢν τῷ $ΑΒΓ$ κύκλῳ
 10 καὶ εἰλήφθω κύκλος ὁ $Ζ$, οἷ ἢ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $ΑΒ$. δεῖ δεῖξαι, ὅτι ἢ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος ἴση ἐστὶ τῷ $Ζ$ κύκλῳ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ἢ ἐπιφάνεια τοῦ $Ζ$ κύκλου καὶ εἰλήφθω τὸ $Δ$ κέντρον, καὶ ἀπὸ τοῦ $Δ$ ἐπὶ τὰ
 15 $Α$, $Γ$ ἐπιξενυχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν. καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τῆς τε ἐπιφανείας τοῦ τμήματος καὶ τοῦ $Ζ$ κύκλου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸν $ΑΒΓ$ τομέα πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ ἄλλο τοῖτῳ ὁμοιον περιγεγράφθω, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον πρὸς
 20 τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἥπερ ἢ ἐπιφάνεια τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸν $Ζ$ κύκλον. περιενεχθέντος δὲ τοῦ κύκλου, ὡς καὶ πρότερον, ἔσται δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. ὢν τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον.
 25 καὶ ἢ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἔσται, ὡς τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον. ἐκάτερος γὰρ τῶν λόγων διπλάσιός ἐστι τοῦ, ὃν ἔχει ἢ τοῦ περιγεγραμ-

1. μ' F; μη' Torellhus.

9. τῷ] το FC*.

14. τὰ] το

FBC*. 18. τοῦτῳ] τουτο F.

28. ἢ om. F; corr. Torellhus

XLII.

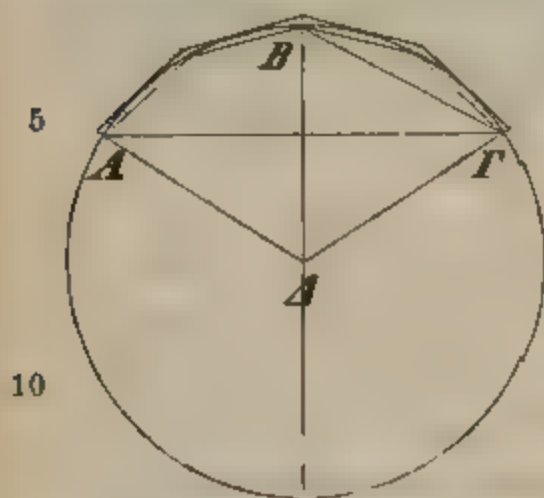
iusuis sphaerae segmenti minoris hemisphaerio
ficies aequalis est circulo, cuius radius aequalis
neae a uertice segmenti ad ambitum ductae cir-
qui basis est segmenti sphaerae.

t sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma$, et
antum in ea hemisphaerio minus, cuius basis sit
us circum $A\Gamma$ descriptus ad circulum $AB\Gamma$ per-
cularis. et sumatur circulus Z , cuius radius
lis sit lineae AB . demonstrari oportet, super-
segmenti $AB\Gamma$ aequalem esse circulo Z .

enim aequalis non est, sit superficies circulo Z
r. et sumatur centrum Δ , et a Δ puncto ad A ,
neae ductae producantur. datis igitur duabus
itudinibus inaequalibus, superficie segmenti et
lo Z , inscribatur sectori $AB\Gamma$ polygonum aequi-
um, cuius latera¹⁾ paria sunt numero, et aliud
simile circumscribatur, ita ut polygonum cir-
scriptum ad inscriptum minorem rationem habeat,
a superficies segmenti sphaerae ad Z circulum
p. 6 p. 22]. circumuoluto autem, sicut antea, cir-
orientur duae figurae per superficies conicas com-
ensae, quarum altera circumscripta erit, altera
ripta. et superficies figurae circumscriptae ad su-
ficiem inscriptae eam habebit rationem, quam po-
num circumscriptum ad inscriptum. utraque enim
o duplex est quam ea, quam habet latus polygoni
umscripti ad latus inscripti [u. Eutocius]. sed

1) Archimedes scripserat ἀρτιόπλευρον lin. 18; cfr. p. 153
2.

μένου πολυγώνου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου
πλευράν. ἀλλὰ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον πρὸς



τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα
λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ τοῦ
εἰρημένου τμήματος ἐπιφά-
νεια πρὸς τὸν Z κύκλον.
μείζων δέ ἐστιν ἡ τοῦ περι-
γεγραμμένου σχήματος ἐπι-
φάνεια τῆς ἐπιφανείας τοῦ
τμήματος. καὶ ἡ τοῦ ἐγ-
γεγραμμένου σχήματος ἐπι-
φάνεια ἄρα μείζων ἐστὶ τοῦ

Z κύκλου· ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἡ εἰρημένη
τοῦ σχήματος ἐπιφάνεια ἐλάσσων οὖσα τοῦ τηλικούτου
15 κύκλου. — ἔστω πάλιν ὁ κύκλος μείζων τῆς ἐπιφα-
νείας· καὶ ὁμοίως περιγεγράφθω καὶ ἐγγεγράφθω
ὅμοια πολύγωνα· καὶ τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ
ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχέτω τοῦ, ὃν ἔχει ὁ
κύκλος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος. οὐκ ἄρα
20 ἐλάσσων ἡ ἐπιφάνεια τοῦ Z κύκλου. ἐδείχθη δέ, ὥς
οὐδὲ μείζων· ἴση ἄρα.

μγ'.

Καὶ ἐὰν μείζον ἡμισφαιρίου ἢ τὸ τμήμα, ὁμοίως
αὐτοῦ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
25 τρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν
ἡγμένη τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βᾶσις τοῦ τμήματος.

3. ἐγγεγραμμενον F. 19. τμήματος] Nizze; σχήματος F,
ulgo. 20. ἐλάσσων] Nizze; μείζων F, ulgo. 21. μείζων]
Nizze; ἐλάσσων F, ulgo. 22. μᾶ' F; μᾶ' Torellius. 23.
τό] addidi; om. F, ulgo. 25. ἐστὶ] ἐσται per comp. F; comp
Torellius.

circumscriptum ad inscriptum minorem
habet, quam superficies segmenti, quod com-
memorauimus, ad circulum
Z [ex hypothesi]. super-
ficies autem figurae circum-
scriptae maior est super-
ficie segmenti [prop. 39].
itaque etiam superficies figu-
rae inscriptae maior est cir-
culo Z. quod fieri non pot-
est. nam demonstratum est,
superficiem figurae, quam
memorauimus, minorem esse eius modi circulo
Z].

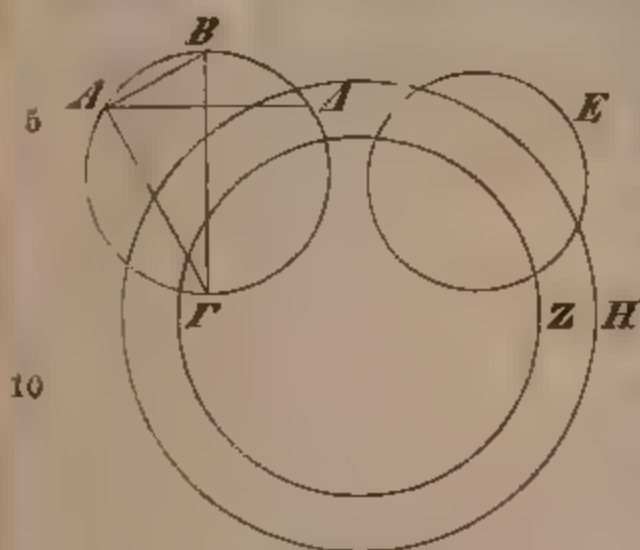
circulus maior superficie. et eodem
quo supra, polygona similia circumscribantur
debantur. et circumscriptum ad inscriptum mi-
norationem habeat, quam circulus ad superficiem
Z [prop. 6 p. 22]. itaque¹⁾ superficies minor
est circulo Z. demonstratum autem, ne maiorem
eam esse. aequalis igitur.

XLIII.

Si segmentum hemisphaerio maius est, eodem
superficies eius aequalis est circulo, cuius radius
est lineae a uertice ad ambitum ductae cir-
culi basis est segmenti.

Si crediderim hanc demonstrationem totam ab Archi-
medem esse. conficitur hoc modo. sit S superficies
segmenti, O et o superficies polygonorum, P et p polygonum.
Hypothesi: $P : p < Z : S$; sed $P : p = O : o$ (u. Eu-

ἔστω γὰρ σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος
καὶ νοείσθω τετμημένη ἐπιπέδῳ ὀρθῶ τῷ κατὰ τὴν



καὶ τὸ $AB\Delta$ ἔλαττον
ἔστω ἡμισφαίριον·
διάμετρος ἡ $B\Gamma$
ὀρθὰς τῇ $A\Delta$ · καὶ
τῶν B, Γ ἐπὶ τὸ A
ζεύχθωσαν αἱ $BA,$
καὶ ἔστω ὁ μὲν E
κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ
κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ A
δὲ Z κύκλος, οὗ
τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ

$A\Gamma$, ὁ δὲ H κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ
15 καὶ ὁ H κύκλος ἄρα ἴσος ἐστὶ τοῖς δυοῖν κύκλοις
 E, Z . ὁ δὲ H κύκλος ἴσος ἐστὶν ὅλῃ τῇ ἐπιφανείᾳ
τῆς σφαίρας [ἐπειδὴ περὶ ἑκατέρω τετραπλασία ἐστὶ
περὶ διάμετρον τὴν $B\Gamma$ κύκλου], ὁ δὲ E κύκλος
ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $AB\Delta$ τμήματος [δέδεικται
20 τοῦτο ἐπὶ τοῦ ἐλάσσονος ἡμισφαίριου]· λοιπὸς δὲ
 Z κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ τοῦ $A\Gamma\Delta$ τμήματος ἐπιφανείᾳ
ὅ ἧ ἐστὶ μείζον ἡμισφαίριον.

μδ'.

Παντὶ τομῇ σφαίρας ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσει
25 ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας
τοῦ κατὰ τὸν τομέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου
τῆς σφαίρας.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ A

7 τῶν B, Γ] τῶν ΓF ; corr. ed. Basil.*; τοῦ ΓB .
 ΓB] $AB F$, supra scripto Γ manu 2. 20. ἐλάσσονος F .

ut enim sphaera, et in ea circulus maximus, et
 itur secta plano perpendiculari in linea AA po-
 et $AB\Delta$ segmentum minus sit hemisphaerio. et
 ieter $B\Gamma$ perpendicularis sit ad lineam AA . et
 mctis B, Γ ad A ducantur lineae $BA, A\Gamma$. et sit
 ircularis, cuius radius aequalis sit lineae AB , Z
 m circulus, cuius radius aequalis sit lineae $A\Gamma$,
 ntem circulus, cuius radius aequalis sit lineae ΓB .
 ne circulus H aequalis est duobus circulis E, Z .¹⁾
 circulus H aequalis est toti superficiei sphaerae
 cl. XII, 2; prop. 33], et E circulus aequalis est
 rificiei segmenti $AB\Delta$ [prop. 42]. itaque qui re-
 uitur circulus Z , aequalis est superficiei segmenti
 Δ , quod hemisphaerio maius est.

XLIV.

Cuius sectori sphaerae aequalis est conus basim
 ens superficiei segmenti sphaerae aequalem, quod
 sectore est, altitudinem autem radio sphaerae ae-
 lem.

sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Delta$, et

us); itaque $O : o < Z : S > : O : Z < o : S$, quod fieri non
 est; nam $o < S$ (prop. 36), sed $O > Z$ (prop. 40).

1) Nam $H : Z : E = B\Gamma^2 : A\Gamma^2 : AB^2$ (Eucl. XII, 2), et
 n angulus $BA\Gamma$ rectus sit (Eucl. III, 31), erit

$$B\Gamma^2 = A\Gamma^2 + AB^2 \text{ (Eucl. I, 47);}$$

n u. Quaest. Arch. p. 48.

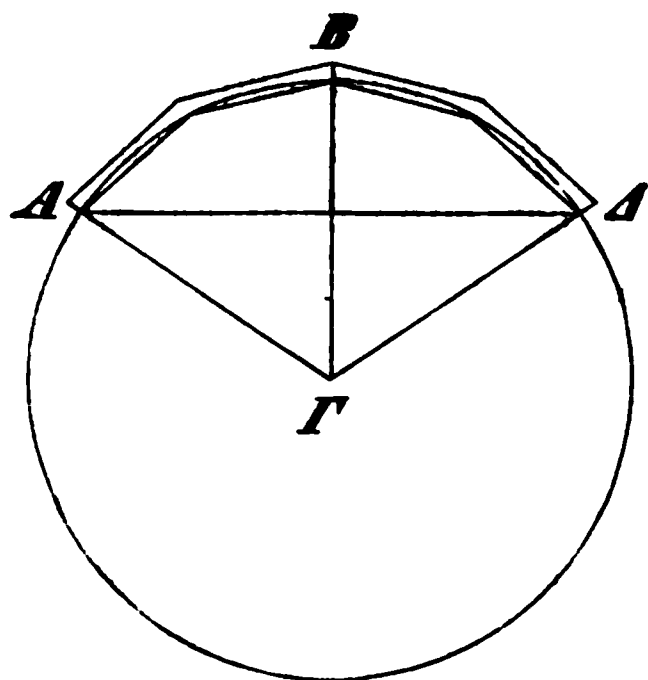
[τον] scripsi; $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\nu$ F, vulgo.
 $\beta\alpha\sigma\iota$ F.

23. $\mu\beta'$ F; ν' Torellius.

καὶ κέντρον τὸ Γ , καὶ κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν ἴσον τῇ κατὰ τὴν $AB\Delta$ περιφέρειαν ἐπιφανείᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ $B\Gamma$. δεικτέον, ὅτι ὁ τομεὺς ὁ $AB\Gamma\Delta$ ἴσος ἐστὶ τῷ εἰρημένῳ κώνῳ.

5 εἰ γὰρ μή, ἔστω μείζων ὁ τομεὺς τοῦ κώνου· καὶ κείσθω ὁ Θ κῶνος, οἷος εἴρηται. δύο δὲ μεγεθῶν ἀνίσων ὄντων, τοῦ τομέως καὶ τοῦ Θ κώνου, εὗρήσθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ A, E , μείζων δὲ ἡ A τῆς E , καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχέτω ἡ A πρὸς E , ἥπερ ὁ το-

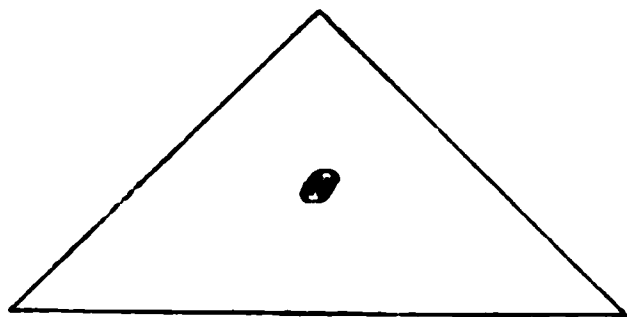
10



15

20

25



μεὺς πρὸς τὸν κῶνον. καὶ εἰλήφθωσαν δύο γραμμαὶ αἱ Z, H , ὅπως τῷ ἴσῳ ὑπερέχη ἡ A τῆς Z , καὶ ἡ Z τῆς H , καὶ ἡ H τῆς E . καὶ περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα τοῦ κύκλου περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευ-

1. κῶνος] scripsi; κωνος ο F , uulgo. 8. A bis scripsi, ut

$A Z H E$ ρον καὶ ἀρτιογώνιον, καὶ τούτῳ ὅμοιον ἐγγεγράφθω, ὅπως ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πλευρὰ ἐλάσσονα λόγον ἔχη πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου τοῦ, ὃν ἔχει ἡ A πρὸς Z . καὶ ὁμοίως τοῖς πρότερον περιενεχθέντος τοῦ κύκλου γεγενήσθω δύο σχήματα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. τὸ ἄρα περιγεγραμμένον σὺν τῷ κώνῳ τῷ

a Γ , et conus basim habens circulum aequalem
 ei in ambitu $AB\Delta$ positae, altitudinem autem
 $B\Gamma$ aequalem. demonstrandum est, sectorem
 aequalem esse cono, quem commemorauimus.
 nim aequalis non est, maior sit sector cono.
 atur conus Θ talis, qualem commemorauimus.
 igitur duabus magnitudinibus inaequalibus, sec-
 cono Θ , inueniantur duae lineae A , E , maior
 A linea E , et minorem rationem habeat A ad
 am sector ad conum [prop. 2]. et sumantur
 inae Z , H , ita ut¹⁾ aequali spatio excedat linea
 am Z , Z lineam H , H lineam E . et circum
 m planum²⁾ circuli circumscribatur polygonum
 sterum, cuius latera³⁾ paria sunt numero, et ei
 inscribatur polygonum, ita ut¹⁾ latus circum-
 ad latus inscripti minorem rationem habeat,
 $A : Z$ [prop. 4]. et eodem modo, quo antea,
 uoluto circulo oriantur duae figurae per super-
 conicas comprehensae. figura igitur circum-

$\delta\pi\omega\varsigma$ pro $\omega\sigma\tau\epsilon$ (ut lin. 22 et supra p. 8, 18; prop. 3
 22; 4 p. 18, 23; cfr. ad II, 4) transcriptori debetur; u.
 Arch. p. 70. cfr. $\epsilon\nu\alpha$ prop. 5 p. 20, 22; p. 22, 27.

$\epsilon\pi\iota\pi\epsilon\delta\omicron\nu$ fortasse delendum; redundat adiuncto $\tau\omicron\upsilon$

$\acute{\alpha}\rho\tau\iota\acute{o}\pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\omicron\nu$, non $\acute{\alpha}\rho\tau\iota\omicron\gamma\acute{\omega}\nu\iota\omicron\nu$ Archimedes scripserat;
 153 not. 2.

14, 26 (et in figura) cum Cr.; Δ ubique F, uulgo.
 uro F. 25. $\epsilon\chi\eta$] BC*; $\epsilon\chi\epsilon\iota$ F, uulgo.

κορυφήν ἔχοντι τὸ Γ σημεῖον πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον
 σὺν τῷ κῶνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει
 ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν
 πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου. ἀλλὰ ἡ τοῦ περιγεγραμ-
 5 μένου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ Α πρὸς Ζ. ἐλάσ-
 σονα λόγον ἄρα ἔξει ἡ τριπλάσιον τὸ εἰρημένον στε-
 ρεὸν σχῆμα τοῦ τῆς Α πρὸς Ζ. ἡ δὲ Α πρὸς Ε μείζονα
 λόγον ἔχει ἡ τριπλάσιον τοῦ τῆς Α πρὸς Ζ. τὸ ἄρα
 περιγεγραμμένου σχῆμα στερεὸν τῷ τομεῖ πρὸς τὸ ἐγγε-
 10 γραμμένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ
 Α πρὸς Ε. ἡ δὲ Α πρὸς Ε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἡ ὁ
 στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον. μείζονα ἄρα λόγον
 ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον, ἡ τὸ
 περιγεγραμμένον τῷ τομεῖ σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμ-
 15 μένον· καὶ ἐναλλάξ. μείζον δέ ἐστι τὸ περιγεγραμμέ-
 νον στερεὸν σχῆμα τοῦ τμήματος. καὶ τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον ἄρα σχῆμα ἐν τῷ τομεῖ μείζον ἐστι τοῦ Θ κῶνον·
 ὅπερ ἀδύνατον. δέδεικται γὰρ ἐν τοῖς ἄνω ἔλασσον
 ὃν τοῦ τηλικούτου κῶνου [τουτέστι τοῦ ἔχοντος βάσιν
 20 μὲν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς
 κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἐπιξενγν-
 μένη εὐθεῖα τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος,
 ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. οὗτος δι-
 ἐστιν ὁ εἰρημένος κῶνος ὁ Θ· βάσιν τε γὰρ ἔχει κύ-
 25 κλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος, τουτέστι τῷ

4. Post περιγεγραμμένου addit Torellius: πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου. 5. Α] scripsi cum Cr., ut lin. 7 bis, 8, 10, 11. Δ ubique F, vulgo; cfr. p. 182, 8. 12. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον] addidi; om. F, vulgo. 13. ἡ τὸ] τὸ ἄρα ed. Basil., Torellius. 14. Post τὸ ἐγγεγραμμένον addunt ed. Basil., Torellius: ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κῶνον; sic etiam Cr. 16. τμήματος] τομέως Nizze.

scripta cum cono uerticem habenti punctum Γ ad figuram inscriptam cum cono triplicem rationem habet, quam latus polygoni circumscripti ad latus inscripti [prop. 41]. sed latus polygoni circumscripti [ad latus inscripti]¹⁾ minorem rationem habet, quam $A : Z$. itaque figura solida [circumscripta cum cono ad figuram inscriptam cum cono]²⁾ minorem rationem habebit, quam $A^3 : Z^3$. sed $A : E > A^3 : Z^3$.³⁾ itaque figura solida circum sectorem circumscripta⁴⁾ ad figuram inscriptam minorem rationem habet, quam $A : E$. sed A ad E minorem rationem habet, quam sector solidus ad conum Θ [ex hypothesi]. maiorem igitur rationem habet sector solidus ad conum Θ , quam figura circum sectorem circumscripta⁵⁾ ad inscriptam.⁶⁾ et uicissim. maior autem est figura solida circumscripta sectore [prop. 39].⁷⁾ itaque etiam figura sectori inscripta maior est cono Θ . quod fieri non potest. nam supra demonstratum est, minorem eam esse eius modi cono

1) Haec uerba transscriptor potius quam aut Archimedes aut librarius omisit.

2) Ne haec quidem ab Archimede omissa esse puto.

3) U. Eutocius ad prop. 34; Quaest. Arch. p. 51.

4) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod in sequentibus etiam saepe omittitur.

5) Sc. *σὺν τῷ κώνῳ*.

6) Ex Eutocio comperimus, Archimedem scripsisse: *τὸ ἄρα περιγεγραμμένον στερεὸν πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὁ στερεὸς τομεὺς πρὸς τὸν Θ κώνον*, et ita locum correxit ed. Basil.; sed tum non intellegitur, quo modo uerba illa in codicibus exciderint. quare satius duxi aliud supplementum recipere, et discrepantiam transscriptori tribuere.

7) Hic quoque omittitur, ut etiam lin. 17: *σὺν τῷ κώνῳ*; praeterea falsum uerbum *τμήματος* transscriptoris est.

εἰρημένῳ κύκλῳ καὶ ὕψος ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς
 σφαίρας]. οὐκ ἄρα ὁ στερεὸς τομεὺς μείζων ἐστὶ τοῦ
 Θ κώνου. — ἔστω δὴ πάλιν ὁ Θ κώνος τοῦ στερεοῦ
 τομέως μείζων. πάλιν δὴ ὁμοίως ἡ Δ πρὸς τὴν Ε
 5 μείζων αὐτῆς οὕσα ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει
 ὁ κώνος πρὸς τὸν τομέα. καὶ ὁμοίως εἰλήφθωσαν αἱ
 Ζ, Η, ὥστε εἶναι τὰς διαφορὰς τὰς αὐτάς· καὶ τοῦ
 περιγεγραμμένου περὶ τὸν ἐπίπεδον τομέα πολυγώνου
 ἀρτιογωνίου ἢ πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου
 10 ἐλάσσονα λόγον ἔχεται τοῦ, ὃν ἔχει ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ
 καὶ γεγενῆσθω τὰ περὶ τὸν στερεὸν τομέα στερεὰ σχή-
 ματα. ὁμοίως οὖν δείξομεν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον
 περὶ τὸν τομέα στερεὸν σχῆμα πρὸς τὸ ἐγγεγραμμένον
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἡ Δ πρὸς Ε, καὶ τοῦ.
 15 ὃν ἔχει ὁ Θ κώνος πρὸς τὸν τομέα [ὥστε καὶ ὁ τομεὺς
 πρὸς τὸν κώνον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ τὸ ἐγγε-
 γραμμένον στερεὸν ἐν τῷ τμήματι πρὸς τὸ περιγεγραμ-
 μένον]. μείζων δὲ ἐστὶν ὁ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου
 εἰς αὐτὸν σχήματος· μείζων ἄρα ὁ Θ κώνος τοῦ περι-
 20 γεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον [δέδεικται γὰρ
 τοῦτο, ὅτι ὁ τηλικούτος κώνος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περι-
 γεγραμμένου σχήματος περὶ τὸν τομέα]. ἴσος ἄρα ὁ
 τομεὺς τῷ Θ κώνῳ.

4. τομέως] scripti; τομευς FA; τομέος vulgo. Δ] scripti
 cum Cr., ut lin. 10, 14; Δ ubique F, vulgo. 7. διαφορὰς]
 scripti; δυο πλευρὰς F, vulgo; ὑπεροχὰς Hauber; Nizze. 11
 τόν] των per comp. F.

8 coroll.].¹⁾ itaque sector solidus maior non
 ③.

gitur rursus conus ④ maior sectore solido.
 gitur eodem modo A linea maior linea E ad
 aorem rationem habeat, quam conus ad sec-
 prop. 2]. et eodem modo sumantur lineae Z ,
 ut differentiae eadem sint. et latus polygoni
 teri], cuius latera paria sunt numero²⁾, circum
 a planum circumscripti ad latus inscripti mi-
 rationem habeat, quam $A : Z$ [prop. 4]. et
 figurae solidae circum solidum sectorem de-
 3) eodem igitur modo demonstrabimus, figuram
 circum sectorem circumscriptam⁴⁾ ad inscriptam
 a rationem habere, quam $A : E$, et quam conus
 sectorem.⁵⁾ maior autem est sector figura ei
 a [prop. 36].⁴⁾ itaque ④ conus maior est figura
 scripta.⁴⁾ quod fieri non potest [prop. 40 co-
 cfr. prop. 42—43; u. not. 1].⁶⁾ itaque sector
 est cono ④.⁷⁾

Ex prop. 42—43 sequitur, basim eius aequalem esse cir-
 p. 38 coroll. commemorato.

Archimedes scripserat lin. 9: *ισοπλεύρον και ἀρτιοπλεύ-*
 p. 163 not. 1.

Debebat esse: *πολύγωνα τὸ μὲν περιγεγραμμένον, τὸ δὲ*
ἐνέρον; fortasse delenda sunt uerba: *και γεγενήσθω* lin.
ῥατα lin. 12.

κ. *σὺν τῷ κώνῳ*, quod idem omittitur lin 19; 20; u.
 not. 7.

Sint F , f figurae solidae, L , l latera polygonorum. erit:
 $L^3 : l^3$ (prop. 41) $< A^3 : Z^3$ (ex hypothesi) $< A : E$
 not. 3) $< \Theta : \text{sectorem}$ (ex hypothesi). sequentia uerba
 -18 subditiua sunt; Archimedes scripsisset: *και ἐναλ-*
θ prauo *τμήματι* lin. 17 Nizzius coni. *τομεῖ*.

Sequentia transcriptori tribuerim, maxime ob τοῦτο
 cfr. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 388.

In fine: *Αρχιμηδους περι σφαιρας και κυλινδρου α F.*

Ἀρχιμήδης Δοσιθέω χαίρειν.

Πρότερον μὲν ἐπέστειλās μοι γράψαι τῶν προβ-
 μάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς προτάσεις ἀ-
 ἐστείλα Κόνωνι. συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλεῖστα γο-
 5 φεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν πρότερον ἀπέστει-
 σοι τὰς ἀποδείξεις, ὅτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνει-
 α τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ
 σφαίρᾳ, καὶ διότι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπι-
 φανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
 10 ἐστὶ τῇ εὐθείᾳ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος
 τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένη, καὶ διότι πᾶς
 σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον
 κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ
 τῆς σφαίρας αὐτὸς τε ἡμιόλιός ἐστι τῷ μεγέθει τῆς
 15 σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιολία τῆς ἐπιφ-
 ανείας τῆς σφαίρας, καὶ διότι πᾶς τομεὺς στερεοῦς ἴσος
 ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν ἴσον
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας τοῦ ἐν τῷ
 τομεῖ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας
 20 ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γο-
 φεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ

1. Δοσιθεῶ F, corr. Torellius. 3. ἀποδείξεως F. 4. Κόνωνι F, vulgo. 5. θεωρημάτων F. 8. διότι] scripsi; δηρὸν F, vulgo. τμήματος] om F; corr. Cr, ed. Basil. 16. διὰ δὲ ὅτι Barrowius. 21. διὰ τούτων τῶν] cum B; διανυσμάτων F.

II.

Archimedes Dositheo s.

ea me admonuisti, ut demonstrationes eorum
iatum perscriberem, quorum propositiones ipse
miseram.¹⁾ accidit autem, ut pleraque eorum
ntur per ea theoremata, quorum demonstrationes
tibi misi²⁾: cuiusvis sphaerae superficiem qua-
maiores esse circulo maximo sphaerae [I, 33],
rficie cuiusvis segmenti sphaerae aequalem esse
m, cuius radius aequalis sit lineae a uertice
ti ad ambitum basis ductae [I, 42—43], et cy-
n basim habentem circulum maximum sphaerae,
inem autem diametro sphaerae aequalem et
dimidia parte maiorem esse sphaera et super-
eius superficie sphaerae dimidia parte maiorem
πόρισμα], et quemvis sectorem solidum aequa-
se cono basim habenti circulum aequalem super-
segmenti sphaerae in sectore positi, altitudinem
radio sphaerae aequalem [I, 44]. quaecunque
theoremata et problemata³⁾ per haec theoremata

Erant praeter problemata huius libri propositiones quae-
helicibus (cfr. infra) et de conoidibus rectangulis (Quaest.
p. 11).

In libro I de sphaera et cylindro.

Septem problemata, tria theoremata, quorum primum
Cononi missum non erat (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392
pro ceteris duobus experiendi causa falsa miserat Archi-
u. praef. ad librum περὶ ἑλίκων.

βλίσῃ γράψας ἀπέσταλκά σοι· ὅσα δὲ δι' ἄλλης εἰρή-
σκονται θεωρίας, τὰ τε περὶ ἐλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν
κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι.

Τὸ δὲ πρῶτον ἦν τῶν προβλημάτων τόδε·

5 σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὐρεῖν ἴσον τῇ
ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

ἔστιν δὲ τοῦτο φανερόν δεδειγμένον ἐκ τῶν προ-
ειρημένων θεωρημάτων. τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ
μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδόν τε χω-
10 ρίον ἔστι καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

α'.

Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου
σφαῖραν εὐρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

ἔστω ὁ διδόμενος κώνος ἢ κύλινδρος ὁ A , καὶ τῷ
15 A ἴση ἢ B σφαῖρα· καὶ κείσθω τοῦ A κώνου ἢ κυ-
λίνδρου ἡμιόλιος κύλινδρος ὁ $\Gamma Z A$, τῆς δὲ B σφαί-
ρας ἡμιόλιος κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον
τὴν $H\Theta$ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ KA ἴσος τῇ διαμέτρῳ
τῆς B σφαίρας. ἴσος ἄρα ἔστιν ὁ E κύλινδρος τῷ K
20 κυλίνδρῳ [τῶν δὲ ἴσων κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν
αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ὥς ἄρα ὁ E κύκλος πρὸς τὸν
 K κύκλον, τουτέστιν ὥς τὸ ἀπὸ τῆς ΓA πρὸς τὸ ἀπὸ
τῆς $H\Theta$, οὕτως ἢ KA πρὸς EZ . ἴση δὲ ἢ KA τῇ
 $H\Theta$ [ὁ γὰρ ἡμιόλιος κύλινδρος τῆς σφαίρας ἴσον ἔχει
25 τὸν ἄξονα τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, καὶ ὁ K κύκλος
μέγιστός ἐστι τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ]. ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓA
πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Theta$, οὕτως ἢ $H\Theta$ πρὸς τὴν EZ . ἔστω

4. α' Torellius; cfr. Quaest. Arch. p. 156. 5. εὐρεῖν]
εὐρ. cum comp. ἦν uel ἐν F. 11. β' Torellius. 13. εὐρεῖν
ut lin. 5 F. 14. δεδομένος? 16. ομιολιος F. 19. E] B F;
corr. ed. Basil. 27. οὕτως] per compend. F, ut p. 192 lin. 2 et 4.

ntur, hoc libro perscripta tibi misi. sed quae-
alia disputationis ratione reperiuntur, de helici-
de conoidibus, mox mittere conabor.

num autem problema hoc erat:

sphaera planum spatium inuenire superficiei
e aequale.

autem manifestum est ex theorematis antea
tis demonstratum. nam quadruplum circuli
sphaerae spatium et planum et superficiei
e aequale est [I, 33].

I.

erum erat: dato cono uel cylindro sphaeram
e cono uel cylindro aequalem.¹⁾

conus uel cylindrus datus A , et figurae A
s sphaera B . et ponatur cono uel cylindro A
parte maior cylindrus $\Gamma\Delta$ ²⁾ [u. Eutocius],
aera B cylindrus dimidia parte maior, cuius
est circulus circum diametrum $H\Theta$ descriptus,
item $K\Lambda$ diametro sphaerae B aequalis [I, 34
 α]. aequalis igitur cylindrus E cylindro K .
 $E : K$, hoc est

$$\Gamma\Delta^2 : H\Theta^2 \text{ [Eucl. XII, 2] } = K\Lambda : EZ.^3)$$

$$A = H\Theta.^4) \text{ itaque } \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2 = H\Theta : EZ. \text{ sit}$$

Lin. 13: ἴσην τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ habet Archime-
praef. περὶ ἐλίκων.

Archimedes scripserat: εἰλήφθω τοῦ δοθέντος κώνου ἢ
τοῦ ἡμισφρίου κύλινδρος (Eutocius).

Eucl. XII, 15; cfr. I lemm. 3—4 p. 82.

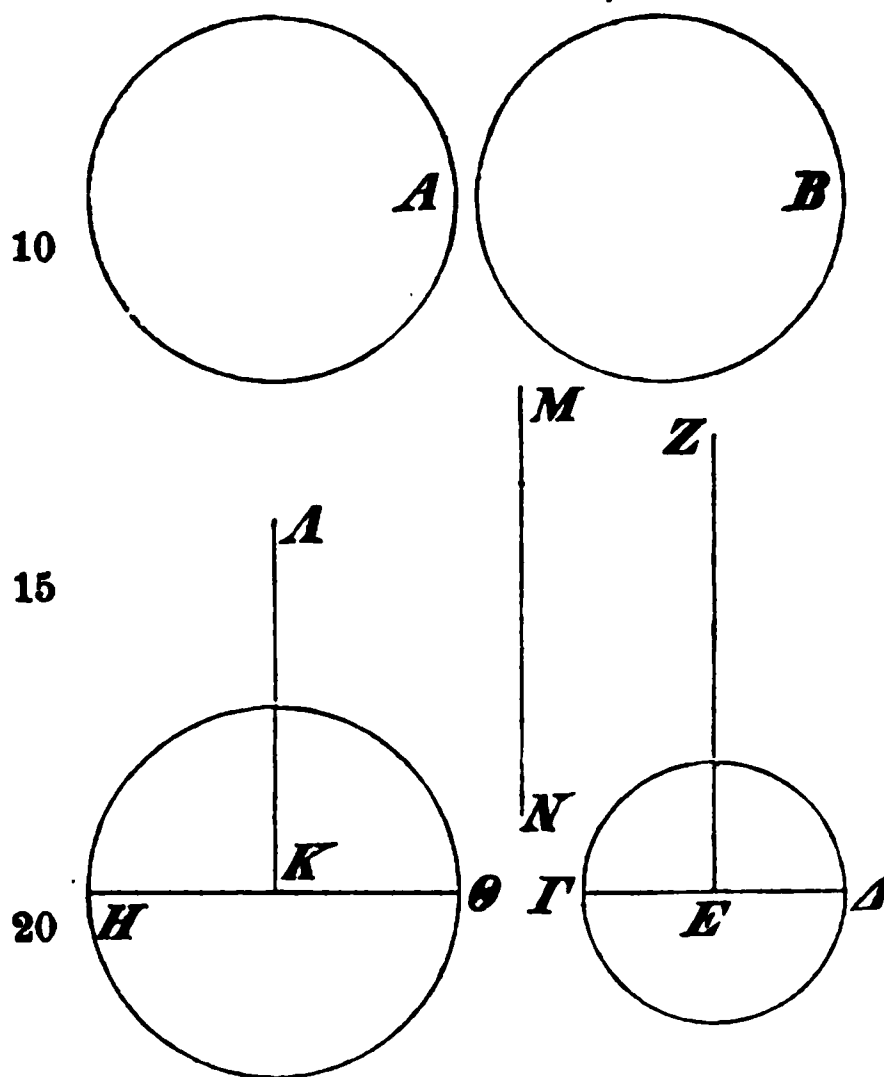
Quia ex I, 34 πρόρισμα basis cylindri circulo maximo
est, diametrus igitur sphaerae diametro aequalis.

τῷ ἀπὸ $H\Theta$ ἴσον τὸ ὑπὸ $\Gamma\Delta$, MN . ὥς ἄρα ἡ $\Gamma\Delta$
 πρὸς MN , οὕτως τὸ ἀπὸ $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Theta$, του-
 ἐστι ἡ $H\Theta$ πρὸς EZ . καὶ ἐναλλάξ, ὥς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς
 τὴν $H\Theta$, οὕτως ἡ $H\Theta$ πρὸς τὴν MN , καὶ ἡ MN
 5 πρὸς EZ . καὶ ἐστὶν δοθεῖσα ἑκατέρα τῶν $\Gamma\Delta$, EZ .
 δύο ἄρα δοθεῖσων εὐθειῶν τῶν $\Gamma\Delta$, EZ δύο μέσαι

ἀνάλογόν εἰσιν αἱ
 $H\Theta$, MN . δοθεῖσα
 ἄρα ἑκάτερα τῶν
 $H\Theta$, MN .

συντεθήσεται δὲ
 τὸ πρόβλημα οὕτως.
 ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς
 κῶνος ἢ κύλινδρος
 ὁ A . δεῖ δὴ τῷ A
 κῶνῳ ἢ κυλίνδρῳ
 ἴσην σφαῖραν εὑρεῖν.

ἔστω τοῦ A κῶ-
 νου ἢ κυλίνδρου ἡμ-
 ὀλιος κύλινδρος, οὗ
 βάσις ὁ περὶ διάμε-
 τρον τὴν $\Gamma\Delta$ κύκλος,



ἄξων δὲ ὁ EZ . καὶ εἰλήφθω τῶν $\Gamma\Delta$, EZ δύο μέσαι
 ἀνάλογον αἱ $H\Theta$, MN , ὥστε εἶναι ὥς τὴν $\Gamma\Delta$ πρὸς τὴν
 25 $H\Theta$, τὴν $H\Theta$ πρὸς τὴν MN , καὶ τὴν MN πρὸς τὴν
 EZ . καὶ νοείσθω κύλινδρος, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμε-
 τρον τὴν $H\Theta$ κύκλος, ἄξων δὲ ὁ KA ἴσος τῇ $H\Theta$
 διαμέτρῳ. λέγω δὴ, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ E κύλινδρος τῷ
 K κυλίνδρῳ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν, ὥς ἡ $\Gamma\Delta$ πρὸς $H\Theta$, ἡ

9. τῶν] των της F; corr. ed. Basil.

11. δέ] scripsi; δη

$= \Gamma\Delta \times MN$. itaque $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$,¹⁾
 $= H\Theta : EZ$. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ$$

que linea $\Gamma\Delta$, EZ data est. itaque duarum
 m datarum $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportiona-
 it $H\Theta$, MN . itaque utraque linea $H\Theta$, MN
 st.

aponetur autem problema hoc modo. sit conus
 lindrus datus A . oportet igitur sphaeram cono
 lindro A aequalem inuenire.

cono uel cylindro A dimidia parte maior cy-
 l, cuius basis est circulus circum diametrum $\Gamma\Delta$
 otus, axis autem EZ linea. et sumantur²⁾ inter
 $\Gamma\Delta$, EZ duae mediae proportionales $H\Theta$, MN
 itocius], ita ut sit

$$\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN = MN : EZ.$$

gatur cylindrus, cuius basis sit circulus circum
 trum $H\Theta$ descriptus, axis autem $K\Lambda$ diametro
 equalis. dico, cylindrum E aequalem esse cy-
 K . nam quoniam $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EB$ et

Quia $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$; tum u. Eucl. V def. 10.

Debebat sic concludi:

$MN = H\Theta : EZ$ $\therefore \Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ (Eucl. V, 16);
 i hypothesi est $\Gamma\Delta : H\Theta = H\Theta : MN$. fortasse uerbum
 ἐξ lin. 3 delendum est.

) Archimedes posuerat εὐρησθῶσαν, lin. 23, ut habet Eu-

Igo. 12. οὕτως per comp. F. 15. τῶ] το F. 29.
 καὶ] ἐπεὶ γάρ?

MN πρὸς EZ , καὶ ἐναλλάξ, καὶ ἴση ἢ $H\Theta$ τῇ KA
 [ὥς ἄρα ἢ $\Gamma\Delta$ πρὸς MN , τουτέστιν ὥς τὸ ἀπὸ τῆς
 $\Gamma\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $H\Theta$, οὕτως ὁ E κύκλος πρὸς τὸν
 K κύκλον]· ὥς ἄρα ὁ E κύκλος πρὸς τὸν K κύκλον,
 5 οὕτως ἢ KA πρὸς τὴν EZ [τῶν ἄρα E, K κυλίνδρων
 ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν]. ἴσος ἄρα ὁ E
 κύλινδρος τῷ K κυλίνδρῳ. ὁ δὲ K κύλινδρος τῆς
 σφαίρας, ἥς διάμετρος ἢ $H\Theta$, ἡμιόλιός ἐστιν. καὶ ἡ
 σφαῖρα ἄρα, ἥς ἡ διάμετρος ἴση ἐστὶ τῇ $H\Theta$, του-
 10 ἐστὶν ἢ B , ἴση ἐστὶ τῷ A κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ.

β'.

Παντὶ τμήματι τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶ κώνος ὁ βάσιν
 μὲν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθείαν,
 ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον
 15 ἔχει, ὃν συναμφοτέρος ἢ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαί-
 ρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος
 τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ἔστω σφαῖρα, ἐν ἣ ὁ μέγιστος κύκλος, οὗ διάμετρος
 ἢ AG · καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ ἢ σφαῖρα τῷ διὰ τῆς
 20 BZ πρὸς ὀρθὰς τῇ AG · καὶ ἔστω κέντρον τὸ Θ . καὶ
 πεποιήσθω, ὥς συναμφοτέρος ἢ ΘA , AE πρὸς τὴν AE ,
 οὕτως ἢ ΔE πρὸς GE . καὶ πάλιν πεποιήσθω, ὥς
 συναμφοτέρος ἢ $\Theta \Gamma$, ΓE πρὸς GE , οὕτως ἢ KE
 πρὸς EA . καὶ ἀναγεγράφθωσαν κῶνοι ἀπὸ τοῦ κῆ-
 25 κλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν BZ κορυφὰς ἔχοντες τὰ
 K, Δ σημεία. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ μὲν $B\Delta Z$ κώνος

6. βασ cum comp. ης F. 10. B] \overline{HB} F.
 rellius. 19. τῷ] των per comp. F; corr. B*.
 των F, vulgo. 25. εχοντα F; corr. B*.

11. γ' To-
 τῆς] Nisse;

n $[\Gamma\Delta : MN = H\Theta : EZ;$ Eucl. V, 16], et
 $K\Lambda$, erit igitur¹⁾ $E : K = K\Lambda : EZ$.²⁾ itaque
 us E aequalis est cylindro K [Eucl. XII, 15;
 1 not. 3]. sed cylindrus K dimidia parte maior
 haera, cuius diametrus est $H\Theta$. itaque etiam
 a, cuius diametrus aequalis est lineae $H\Theta$, hoc
 aequalis est cono uel cylindro A .³⁾

II.

iuis segmento sphaerae aequalis est conus ba-
 abens eandem, quam segmentum, altitudinem
 lineam, quae ad altitudinem segmenti eam ra-
 i habet, quam radius sphaerae una cum altitu-
 eliqui segmenti ad altitudinem reliqui segmenti.
 sphaera, et in ea circulus maximus, cuius dia-
 sit $A\Gamma$. et sphaera secetur plano per BZ lineam
 ad $A\Gamma$ lineam perpendiculari. et centrum sit Θ .
⁴⁾ $\Theta A + AE : AE = \Delta E : \Gamma E$. et rursus fiat⁵⁾
 $\Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, et construantur in cir-
 circum diametrum BZ descripto coni uertices
 tes puncta K, Δ . dico, conum $B\Delta Z$ aequalem

Uerba $\acute{\omega}\varsigma \acute{\alpha}\rho\alpha$ lin. 2 — $K \kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\nu$ lin. 4 deleo. neque
 inde, quod $\Gamma\Delta : H\Theta = MN : EZ$ et $H\Theta = K\Lambda$, con-
 ur $\Gamma\Delta : MN = E : K$; hoc enim ex Eucl. V def. 10 et
 sequitur (u. not. 2).

) Nam

$MN = H\Theta : EZ = K\Lambda : EZ$; sed $\Gamma\Delta : MN = \Gamma\Delta^2 : H\Theta^2$
 V def. 10) $= E : K$ (Eucl. XII, 2) $\therefore E : K = K\Lambda : EZ$.
 sequentia deleo; cfr. p. 190, 20.

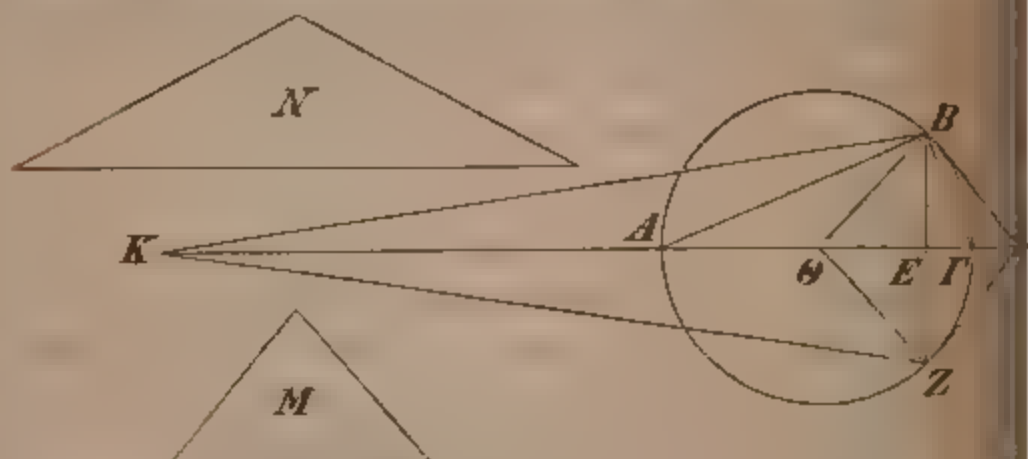
) $K = \frac{3}{2}B$; sed $E = \frac{3}{2}A$ (ex hypothesi). quare cum
 E , erit $\frac{3}{2}B = \frac{3}{2}A \therefore B = A$.

) Archimedes scripserat $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$ lin. 21; Quaest. Arch. p. 70.

) H. e. $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$ lin. 22; u. not. 4.

τῷ κατὰ τὸ Γ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ BKZ τὸ κατὰ τὸ A σημεῖον.

ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $B\Theta$, ΘZ , καὶ νοείσθω κῶνος βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλου



- 5 κορυφήν δὲ τὸ Θ σημεῖον. καὶ ἔστω κῶνος ὁ M βάσιν
ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ $B\Gamma Z$ τμήματος
τῆς σφαίρας, τουτέστιν οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ
τῇ $B\Gamma$, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας
ἔσται δὴ ὁ M κῶνος ἴσος τῷ $B\Gamma\Theta Z$ στερεῷ τομῇ
10 τοῦτο γὰρ δέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ. ἐπεὶ δὲ
ἔστιν, ὥς ἡ ΔE πρὸς $E\Gamma$, οὕτως συναμφοτέρως ἡ ΘA
 $A E$ πρὸς $A E$, διελόντι ἔσται, ὥς ἡ ΓA πρὸς ΓE
οὕτως ἡ ΘA πρὸς $A E$, τουτέστιν ἡ $\Gamma\Theta$ πρὸς $A E$
καὶ ἐναλλάξ, ὥς ἡ $\Delta \Gamma$ πρὸς $\Gamma\Theta$ ἐστίν, οὕτως ἡ ΓE
15 πρὸς $E A$. καὶ συνθέντι, ὥς ἡ ΘA πρὸς $\Theta \Gamma$, ἡ ΓA
πρὸς $A E$, τουτέστι τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ $B E$. ὥς
ἄρα ἡ $\Delta \Theta$ πρὸς $\Gamma\Theta$, τὸ ἀπὸ ΓB πρὸς τὸ ἀπὸ $B E$
ἴση δὲ ἐστίν ἡ ΓB τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ M κύκλου
ἡ δὲ $B E$ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν
20 BZ κύκλου. ὥς ἄρα ἡ $\Delta \Theta$ πρὸς $\Theta \Gamma$, ὁ M κύκλος

5 βάσιν μὲν ed. Basil., Torellius 9. ἔσται per comp. 11 οὕτως] Nizze; οὕτω F, uulgo. 20. πρὸς per comp. F.

nento sphaerae ad Γ punctum posito, conum KZ segmento ad A punctum posito.

atur enim lineae $B\Theta$, ΘZ , et fingatur conus abens circulum circum BZ diametrum descripticem autem punctum Θ . et sit conus M , basens circulum superficiei segmenti sphaerae qualem, h. e. circulum, cuius radius aequalis $\frac{1}{2}$, altitudinem autem radio sphaerae aequalem. er conus M aequalis sectori solido $B\Gamma\Theta Z$. n in primo libro demonstratum est [I, 44]. niam $\Delta E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$ [ex hypotrimendo erit [Eucl. V, 17]

$$\Gamma A : \Gamma E = \Theta A : AE = \Gamma\Theta : AE,$$

sim [Eucl. V, 16] $\Delta\Gamma : \Gamma\Theta = \Gamma E : EA$, et mdo [Eucl. V, 18]

$$\Theta\Gamma = \Gamma A : AE = \Gamma B^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

$\Delta\Theta : \Gamma\Theta = \Gamma B^2 : BE^2$. sed ΓB aequalis est circuli M [I, 42], et BE aequalis radio circuli diametrum BZ descripti. itaque ut $\Delta\Theta$ ad $\Theta\Gamma$, plus M ad circulum circum diametrum BZ de-

Ex I, 42. sed fortasse uerba: *τουτέστιν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ ἴση ἐστὶ τῇ $B\Gamma$* delenda sunt (lin. 7—8.)

πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον. καὶ ἐστὶν
 ἴση ἡ $\Theta\Gamma$ τῷ ἄξονι τοῦ M κώνου. καὶ ὡς ἄρα ἡ
 $\Delta\Theta$ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ M κώνου, οὕτως ὁ M κύκλος
 πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον. ἴσος ἄρα ὁ
 5 κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν M κύκλον, ὕψος δὲ τὴν
 ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ρόμβῳ
 [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς λήμμασι τοῦ πρώτου βιβλίου δέ-
 δεικται. ἢ οὕτως· ἐπεὶ ἐστὶν, ὡς ἡ $\Delta\Theta$ πρὸς τὸ ὕψος
 τοῦ M κώνου, οὕτως ὁ M κύκλος πρὸς τὸν περὶ
 10 διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ M κῶνος
 τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν BZ
 κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $\Delta\Theta$. ἀντιπεπόνθασιν γὰρ αὐτῶν
 αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν
 ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν
 15 $\Delta\Theta$, ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ρόμβῳ]. ἀλλ' ὁ M
 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Gamma Z\Theta$ στερεῷ τομεῖ. καὶ ὁ $B\Gamma Z\Theta$
 στερεὸς τομεὺς ἄρα ἴσος ἐστὶ τῷ $B\Delta Z\Theta$ στερεῷ ρόμβῳ.
 κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν
 ὁ περὶ διάμετρον τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ $E\Theta$,
 20 λοιπὸς ἄρα ὁ $B\Delta Z$ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $BZ\Gamma$ τμήματι
 τῆς σφαίρας. ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ BKZ κῶ-
 νος ἴσος τῷ BAZ τμήματι τῆς σφαίρας. ἐπεὶ γὰρ
 ἐστὶν, ὡς συναμφοτέρως ἡ $\Theta\Gamma$, ΓE πρὸς ΓE , οὕτως
 ἡ KE πρὸς EA , διελόντι ἄρα, ὡς ἡ KA πρὸς AE ,
 25 οὕτως ἡ $\Theta\Gamma$ πρὸς ΓE . ἴση δὲ ἡ $\Theta\Gamma$ τῇ ΘA . καὶ
 ἐναλλάξ ἄρα ἐστίν, ὡς ἡ KA πρὸς $A\Theta$, οὕτως ἡ AE
 πρὸς $E\Gamma$. ὥστε καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $K\Theta$ πρὸς ΘA ,
 ἡ AG πρὸς ΓE , τουτέστι τὸ ἀπὸ BA πρὸς τὸ ἀπὸ
 BE . κείσθω δὲ πάλιν κύκλος ὁ N ἴσην ἔχων τὴν

[Eucl. XII, 2]. et $\Theta\Gamma$ linea aequalis est axi quare ut $\Delta\Theta$ ad axem coni M , ita circulus circum diametrum BZ descriptus. fitur basim habens circulum M , altitudinem radium sphaerae aequalis est rhombo solido $\Delta\Theta$ sed conus M aequalis est sectori solido itaque etiam sector solidus $B\Gamma Z\Theta$ aequalis rhombo solido $B\Delta Z\Theta$. subtracto, qui communis est, cuius basis est circulus circum diametrum descriptus, altitudo autem $E\Theta$ linea, qui relinquitur $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae $BZ\Gamma$. etiam demonstrabitur, etiam conum BKZ esse segmento sphaerae BAZ . nam quotiens $\Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E = KE : EA$, erit igitur dictum [Eucl. V, 17] $KA : AE = \Theta\Gamma : \Gamma E$. sed EA . itaque etiam uicissim [Eucl. V, 16]

$$KA : A\Theta = AE : E\Gamma.$$

etiam componendo [Eucl. V, 18]

$$\Theta A = A\Gamma : \Gamma E = BA^2 : BE^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

igitur rursus circulus N radium aequalem

Nam conus M aequalis est cono, cuius basis est circulus BZ descriptus, altitudo autem $\Delta\Theta$ (I lemm. 4 p. 82), conus (k) rhombo illi solido aequalis est. nam sint coni, quos constat rhombus, k_1 et k_2 ; erit

$$k : k_1 : k_2 = \Delta\Theta : E\Delta : E\Theta \text{ (I lemm. 1 p. 80);}$$

$$= E\Delta + E\Theta; \text{ tum u. Quaest. Arch. p. 48.}$$

ἐκ τοῦ κέντρου τῇ AB . ὁ ἄρα N κύκλος ἴσος ἔσται
 τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ BAZ τμήματος. καὶ νοείσθω ὁ κῶ-
 νος ὁ N ἴσον ἔχων τὸ ὕψος τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς
 σφαίρας. ἴσος ἄρα ἐστὶ τῷ $B\Theta ZA$ στερεῷ τομεῖ. τοῦτο
 5 γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη, ὡς ἡ
 $K\Theta$ πρὸς ΘA , οὕτως τὸ ἀπὸ AB πρὸς τὸ ἀπὸ BE ,
 τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N κύκλου
 πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ περὶ διάμετρον
 τὴν BZ κύκλου, τουτέστιν ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ
 10 διάμετρον τὴν BZ κύκλον, ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῷ ὕψει τοῦ
 N κώνου, ὡς ἄρα ἡ $K\Theta$ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ N κώνου,
 οὕτως ὁ N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν BZ
 κύκλον. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ N κῶνος, τουτέστιν ὁ $B\Theta ZA$
 τομεὺς τῷ $B\Theta ZK$ σχήματι. κοινὸς προσκείσθω ὁ κῶ-
 15 νος, οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ τὴν BZ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ
 $E\Theta$. ὅλον ἄρα τὸ ABZ τμήμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶν
 τῷ BZK κώνῳ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ φανερόν, ὅτι γίννεται καθόλου τμήμα σφαίρας
 20 πρὸς κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμή-
 ματι καὶ ὕψος ἴσον, ὡς συναμφοτέρως ἢ τε ἐκ τοῦ κέν-
 τρου τῆς σφαίρας καὶ ἡ κάθετος τοῦ λοιποῦ τμήματος
 πρὸς τὴν κάθετον τοῦ λοιποῦ τμήματος. ὡς γὰρ ἡ
 ΔE πρὸς $E\Gamma$, οὕτως ὁ ΔZB κῶνος, τουτέστι τὸ $B\Gamma Z$
 25 τμήμα πρὸς τὸν $B\Gamma Z$ κῶνον.

1. AB . ὁ ἄρα N κύκλος ἴσος ἔσται τῇ] om. F; supplement
 ed. Basil. 13. $B\Theta ZA$ F; corr. ed. Basil. 15. BZ FBC*.
 18. πόρισμα] mg. [ο] F. 20. πρὸς κῶνον bis F. 21. ὡς] ο F.

ineae AB . itaque circulus N aequalis erit
 i segmenti BAZ . et fingatur conus N alti-
 habens aequalem radio sphaerae. itaque aequa-
 ctori solido $B\Theta ZA$. hoc enim in libro primo
 ratum est [u. Eutocius]. et quoniam demon-
 est: $K\Theta : \Theta A = AB^2 : BE^2$, hoc est radius
 quadratus ad radium quadratum circuli cir-
 diametrum descripti, hoc est circulus N ad
 circum diametrum BZ descriptum [Eucl. XII,
 alis autem $A\Theta$ linea altitudini coni N , erit
 t $K\Theta$ linea ad altitudinem coni N , ita circulus
 rculum circum diametrum BZ descriptum.
 gitur N , hoc est sector $B\Theta ZA$, aequalis est
 $B\Theta ZK$ [u. Eutocius]. addatur communis co-
 ius basis est circulus circum BZ descriptus,
 autem $E\Theta$. itaque totum segmentum sphae-
 Z aequale est cono BZK , quod erat demon-
 m.

COROLLARIUM.

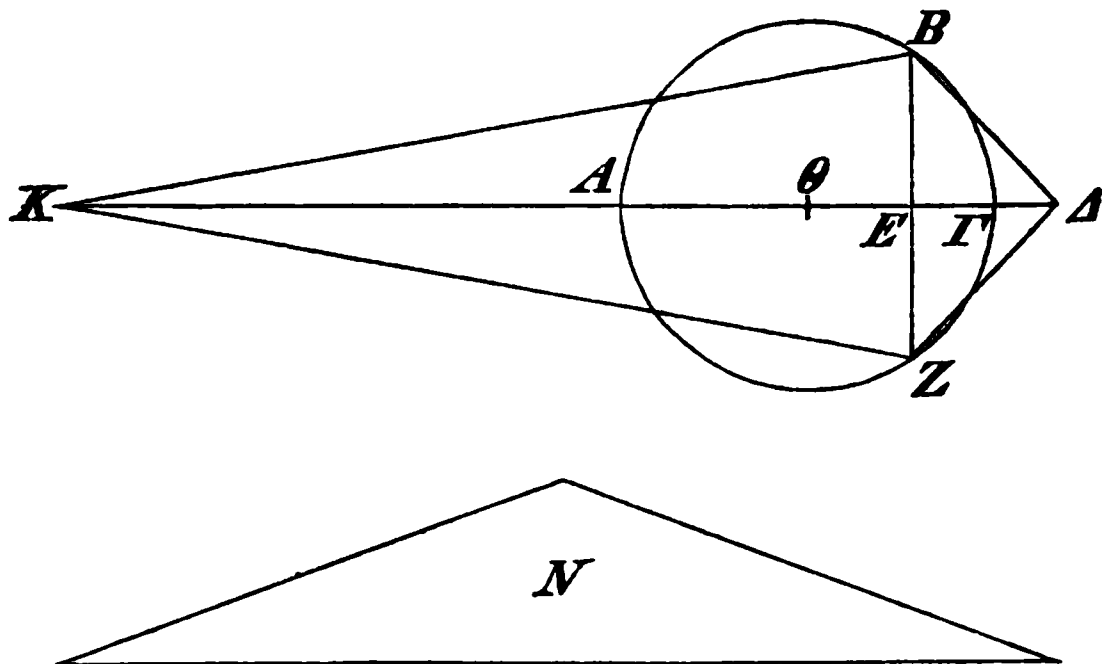
adparet, omnino segmentum sphaerae ad co-
 asim eandem habentem, quam segmentum, et
 nem aequalem eam habere rationem, quam ra-
 phaerae una cum altitudine¹⁾ reliqui segmenti
 itudinem²⁾ reliqui segmenti. nam ut $\angle E$ ad
 conus $\angle ZB$, hoc est segmentum $B\Gamma Z$ [prop. 2],
 um $B\Gamma Z$ [I lemm. 1 p. 80].³⁾

Archimedes scripserat: τὸ ὕψος lin. 22; Quaest. Archi-
 . 71.

τὸ ὕψος genuinum est lin. 23; cfr. not. 1. Eutocius ad
 , ubi citat τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος, utroque
 pos habet.

Et $\angle E : E\Gamma = \Theta A + AE : AE$; u. p. 194, 21.

τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὅτι καὶ ὁ KBZ κῶνι
 ἴσος ἐστὶ τῷ BAZ τμήματι τῆς σφαίρας. ἔστω γ
 κῶνος ὁ N βάσιν μὲν ἔχων [τὴν] ἴσην τῇ ἐπιφαν
 τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρ
 5 ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ κῶνος τῇ σφαίρᾳ [ἡ γὰρ σφαι
 δέδεικται τετραπλασία τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχ
 τος τὸν μέγιστον κύκλον καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρ
 ἀλλὰ μὴν καὶ ὁ N κῶνος τοῦ αὐτοῦ ἐστὶ τετραπ.
 σιος, ἐπεὶ καὶ ἡ βάσις τῆς βάσεως καὶ ἡ ἐπιφάν
 10 τῆς σφαίρας τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ].
 ἐπεὶ ἐστὶν, ὥς συναμφοτέρως ἡ ΘA , AE πρὸς AE
 ΔE πρὸς $E\Gamma$, διελόντι καὶ ἐναλλάξ, ὥς ἡ $\Theta\Gamma$ πρὸς
 $\Gamma\Delta$, ἡ AE πρὸς $E\Gamma$. πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν, ὥς ἡ AE
 πρὸς EA , συναμφοτέρως ἡ $\Theta\Gamma E$ πρὸς ΓE , διελό
 15 καὶ ἐναλλάξ, ὥς ἡ KA πρὸς $\Gamma\Theta$, τουτέστι πρὸς Θ
 οὕτως ἡ AE πρὸς $E\Gamma$, τουτέστιν ἡ $\Theta\Gamma$ πρὸς Γ
 καὶ συνθέντι· ἴση δὲ ἡ $A\Theta$ τῇ $\Theta\Gamma$. ὥς ἄρα ἡ K



πρὸς $\Theta\Gamma$, ἡ $\Theta\Delta$ πρὸς $\Delta\Gamma$. καὶ ὅλη ἡ $K\Delta$ πρὸς \angle
 ἐστὶν, ὥς ἡ $\Delta\Theta$ πρὸς $\Delta\Gamma$, τουτέστιν ὥς ἡ $K\Theta$ πρὸς

1. ὅτι] δείξομεν, ὅτι B, ed. Basil., Torellius; „ostendem

n positis demonstrabimus¹⁾), etiam conum aequalem esse segmento sphaerae BAZ . situs N basim habens superficiei sphaerae aequatudinem autem radium sphaerae. conus igitur aequalis est.²⁾ et quoniam est

$$\Theta A + AE : AE = \Delta E : E\Gamma,$$

nendo et uicissim [Eucl. V, 17 et 16]

$$\Gamma : \Gamma\Delta = AE : E\Gamma \text{ [quia } \Theta A = \Theta\Gamma].$$

uoniam $KE : EA = \Theta\Gamma + \Gamma E : \Gamma E$, erit dirigit uicissim $KA : \Gamma\Theta$, hoc est

$$KA : \Theta A = AE : E\Gamma = \Theta\Gamma : \Gamma\Delta.$$

onendo [Eucl. V, 18], aequalis autem $A\Theta$ lineae utraque $K\Theta : \Theta\Gamma = \Theta\Delta : \Delta\Gamma$, [et uicissim (Eucl.

$K\Theta : \Theta\Delta = \Theta\Gamma : \Delta\Gamma$, et componendo (Eucl.

$$K\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta\Gamma = K\Theta : \Theta A \text{ [u. Euto-}$$

rchimedes sine dubio alio modo hanc alteram demonstrationem partis posterioris (p. 198, 21; cfr. Eutocius) adiungit. Arch. p. 73). de $\sigma\tau\iota$ cfr. Neue Jahrb., Suppl. XI

sphaera enim quadruplo maior est cono basim habenti maximum, altitudinem autem radium (I, 34), sed eodem cono quadruplo maior est (I, 33; I lemm. 1

fortasse delenda sunt: $\iota\sigma\eta$ δὲ ἡ $A\Theta$ $\tau\eta$ $\Theta\Gamma$ lin. 17; cfr.

3. $\tau\eta\upsilon$ deleo. 7. $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\upsilon$] $\kappa\acute{\epsilon}\nu\tau\rho\upsilon$ $\tau\eta\varsigma$ $\sigma\phi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma$ ed. Torellius. 14. $\Theta\Gamma E$] $\Theta\Gamma$, ΓE Torellius.

ΘA . ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔK , ΘA τῷ ὑπὸ τῶν $\Delta \Theta K$.
 πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὥς ἡ $K \Theta$ πρὸς $\Theta \Gamma$, ἡ $\Theta \Delta$ πρὸς $\Gamma \Delta$,
 ἐναλλάξ. ὥς δὲ ἡ $\Theta \Gamma$ πρὸς $\Gamma \Delta$, ἐδείχθη ἡ $A E$ πρὸς
 $E \Gamma$. ὥς ἄρα ἡ $K \Theta$ πρὸς $\Theta \Delta$, ἡ $A E$ πρὸς $E \Gamma$. καὶ
 5 ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ $K \Delta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $K \Theta \Delta$, τὸ ἀπὸ $A \Gamma$
 πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $A E \Gamma$. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν $K \Theta \Delta$ ἴσον
 ἐδείχθη τῷ ὑπὸ $K \Delta$, $A \Theta$. ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ $K \Delta$ πρὸς
 τὸ ὑπὸ τῶν $K \Delta$, $A \Theta$, τουτέστιν ἡ $K \Delta$ πρὸς $A \Theta$, τὸ
 ἀπὸ $A \Gamma$ πρὸς τὸ ὑπὸ $A E \Gamma$, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ
 10 $E B$. καὶ ἐστὶν ἴση ἡ $A \Gamma$ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N
 κύκλου. ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ N
 κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ $B E$, τουτέστιν ὁ N κύκλος πρὸς
 τὸν περὶ διάμετρον τὴν $B Z$ κύκλον, οὕτως ἡ $K \Delta$
 πρὸς $A \Theta$, τουτέστιν ἡ $K \Delta$ πρὸς τὸ ὕψος τοῦ N κώ-
 15 νου. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ N κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα,
 τῷ $B \Delta Z K$ στερεῷ ῥόμβῳ [ἢ οὕτως· ἐστὶν ἄρα, ὥς ὁ
 N κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν $B Z$ κύκλον.
 οὕτως ἡ ΔK πρὸς τὸ ὕψος τοῦ N κώνου. ἴσος ἄρα
 ἐστὶν ὁ N κῶνος τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ περὶ
 20 διάμετρον τὴν $B Z$ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ΔK . ἀντι-
 πόνθασιν γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν. ἀλλ'
 οὗτος ὁ κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $B K Z \Delta$ στερεῷ ῥόμβῳ.
 καὶ ὁ N ἄρα κῶνος, τουτέστιν ἡ σφαῖρα, ἴση ἐστὶ τῷ
 $B Z K \Delta$ στερεῷ ῥόμβῳ]· ὧν ὁ $B \Delta Z$ κῶνος ἴσος ἐδείχθη
 25 τῷ $B \Gamma Z$ τμήματι τῆς σφαίρας. λοιπὸς ἄρα ὁ $B K Z$
 κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ $B \Delta Z$ τμήματι τῆς σφαίρας.

1 ΔK , ΘA] $\Delta \Theta$, ΘK Torellius; $\delta \theta \kappa$, $\theta \alpha$ ed. Basil.
 $\Delta \Theta K$] ΔK , ΘA Torellius; $\delta \kappa$ ed. Basil. 3. post ἐναλλάξ
 addunt ed. Basil., Torellius (non Cr): ὥς ἡ $K \Theta$ πρὸς $\Theta \Gamma$, ἡ
 $\Theta \Gamma$ πρὸς $\Gamma \Delta$. $A E$] ΔE F. 4 $A E$] ΘE F. 5. $K \Theta$,
 $\Theta \Delta$ Torellius, ut lin. 6. 6 $A E$, $E \Gamma$ Torellius, ut lin. 9.
 21. βασ cum comp. ης F. 24. $B K Z \Delta$ Torellius. post

aque $\Delta K \times \Theta A = \Delta \Theta \times \Theta K$. rursus quo-
 $\Theta : \Theta \Gamma = \Theta \Delta : \Gamma \Delta$, etiam uicissim

$$[K\Theta : \Theta \Delta = \Theta \Gamma : \Gamma \Delta].$$

onstratum est $\Theta \Gamma : \Gamma \Delta = AE : E\Gamma$. itaque
 $1 = AE : E\Gamma$. quare etiam

$$\Theta \times \Theta \Delta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

onstratum est $K\Theta \times \Theta \Delta = K\Delta \times A\Theta$. ita-
 $\Gamma^2 : K\Delta \times A\Theta$, hoc est

$$K\Delta : A\Theta = A\Gamma^2 : AE \times E\Gamma,$$

$= A\Gamma^2 : EB^2$.²⁾ et $A\Gamma$ aequalis est radio
 N .³⁾ quare ut radius circuli N quadratus ad
 hoc est ut circulus N ad circum circum dia-
 BZ descriptum [Eucl. XII, 2], ita $K\Delta$ ad $A\Theta$,
 $K\Delta$ ad altitudinem coni N . conus igitur N ,
 sphaera, aequalis est rhombo solido $B\Delta ZK$.⁴⁾

⁵⁾ conus $B\Delta Z$ aequalis est segmento sphaerae
 u. p. 198, 20 sqq.]. itaque qui relinquitur, co-
 ΓZ aequalis est segmento sphaerae BAZ .

Ex eius adnotatione comperimus, Archimedes scrip-
 τως ἡ AE lin. 4; ὑπὸ τῶν $K\Theta\Delta$, οὕτως lin. 5.

Nam $AE : EB = EB : E\Gamma$ (Zeitschr. f. Math., hist.
 zh. p. 181 nr. 16); tum u. Eucl. VI, 17.

Sit enim diameter circuli N d . erit ex Eucl. XII, 2:
 $\Gamma Z = d^2 : A\Gamma^2$; sed $N = 4AB\Gamma Z$ (I, 38); itaque

$$d^2 = 4A\Gamma^2, d = 2A\Gamma.$$

Nam sint coni, ex quibus constat rhombus, k_1, k_2 . ex
 ione supra p. 204, 11 sq. demonstrata adparet, conum N
 m esse cono (k), cuius basis sit circulus circum BZ de-
 , altitudo autem $K\Delta$ (I lemma 4 p. 82); iam

$$k : k_1 : k_2 = K\Delta : KE : E\Delta \text{ (I lemm. 1 p. 80),}$$

$$= KE + E\Delta; \text{ tum u. Quaest. Arch. p. 48; cfr. p. 199}$$

ὡν lin. 24 h. e. conorum, ex quibus constat rhombus.

addit Torellius: τῶ ἐκ τοῖν κώνων συγκειμένῳ τοῖν $B\Delta Z$,
 „ex conis bdf et bkf composito“ Cr.

γ'.

Τρίτον ἦν πρόβλημα τόδε· τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

- 5 γεγονέτω, καὶ ἔστω τῆς σφαίρας μέγιστος κύκλος ὁ $A\Delta BE$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ AB . καὶ ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν AB ἐπίπεδον ὀρθόν, καὶ ποιείτω τὸ ἐπίπεδον ἐν τῷ $A\Delta BE$ κύκλῳ τομὴν τὴν ΔE , καὶ ἐξεύχθωσαν αἱ $A\Delta$, $B\Delta$.
- 10 ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ΔAE τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ΔBE τμήματος δοθεῖς, ἀλλὰ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔAE τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ $A\Delta$, τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔBE τμήματος ἴσος ἐστὶ
- 15 κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΔB , ὥς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους, οὕτως τὸ ἀπὸ $A\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔB , τουτέστιν ἡ AG πρὸς GB , λόγος ἄρα τῆς AG πρὸς GB δοθεῖς. ὥστε δοθέν ἐστὶ τὸ Γ σημεῖον. καὶ ἐστὶ τῇ AB πρὸς ὀρθᾶς ἡ ΔE
- 20 θέσει ἄρα καὶ τὸ διὰ τῆς ΔE ἐπίπεδον.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Delta E$, καὶ διάμετρος ἡ AB . ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς Z πρὸς H . καὶ τετμήσθω ἡ AB κατὰ τὸ

1. δ' Torellius. 3. τεμεῖν] τιμ cum comp. ιν uel ην F.
 5. φαιρας F. 12. δοθεῖς om. F; corr. Torellius. 14. $A\Delta$,
 τῇ δὲ ἐπιφανείᾳ τοῦ ΔBE τμήματος ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ
 ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ lin. 15 om. F; suppleuit ed.
 Basil. 19. σημεῖον] syllab. μειον in rasura F. 22. $A\Delta BE$
 Torellius.

III.

um problema hoc erat: datam sphaeram plano
ta ut superficies segmentorum inter se ratio-
am habeant.¹⁾

et sit $\triangle ABE$ circulus maximus sphaerae, et
s eius AB . et ponatur planum ad AB lineam
culare²⁾, et faciat planum illud in circulo
sectionem $\triangle E$ lineam, et ducantur AA , BA

quoniam data est ratio, quam habet super-
gmenti $\triangle AE$ ad superficiem segmenti $\triangle BE$,
rficiei segmenti $\triangle AE$ aequalis est circulus,
dius aequalis est lineae AA [I, 43], superficiei
egmenti $\triangle BE$ aequalis est circulus, cuius ra-
ualis est lineae BA [I, 42], et quam rationem
quos commemorauimus, inter se habent, eam
[\triangle^2 ad $\triangle B^2$ [Eucl. XII, 2], hoc est AG ad

Eutocius], data igitur est ratio $AG : GB$.³⁾
atum est Γ punctum [u. Eutocius]. et $\triangle E$ ad
pendicularis est. itaque etiam planum per $\triangle E$
positione datum est.

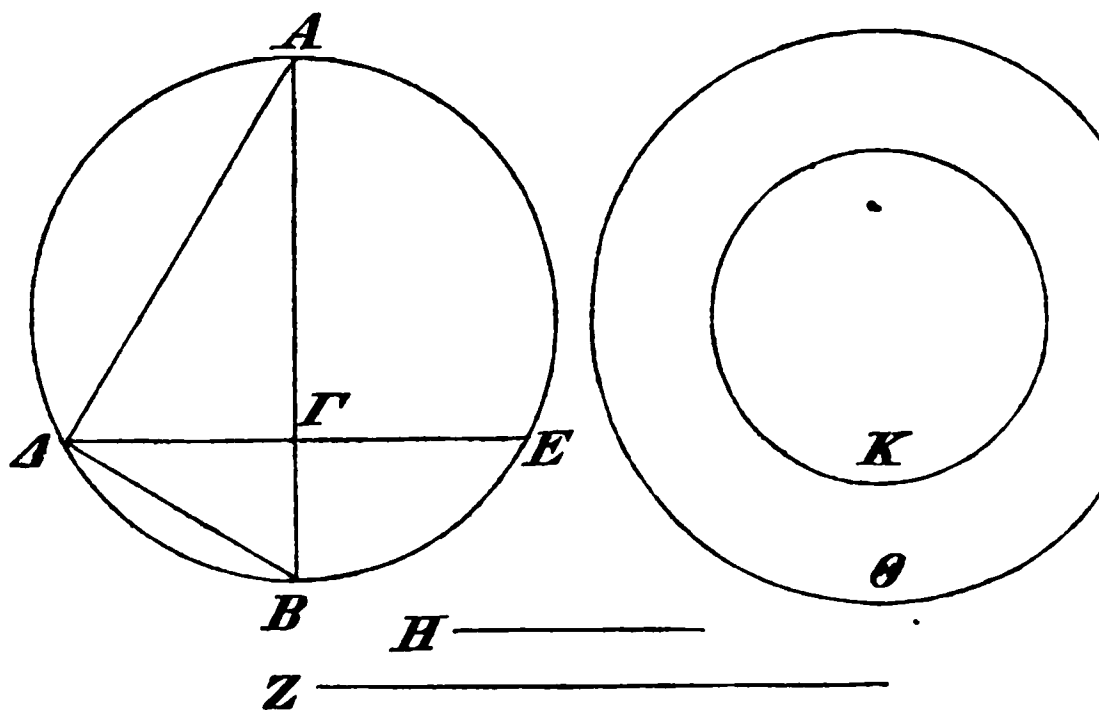
ponetur autem hoc modo. sit sphaera, cuius
maximus sit $AB \triangle E$, et diametrus AB . et data
sit $Z : H$. et secetur AB in Γ puncto ita, ut

*X*enuina forma exstat *περὶ ἐλλίκων* praef.: τὰν δοθεῖσαν
ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν
α λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. de ὅπως lin. 3 cfr. Quaest.
70.

Solitum uerborum ordinem, quem restitui uoluit Nizze:
ν ὁρθὸν πρὸς τὴν AB (lin. 7) recipere non audeo prop-
lem locum II, 5.

Lin. 18 scripserat Archimedes: δοθεὶς δὲ λόγος τῆς AG
 B . hoc enim praebet Eutocius, nisi quod pro δὲ legi-

Γ, ὥστε εἶναι, ὡς τὴν $ΑΓ$ πρὸς $ΒΓ$, οὕτως πρὸς $Η$. καὶ διὰ τοῦ $Γ$ ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ σφαῖρα πρὸς ὀρθὰς τῇ $ΑΒ$ εὐθείᾳ, καὶ ἔστω κοινὴ τ



$ΔΕ$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $ΑΔ$, $ΔΒ$. καὶ ἐκκείσθω
 5 δύο κύκλοι οἱ $Θ$, $Κ$, ὁ μὲν $Θ$ ἴσην ἔχων τὴν ἐκ
 κέντρου τῇ $ΑΔ$, ὁ δὲ $Κ$ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου
 ἔχων τῇ $ΔΒ$. ἔστιν ἄρα ὁ μὲν $Θ$ κύκλος ἴσος τῷ
 φανείᾳ τοῦ $ΔΑΕ$ τμήματος, ὁ δὲ $Κ$ τοῦ $ΔΒΕ$
 ματος. τοῦτο γὰρ προδέδεικται ἐν τῷ πρώτῳ β
 10 καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΑΔΒ$, καὶ κάθετος
 ἔστιν, ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΒ$, τουτέστιν ἡ $Ζ$ πρὸς
 ἀπὸ $ΑΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΒ$, τουτέστι τὸ ἀπὸ
 τοῦ κέντρου τοῦ $Θ$ κύκλου πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 κέντρου τοῦ $Κ$ κύκλου, τουτέστιν ὁ $Θ$ κύκλος
 15 τὸν $Κ$ κύκλον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΔΑΙ$
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ $ΔΒΕ$ τμήματος
 σφαίρας.

10. ὀρθή] Hauber; δοθείσα F, vulgo.

sit $AG : BG = Z : H$ [Eucl. VI, 10]. et per Γ punctum sphaera secetur plano ad AB lineam perpendiculari, et communis¹⁾ sectio sit $\triangle E$, et ducantur AA , $\triangle B$. et ponantur duo circuli \odot , K , ita ut \odot radium lineae AA aequalem habeat, K autem lineae $\triangle B$. itaque \odot circulus aequalis est superficiei segmenti $\triangle AE$ [I, 43], K autem superficiei segmenti $\triangle BE$ [I, 42]. hoc enim in primo libro demonstratum est. et quoniam angulus $A\triangle B$ rectus est [Eucl. III, 31], et $\Gamma\triangle$ perpendicularis, erit $AG : GB$, hoc est $Z : H = AA^2 : \triangle B^2$ [u. p. 206, 17], hoc est radius circuli \odot quadratus ad radium circuli K quadratum, hoc est $\odot : K$ [Eucl. XII, 2], hoc est superficies segmenti $\triangle AE$ ad superficiem segmenti sphaerae $\triangle BE$.

tar $\delta\epsilon$, sed sine dubio errore librarii. fieri tamen potest, ut demonstrationis forma a transcriptore mutata sit.

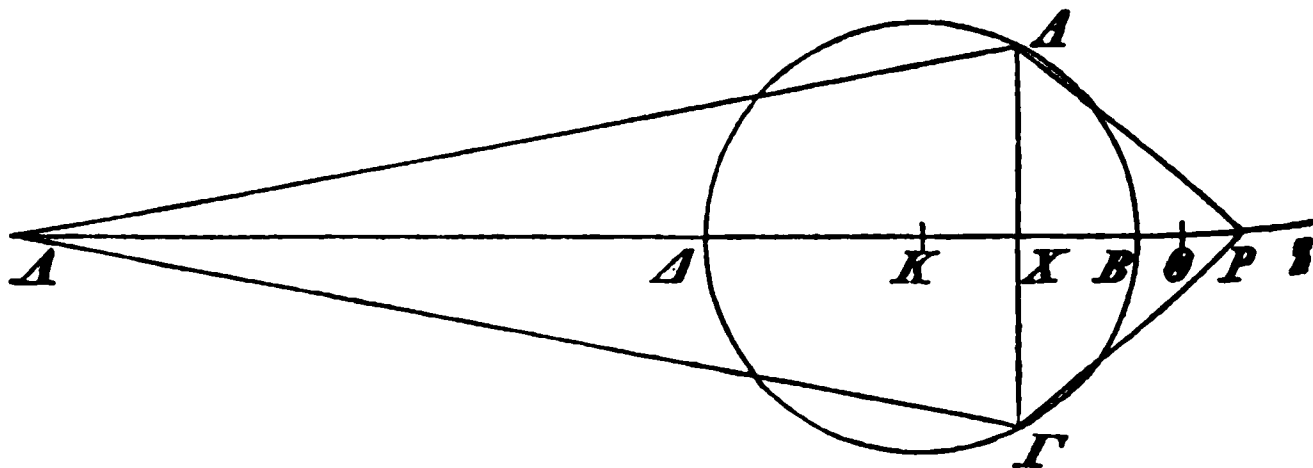
1) Communis sectio sc. plani ad AB perpendicularis et circuli maximi $A\triangle BE$.

δ'.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα ἡ $ΑΒΓΔ$. δεῖ δὲ αὐτὴν τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα.

τετμήσθω διὰ τῆς $ΑΓ$ ἐπιπέδῳ. λόγος ἄρα τοῦ $ΑΔΓ$ τμήματος τῆς σφαίρας πρὸς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα τῆς σφαίρας δοθείς. τετμήσθω δὲ ἡ σφαῖρα διὰ τοῦ κέν-
 10 του, καὶ ἔστω ἡ τομὴ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, κέν-
 τρον δὲ τὸ $Κ$, καὶ διάμετρος ἡ $ΔΒ$. καὶ πεποιήσθω, ὥς μὲν συναμφοτέρος ἡ $ΚΔΧ$ πρὸς $ΔΧ$, οὕτως ἡ $ΡΧ$ πρὸς $ΧΒ$, ὥς δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΚΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$,
 15 οὕτως ἡ $ΛΧ$ πρὸς $ΧΔ$, καὶ ἐπεξεύχθωσαν αἱ $ΑΛ$, $ΔΓ$,
 $ΑΡ$, $ΡΓ$. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν $ΑΛΓ$ κῶνος τῷ $ΑΔΓ$ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ $ΑΡΓ$ τῷ $ΑΒΓ$. λόγος ἄρα καὶ τοῦ $ΑΛΓ$ κώνου πρὸς τὸν $ΑΡΓ$ κῶνον δοθείς.



ὥς δὲ ὁ κῶνος πρὸς τὸν κῶνον, οὕτως ἡ $ΛΧ$ πρὸς
 20 $ΧΡ$ [ἐπείπερ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχουσιν τὸν περὶ διά-
 μετρον τὴν $ΑΓ$ κύκλον]. λόγος ἄρα καὶ τῆς $ΛΧ$ πρὸς
 $ΧΡ$ δοθείς. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς

1. ε' Torellius.

2. τεμ cum comp. ιν uel ην F.

13.

IV.¹⁾

in sphaeram ita secare, ut segmenta sphaerae datam rationem habeant.²⁾

sphaera sit $AB\Gamma\Delta$. oportet igitur eam plano secare, ut segmenta sphaerae inter se datam rationem habeant.

secetur plano per $A\Gamma$ posito. ratio igitur segmenti ad segmentum sphaerae $AB\Gamma$ data est. secetur sphaera per centrum [plano ad planum per $A\Gamma$ perpendiculari]³⁾, et sectio sit circulus maximus $\Delta\Gamma\Delta$, centrum autem K , et diametrus ΔB . et $\Delta A + \Delta X : \Delta X = PX : XB$ et

$$KB + BX : BX = \Delta X : X\Delta,$$

constantur lineae ΔA , $\Delta\Gamma$, AP , $P\Gamma$. itaque conus equalis est segmento sphaerae $\Delta\Delta\Gamma$, et $AP\Gamma$ segmento $AB\Gamma$ [prop. 2]. quare data est ratio $AP\Gamma$. sed $\Delta\Delta\Gamma : AP\Gamma = \Delta X : XP$.⁵⁾ quare ratio $\Delta X : XP$ data est. et eodem modo, quo in Eutocius], per constructionem erit

Transcriptor nescio qua de causa propositiones III et mutavit; u. Neue Jahrb. Suppl. XI p. 392; cfr. Eutocius . IV et *περὶ ἐλίκ.* praef.

Genuinam huius propositionis formam habemus *περὶ praef.*: τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ αὐτὰς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν.

Haec uerba Archimedes ipse uix omiserat.

Archimedeum est γεγονέτω; Quaest. Arch. p. 70.

Sequitur ex I lemm. 1 p. 80, cum basis eadem sit.

X Torellius. 14. KB , BX idem. 22. XP] hic uerba lin. 20 — πρὸς XP lin. 21 repetuntur in F. τὰ οἷς] ταυτοῖς F; ταῦτα τοῖς C* ed. Basil.; corr. B*.

κατασκευῆς, ὥς ἡ $\Lambda\Delta$ πρὸς $K\Delta$, ἡ KB πρὸς BP ,
καὶ ἡ ΔX πρὸς XB . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὥς ἡ PB πρὸς
 BK , ἡ $K\Delta$ πρὸς $\Lambda\Delta$, συνθέντι, ὥς ἡ PK πρὸς KB ,
τουτέστι πρὸς $K\Delta$, οὕτως ἡ KA πρὸς $\Lambda\Delta$. καὶ ὅλη
5 ἄρα ἡ PA πρὸς ὅλην τὴν KA ἐστίν, ὥς ἡ KA πρὸς
 $\Lambda\Delta$. ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $PA\Delta$ τῷ ἀπὸ ΔK . ὥς
ἄρα ἡ PA πρὸς $\Lambda\Delta$, τὸ ἀπὸ KA πρὸς τὸ ἀπὸ $\Lambda\Delta$.
καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὥς ἡ $\Lambda\Delta$ πρὸς ΔK , οὕτως ἡ ΔX πρὸς
 XB , ἔσται ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὥς KA πρὸς $\Lambda\Delta$,
10 οὕτως ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔX [καὶ ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ KA πρὸς
τὸ ἀπὸ $\Lambda\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX]
[πάλιν ἐπεὶ ἐστίν, ὥς ἡ ΔX πρὸς ΔX , συναμφοτέρως
ἡ KB , BX πρὸς BX , διελόντι, ὥς ἡ $\Lambda\Delta$ πρὸς ΔX ,
οὕτως ἡ KB πρὸς BX]. καὶ κλείσθω τῇ KB ἴση ἡ BZ .
15 ὅτι γὰρ ἐκτὸς τοῦ P πεσεῖται, δῆλον [καὶ ἔσται ὥς ἡ
 $\Lambda\Delta$ πρὸς ΔX , οὕτως ἡ ZB πρὸς BX . ὥστε καὶ ὥς ἡ $\Delta\Lambda$
πρὸς ΛX , ἡ BZ πρὸς ZX]. ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς $\Delta\Lambda$
πρὸς ΛX δοθείς, καὶ τῆς PA ἄρα πρὸς ΛX λόγος
ἐστὶ δοθείς. ἐπεὶ οὖν ὁ τῆς PA πρὸς ΛX λόγος συν-
20 ῆπται ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ PA πρὸς $\Lambda\Delta$, καὶ ἡ $\Delta\Lambda$
πρὸς ΛX , ἀλλ' ὥς μὲν ἡ PA πρὸς $\Lambda\Delta$, τὸ ἀπὸ ΔB
πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX , ὥς δὲ ἡ $\Delta\Lambda$ πρὸς ΛX , οὕτως ἡ
 BZ πρὸς ZX , ὁ ἄρα τῆς PA πρὸς ΛX λόγος συν-
ῆπται ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ

6. PA , $\Lambda\Delta$ Torellius. ἴσον ἄρα — ἀπὸ ΔK delet Haub-
ber. 8. ΔX] BX F. 17. $\Delta\Delta$] PX Hauber. 18. ἄρα
om. Torellius. Post ΛX idem addit: καὶ τῆς PA ἄρα πρὸς $\Lambda\Delta$.
23. ZX] BX FBC*.

$$\Delta\Delta : K\Delta = KB : BP = \Delta X : XB.$$

nam est $PB : BK = K\Delta : \Delta\Delta$ [ἀνάπαλιν Eucl. ὁσμή], erit componendo [Eucl. V, 18] $PK : KB$,
 $PK : K\Delta = K\Delta : \Delta\Delta$. quare etiam
 $K\Delta = K\Delta : \Delta\Delta$ [Eucl. V, 12; Eutocius].
 $\Delta\Delta \times \Delta\Delta = K\Delta^2$ [Eucl. VI, 17].¹⁾ erit etiam
 $\Delta = K\Delta^2 : \Delta\Delta^2$ [u. Eutocius]. et quoniam
 $K = \Delta X : XB$, erit e contrario [Eucl. V, 7
 componendo [Eucl. V, 18]

$$K\Delta : \Delta\Delta = B\Delta : \Delta X.^2)$$

notatur $BZ = KB$; nam extra P punctum eam
 rectam esse, adparet [u. Eutocius]. sed quoniam
 $\Delta : \Delta X$ data est [u. Eutocius], erit igitur etiam
 $\Delta\Delta : \Delta X$ data.³⁾ iam quoniam ratio $P\Delta : \Delta X$
 ita est ex rationibus $P\Delta : \Delta\Delta$ et $\Delta\Delta : \Delta X$,
 $P\Delta : \Delta\Delta = \Delta B^2 : \Delta X^2$ [u. Eutocius]⁴⁾, et

$$\Delta\Delta : \Delta X = BZ : ZX \text{ [u. not. 2],}$$

ratio $P\Delta : \Delta X$ composita est ex rationibus

Hoc addit propter synthesisin (p. 216, 15). nec hinc pen-
 sions ἄρα lin. 7, sed refertur ad proportionem

$$P\Delta : K\Delta = K\Delta : \Delta\Delta,$$

ex Eutocio quoque adparet.

Sequentia uerba καὶ ὥς lin. 10 — ἀπὸ ΔX lin. 11 sub-
 iungunt, ut cognoscimus ex Eutocii adnotatione: ὥς δὲ τὸ
 Δ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Delta\Delta$, οὕτως τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX .
 γάρ, ὥς ἡ $K\Delta$ πρὸς $\Delta\Delta$, ἡ $B\Delta$ πρὸς ΔX . sed etiam
 haec uerba πάλιν lin. 12 — πρὸς BX lin. 14 et καὶ ἔσται
 — πρὸς ZX lin. 17 delenda sunt. nam ut adpareat,
 quod $\Delta\Delta : \Delta X$ datam esse, Eutocius prius demonstrat
 $K = \Delta\Delta : \Delta X$, quod non fecisset, si iam apud Archi-
 medem demonstrationem inuenisset.

Genuinam huius loci formam praebet Eutocius: ἐπεὶ δὲ
 σὺν τῇς $\Delta\Delta$ πρὸς ΔX δοθεὶς, καὶ τῇς $P\Delta$ πρὸς ΔX , καὶ
 ἄρα πρὸς $\Delta\Delta$ λόγος ἐστὶ δοθεὶς.

Archimedes scripserat lin. 21: ἀλλ' ὥς μὲν ἡ $P\Delta$ πρὸς
 $\Delta\Delta$ δοθεὶς, καὶ τῇς $B\Delta$ πρὸς ΔX . praeterea p. 214 lin. 1: γεγονέντω.

ΔX , καὶ ἡ BZ πρὸς ZX . πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ $P\Delta$
 πρὸς ΔX , ἡ BZ πρὸς $Z\Theta$. λόγος δὲ τῆς $P\Delta$ πρὸς
 ΔX δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς ZB πρὸς $Z\Theta$ δο-
 5 θείας. δοθεῖσα δὲ ἡ BZ . ἴση γάρ ἐστι τῇ ἐκ τοῦ
 κέντρου· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ $Z\Theta$. καὶ ὁ τῆς BZ
 ἄρα λόγος πρὸς $Z\Theta$ συνῆπται ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει
 ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX , καὶ ἡ BZ πρὸς ZX . ἀλλ'
 ὁ BZ πρὸς $Z\Theta$ λόγος συνῆπται ἐκ τε τοῦ τῆς BZ
 πρὸς ZX καὶ τοῦ τῆς ZX πρὸς $Z\Theta$ [κοινὸς ἀφηρησθῆ-
 10 ὁ τῆς BZ πρὸς ZX]. λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ
 $B\Delta$, τουτέστι δοθέν πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX , οὕτως ἡ XZ
 πρὸς $Z\Theta$, τουτέστι πρὸς δοθέν. καὶ ἐστὶν δοθεῖσα
 $Z\Delta$ εὐθεῖα. εὐθεῖαν ἄρα δοθεῖσαν τὴν ΔZ τεμεῖν
 δεῖ κατὰ τὸ X καὶ ποιεῖν, ὡς τὴν XZ πρὸς δοθεῖσαν
 15 [τὴν $Z\Theta$], οὕτως τὸ δοθέν [τὸ ἀπὸ $B\Delta$] πρὸς τὸ ἀπὸ
 ΔX . τοῦτο οὕτως ἀπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισ-
 μόν, προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε
 ὑπαρχόντων [τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν ΔZ
 τῆς BZ καὶ τοῦ μείζονα τῆς $Z\Theta$ τὴν ZB , ὡς κατὰ
 20 τὴν ἀνάλυσιν] οὐκ ἔχει διορισμόν. καὶ ἐστὶ τὸ προ-
 βλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν $B\Delta$, BZ
 καὶ διπλασίας οὔσης τῆς $B\Delta$ τῆς BZ , καὶ σημείου
 ἐπὶ τῆς BZ τοῦ Θ , τεμεῖν τὴν ΔB κατὰ τὸ X καὶ
 ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ $B\Delta$ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔX , τὴν XZ
 25 πρὸς $Z\Theta$. ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται
 τε καὶ συντεθήσεται.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ὁ δο-
 θείς λόγος ὁ τῆς Π πρὸς Σ , μείζονος πρὸς ἐλάσσονα

2. δέ] δὴ Torellius. 8. συνῆπται] συνηπτε F; fortasse
 συνῆπται καὶ. 13. εὐθείαν ἄρα] scripsi; παρα per comp. F
 vulgo; καὶ δὴ uel ἄρα Torellius. 19. τῆς] (alt.) scripsi; τῆς
 F, vulgo. τήν] τῆς F per comp., vulgo; τὴν BZ τῆς $Z\Theta$

et $BZ : ZX$. fiat¹⁾ autem

$$PA : AX = BZ : Z\Theta.$$

Quia $PA : AX$ data est; itaque etiam ratio data. sed etiam BZ data est; ratio enim est. quare etiam $Z\Theta$ data. itaque etiam $AX : Z\Theta$ composita est ex rationibus $BA^2 : AX^2$ et ZX . sed eadem ratio etiam ex rationibus $AX : ZX$ et $ZX : Z\Theta$ composita est.²⁾ itaque quod BA^2 , hoc est spatium datum, ad AX^2 eam habet, quam XZ ad $Z\Theta$, hoc est ad datam [Eutocius]. et data est linea ZA . datam eam AZ secare oportet in puncto X , ita ut XZ ad lineam datam, ita datum spatium hoc si ita indefinite proponitur, determinatio-
et, sed adiunctis condicionibus, quae hoc loco determinationem non habet. et erit problema
li: datis duabus lineis BA et BZ , quarum
lo maior est linea BZ , et puncto Θ in linea
am AB in puncto X ita secare, ut fiat

$$BA^2 : AX^2 = XZ : Z\Theta.$$

utrumque in fine et resoluetur et componetur.³⁾
ponetur autem problema hoc modo: data ratio
ae Π ad Σ , maioris ad minorem, et sphaera

fr. p. 213 not. 4.

x Eutocio concludi posse uidetur, uerba κοινός lin. 9
 ZX lin. 10 subditiua esse.

mod hic pollicetur supplementum, iam Dioclis et Dio-
temporibus interciderat, sed Eutocius putat, se ipsam
lis resolutionem repperisse, neque iniuria (Quaest. Arch.
Iam totius problematis resolutionem dedit Hugenus:
mechanica cet. (Lugd. Batav. 1751. 4) II p. 388—91.

23. AB] AB F. 27. $\delta\epsilon$] scripsi; $\delta\eta$ F, ulgo.
pos] scripsi; $\muειζον$ F, ulgo.

καὶ δεδοσθῶ τις σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ
τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω τομὴ ὁ $ΑΒΓΔ$ κύκλος, καὶ
διάμετρος ἡ $ΒΔ$, κέντρον δὲ τὸ $Κ$. καὶ τῇ $ΚΒ$
ἴση κείσθω ἡ $ΒΖ$, καὶ τετμήσθω ἡ $ΒΖ$ κατὰ τὸ $Θ$.
5 ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΘΖ$ πρὸς $ΘΒ$, τὴν $Π$ πρὸς $Σ$. καὶ
ἔτι τετμήσθω ἡ $ΒΔ$ κατὰ τὸ $Χ$, ὥστε εἶναι ὡς τὴν
 $ΧΖ$ πρὸς $ΘΖ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$, καὶ διὰ
τοῦ $Χ$ ἐπίπεδον ἐκβεβλήσθω ὀρθὸν πρὸς τὴν $ΒΔ$
λέγω, ὅτι τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τεμεῖ τὴν σφαῖραν, ὥστε
10 εἶναι, ὡς τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον, τὴν $Π$
πρὸς $Σ$. πεποιήσθω γὰρ ὡς μὲν συναμφοτέρος ἡ $ΚΒ$
πρὸς $ΒΧ$, οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΔΧ$, ὡς δὲ συναμφο-
τέρος ἡ $ΚΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$, ἡ $ΡΧ$ πρὸς $ΧΒ$, καὶ ἐπὶ
εξεύχθωσαν αἱ $ΑΔ$, $ΑΓ$, $ΑΡ$, $ΡΓ$. ἔσται δὲ διὰ τὴν
15 κατασκευὴν, ὡς ἐδείξαμεν ἐν τῇ ἀναλύσει, ἴσον τὸ
ὑπὸ $ΡΑΔ$ τῷ ἀπὸ $ΑΚ$. καὶ ὡς ἡ $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$
ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$. ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ $ΚΑ$ πρὸς τὸ
ἀπὸ $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$. καὶ ἐπεὶ τὸ
ὑπὸ τῶν $ΡΑΔ$ τῷ ἀπὸ $ΑΚ$ ἔστιν ἴσον [ἔστιν, ὡς ἡ
20 $ΡΑ$ πρὸς $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΑΚ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$], ἔσται
ἄρα καὶ ὡς ἡ $ΡΑ$ πρὸς $ΑΔ$, τὸ ἀπὸ $ΒΔ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΔΧ$.
τουτέστιν ἡ $ΧΖ$ πρὸς $ΖΘ$. καὶ ἐπεὶ ἔστιν, ὡς συναμ-
φοτέρος ἡ $ΚΒΧ$ πρὸς $ΒΧ$, οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$, ἴση
δὲ ἔστιν ἡ $ΚΒ$ τῇ $ΒΖ$, ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ $ΖΧ$ πρὸς $ΧΒ$.
25 οὕτως ἡ $ΔΧ$ πρὸς $ΧΔ$. ἀναστρέψαντι, ὡς ἡ $ΧΖ$ πρὸς
 $ΖΒ$, οὕτως ἡ $ΧΔ$ πρὸς $ΑΔ$. ὥστε καὶ ὡς ἡ $ΑΔ$ πρὸς

8. τὴν] scripsi; το F, vulgo. 11. $ΚΒ$, $ΒΧ$ Torellius, ut
lin. 23. 13. $ΚΔ$, $ΔΧ$ idem. 15. τό] τῷ F. 16. $ΒΔ$
 $ΑΔ$ Torellius, ut lin. 19. 17. Post $ΚΑ$ repetit F: πρὸς $ΑΔ$
ἡ $ΒΔ$ πρὸς $ΔΧ$ ὥστε καὶ ὡς το ἀπο $ΚΑ$ πρὸς $ΑΔ$ ἡ $ΒΔ$ πρὸς
 $ΔΧ$ ὥστε καὶ ὡς το ἀπο $ΚΑ$; similia BC*. 22. ὡς] ο supra
scriptum manu 1 F. 25. $ΔΧ$] $ΔΧ$ F; corr. Torellius.

data sit, et secetur plano per centrum posito, et sectio sit circulus $AB\Gamma\Delta$, cuius diametrus sit $B\Delta$, centrum autem K . et ponatur BZ lineae KB aequalis, et secetur BZ in puncto Θ ita, ut sit $\Theta Z : \Theta B = \Pi : \Sigma$. porro secetur linea $B\Delta$ in puncto X ita, ut sit

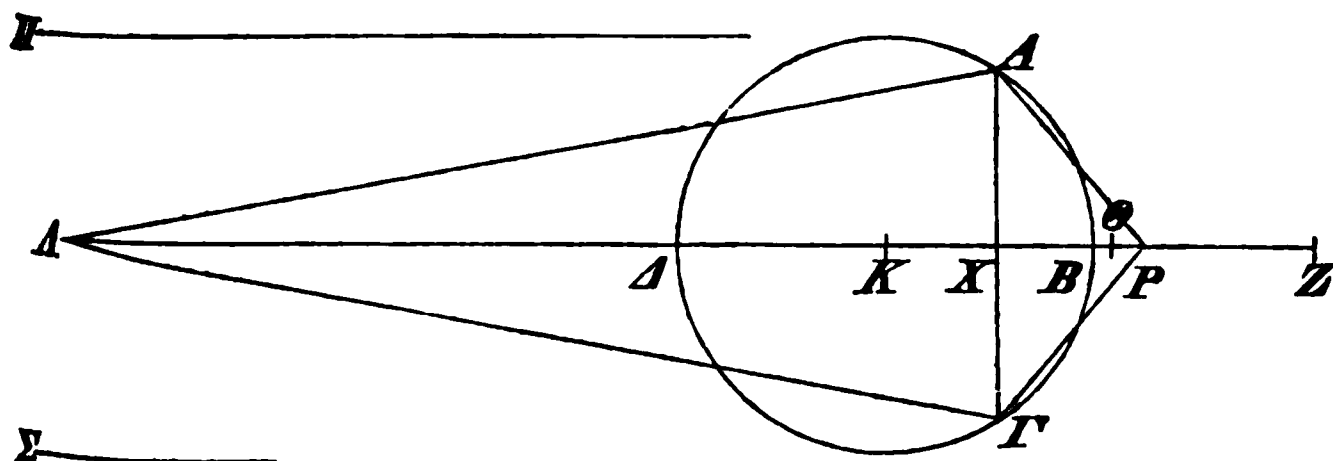
$$XZ : \Theta Z = B\Delta^2 : \Delta X^2,$$

et per X ducatur planum ad $B\Delta$ perpendiculare. dico, hoc planum sphaeram ita secaturum esse, ut maius segmentum ad minus eam rationem habeat, quam $\Pi : \Sigma$.

fiat¹⁾ enim $KB + BX : BX = \Delta X : \Delta X$ et

$$K\Delta + \Delta X : X\Delta = PX : XB,$$

et ducantur lineae $A\Delta$, $\Delta\Gamma$, AP , $P\Gamma$. erit igitur



propter constructionem, ut in analysi demonstrauius [p. 212, 6], $PA \times \Delta\Delta = \Delta K^2$, et

$$KA : \Delta\Delta = B\Delta : \Delta X \text{ [p. 212, 9—10].}$$

quare etiam $KA^2 : \Delta\Delta^2 = B\Delta^2 : \Delta X^2$; et quoniam

$$PA \times \Delta\Delta = \Delta K^2,$$

erit igitur etiam $[PA \times \Delta\Delta : \Delta\Delta^2, \text{ hoc est}]$

$$PA : \Delta\Delta = B\Delta^2 : \Delta X^2 = XZ : \Theta Z \text{ [ex hypothesi].}$$

et quoniam est $KB + BX : BX = \Delta X : X\Delta$, et $KB = BZ$, erit igitur etiam $ZX : XB = \Delta X : X\Delta$. et conuer- tendo [Eucl. V, 19 πρόρισμα] $ZX : ZB = \Delta X : \Delta\Delta$.

1) Archimedes pro πεποιήσθω scripserat γεγόνετω lin. 11, et hoc habet Eutocius.

AX , οὕτως ἢ BZ πρὸς ZX . καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ
 πρὸς AA , οὕτως ἡ XZ πρὸς $Z\Theta$, ὡς δὲ ἡ AA πρὸς
 AX , οὕτως ἡ BZ πρὸς ZX , καὶ δι' ἴσου ἐν τῇ
 παραγμένη ἀναλογίᾳ, ὡς ἡ PA πρὸς AX , οὕτως ἡ
 5 πρὸς $Z\Theta$. καὶ ὡς ἄρα ἡ AX πρὸς XP , οὕτως ἡ
 πρὸς ΘB . ὡς δὲ ἡ $Z\Theta$ πρὸς ΘB , οὕτως ἡ Π πρὸς
 καὶ ὡς ἄρα ἡ AX πρὸς XP , τουτέστιν ὁ $ΑΓΑ$ κῶν
 πρὸς τὸν $ΑΡΓ$ κῶνον, τουτέστι τὸ $ΑΔΓ$ τμήμα
 σφαίρας πρὸς τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα τῆς σφαίρας, οὕτως
 10 Π πρὸς Σ .

ε'.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον καὶ ἄλλῳ
 δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

ἔστω τὰ δύο δοθέντα τμήματα σφαίρας τὰ $ΑΒ$
 15 EZH . καὶ ἔστω τοῦ μὲν $ΑΒΓ$ τμήματος βάσις ὁ περὶ
 διάμετρον τὴν $ΑΒ$ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ Γ σημεῖον
 τοῦ δὲ EZH βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν EZ , κορυφὴ
 δὲ τὸ H σημεῖον. δεῖ δὴ εὐρεῖν τμήμα σφαίρας,
 ἔσται τῷ μὲν $ΑΒΓ$ τμήματι ἴσον, τῷ δὲ EZH
 20 ὅμοιον.

εὐρήσθω, καὶ ἔστω τὸ $\Theta K A$, καὶ ἔστω αὐτοῦ β
 σις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ΘK κύκλος, κορυφὴ
 τὸ A σημεῖον. ἔστωσαν δὴ καὶ κύκλοι ἐν ταῖς σφα
 ραῖς οἱ $ΑΝΒΓ$, $\Theta \Xi K A$, $ΕΟΖΗ$, διάμετροι δὲ αὐτῶν
 25 πρὸς ὀρθὰς ταῖς βάσεσιν τῶν τμημάτων αἱ ΓN , A
 HO . καὶ ἔστω κέντρα τὰ Π , P , Σ . καὶ πεποιήσθω

8. κῶνον] κωνον προς (comp.) F. $ΑΔΓ$] $ΑΔΓ F$; corr. Torellius. 11. ε' Torellius. 12. ἄλλῳ] ἄλλο F; corr. AB. HO] $H\Theta$ F; corr. Torellius.

am $\Delta\Delta : \Delta X = BZ : ZX$ [Eucl. V, 7 πόρ.].

um est

$\Delta\Delta = XZ : Z\Theta$, et $\Delta\Delta : \Delta X = BZ : ZX$,
 equali in perturbata ratione [Eucl. V, 21; Eu-
 $\Delta : \Delta X = BZ : Z\Theta$, et $\Delta X : XP = Z\Theta : \Theta B$.¹⁾
 $: \Theta B = \Pi : \Sigma$ [ex hypothesi]. quare etiam
 ; hoc est conus $\Delta\Gamma\Delta$ ad conum $\Delta P\Gamma$ [p. 211
 hoc est segmentum sphaerae $\Delta\Delta\Gamma$ ad seg-
 sphaerae $\Delta B\Gamma$ [prop. 2] $= \Pi : \Sigma$.

V.

mentum sphaerae construere dato segmento
 simile et alii dato idem aequale.²⁾

segmenta sphaerae data sint $\Delta B\Gamma$, EZH . et
 i $\Delta B\Gamma$ basis sit circulus circum diametrum
 criptus, uertex autem Γ punctum, segmenti
 EZH basis circulus circum diametrum EZ
 as, uertex autem punctum H . oportet igitur
 um sphaerae reperiri segmento $\Delta B\Gamma$ aequale
 segmento EZH simile.

riatur, et sit $\Theta K\Delta$, et basis eius sit circulus
 diametrum ΘK descriptus, uertex autem punc-
 praeterea sint circuli [maximi]³⁾ sphaerarum
 ; $\Theta\Xi K\Delta$, $EOZH$, et diametri eorum ad bases
 torum perpendiculares ΓN , $\Delta\Xi$, HO , et centra

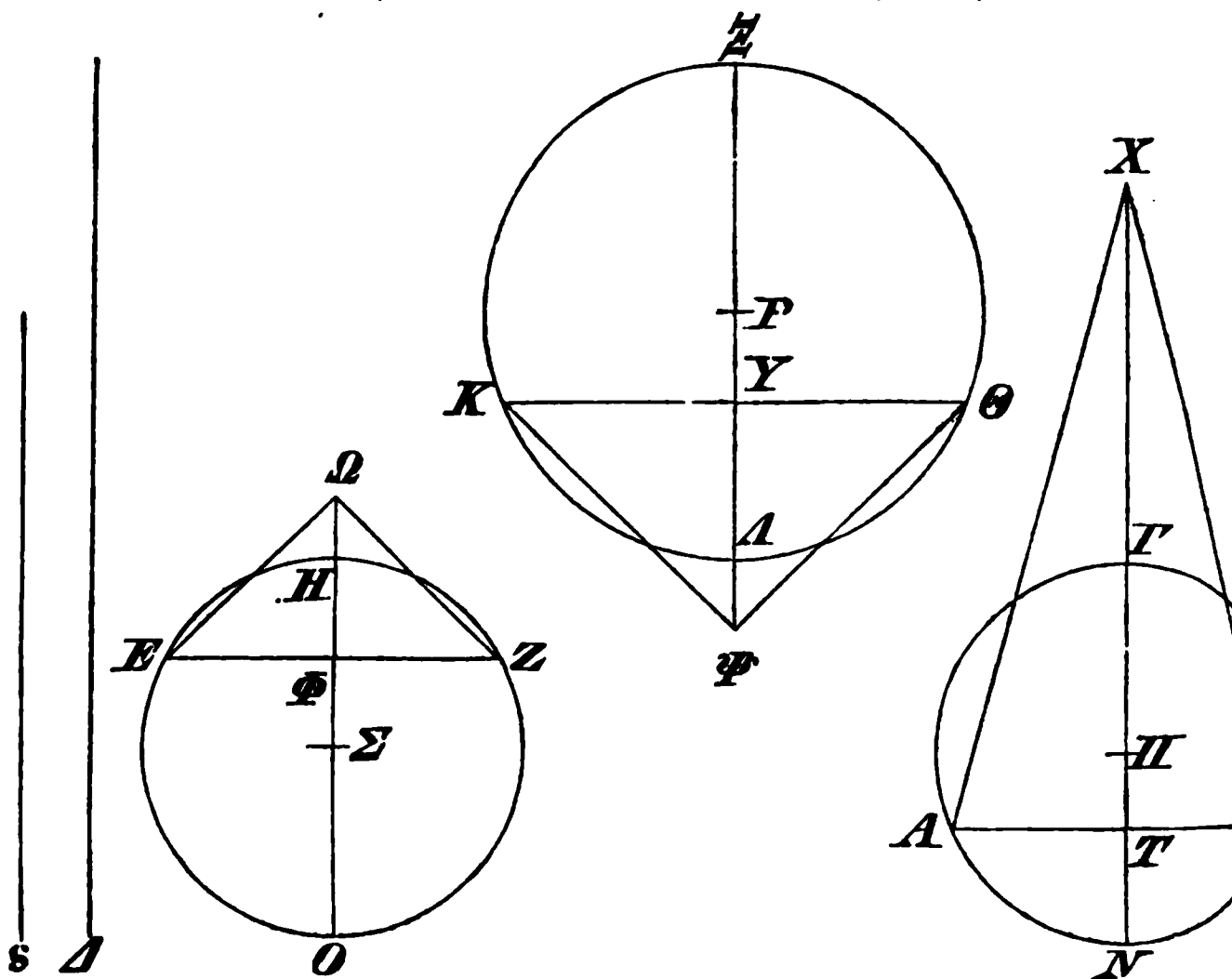
Nam conuertendo $P\Delta : XP = BZ : B\Theta$, et uicissim
 $= XP : B\Theta = \Delta X : Z\Theta$; unde uicissim

$$\Delta X : XP = Z\Theta : B\Theta.$$

Hoc problema antea latius proposuerat: τὸ δοθὲν τμήμα
 τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιωσαι; praef. περὶ

Archimedes sine dubio scripserat μέγιστοι κύκλοι lin. 23,

ὥς μὲν συναμφοτέρος ἡ $ΠΝ$, $ΝΤ$ πρὸς τὴν $ΝΤ$,
 τως ἡ $ΧΤ$ πρὸς $ΤΓ$, ὥς δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΡΞ$,



πρὸς $ΞΤ$, οὕτως ὁ $ΨΤ$ πρὸς $ΤΑ$, ὥς δὲ συναμφο-
 τερος ἡ $ΣΟ$, $ΟΦ$ πρὸς $ΟΦ$, οὕτως ἡ $ΩΦ$ πρὸς $Φ$.
 5 καὶ νοείσθωσαν κῶνοι, ὧν βάσεις μὲν εἰσιν οἱ πε-
 διαμέτρους τὰς $ΑΒ$, $ΘΚ$, $ΕΖ$ κύκλοι, κορυφαὶ δὲ
 $Χ$, $Ψ$, $Ω$ σημεία. ἔσται δὲ ἴσος ὁ μὲν $ΑΒΧ$ κῶν
 τῷ $ΑΒΓ$ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ $ΨΘΚ$ τῷ $ΘΚ$.
 ὁ δὲ $ΕΩΖ$ τῷ $ΕΗΖ$. τοῦτο γὰρ δέδεικται. καὶ ἐπ
 10 ἴσον ἐστὶ τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα τῆς σφαίρας τῷ $ΘΚΑ$ τμ
 ματι, ἴσος ἄρα καὶ ὁ $ΑΧΒ$ κῶνος τῷ $ΨΘΚ$ κῶν
 [τῶν δὲ ἴσων κῶνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις το
 ῦν]. ἔστιν ἄρα, ὥς ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν
 $ΑΒ$ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ΘΚ$.

3. $ΤΑ$] T in rasura F.4. $ΩΦ$] $ΟΦ$ F; corr. manus

Π, P, Σ . et fiat¹⁾)

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

et

$$P\Xi + \Xi T : \Xi T = \Psi T : T\Lambda$$

et

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

et fingantur coni, quorum bases sint circuli circum $AB, \Theta K, EZ$ descripti, uertices autem puncta X, Ψ, Ω . erit igitur conus ABX segmento sphaerae $AB\Gamma$ aequalis, conus $\Psi\Theta K$ segmento $\Theta K\Lambda$, conus $E\Omega Z$ segmento EHZ . hoc enim demonstratum est [prop. 2]. et quoniam segmentum sphaerae $AB\Gamma$ segmento $\Theta K\Lambda$ aequale est, etiam conus AXB cono $\Psi\Theta K$ aequalis est. itaque circulus circum diametrum AB descriptus ad circulum circum diametrum ΘK descriptum eam

sed omissionem transcriptori imputare malim, quam cum Nizio μέγιστοι addere; Quaest. Arch. p. 76.

1) πεποιήσθω p. 218 lin. 26 pro genuino γαγονέτω.

5. βάσις F; corr. B. 6. διαμετρον F; corr. B. τὰς] την
F; corr. B*. 7. ἔσται] per comp. F. δὴ] scripsi; δε F,
uulgo. 12. βας cum comp. ης F.

οὕτως ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $ΧΤ$. ὥς δὲ ὁ κύκλος πρὸς τὸν
κύκλον, τὸ ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$. ὥς ἄρα τὸ
ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $ΧΤ$.
καὶ ἐπεὶ ὁμοίον ἐστὶ τὸ $ΕΖΗ$ τμήμα τῷ $\ThetaΚΑ$ τμή-
5 ματι, ὁμοίος ἄρα ἐστὶ καὶ ὁ $ΕΖΩ$ κώνος τῷ $\Psi\ThetaΚ$
κώνῳ [τοῦτο γὰρ δειχθήσεται]. ἐστὶν ἄρα, ὥς ἡ $\Omega\Phi$
πρὸς τὴν $ΕΖ$, οὕτως ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $\ThetaΚ$. λόγος δὲ τῆς
 $\Omega\Phi$ πρὸς τὴν $ΕΖ$ δοθεὶς. λόγος ἄρα καὶ τῆς $\Psi\Gamma$
πρὸς τὴν $\ThetaΚ$ δοθεὶς. ὁ αὐτὸς ἔστω ὁ τῆς $ΧΤ$ πρὸς Δ .
10 καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ $ΧΤ$. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Δ . καὶ
ἐπεὶ ἐστὶν, ὥς ἡ $\Psi\Gamma$ πρὸς $ΧΤ$, τουτέστι τὸ ἀπὸ $ΑΒ$
πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $\ThetaΚ$ πρὸς Δ , κείσθω τῷ
ἀπὸ $\ThetaΚ$ ἴσον τὸ ὑπὸ $ΑΒ$, ϵ . ἔσται ἄρα καὶ, ὥς τὸ
ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $ΑΒ$ πρὸς τὴν ϵ .
15 ἐδείχθη δὲ καὶ, ὥς τὸ ἀπὸ $ΑΒ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$, οὐ-
τως ἡ $\ThetaΚ$ πρὸς Δ . καὶ ἐναλλάξ ὥς ἡ $ΑΒ$ πρὸς $\ThetaΚ$,
οὕτως ἡ ϵ πρὸς Δ . ὥς δὲ ἡ $ΑΒ$ πρὸς $\ThetaΚ$, οὕτως
ἡ $\ThetaΚ$ πρὸς ϵ [διὰ τὸ ἴσον εἶναι τὸ ἀπὸ $\ThetaΚ$ τῷ ὑπὸ
τῶν $ΑΒ$, ϵ]. ὥς ἄρα ἡ $ΑΒ$ πρὸς $\ThetaΚ$, οὕτως ἡ $\ThetaΚ$
20 πρὸς ϵ , καὶ ἡ ϵ πρὸς Δ . δύο ἄρα δοθεῖσων τῶν $ΑΒ$,
 Δ δύο μέσαι κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ $\ThetaΚ$, ϵ .
συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἴστω, ὃ μὲν
δεῖ ἴσον τμήμα συστήσασθαι, τὸ $ΑΒΓ$, ὃ δὲ ὁμοίων.
τὸ $ΕΖΗ$. καὶ ἔστωσαν μέγιστοι κύκλοι τῶν σφαιρῶν
25 οἱ $ΑΒΓΝ$, $ΕΗΖΟ$, διάμετροι δὲ αὐτῶν αἱ $ΓΝ$, $ΗΟ$.
καὶ κέντρα τὰ $Π$, Σ . καὶ πεποιήσθω, ὥς μὲν συν-
αμφοτέρως ἡ $ΠΝ$, $ΝΤ$ πρὸς $ΝΤ$, οὕτως ἡ $ΧΤ$ πρὸς

2. τὸ ἀπὸ] οὕτως τὸ ἀπὸ Torellins. 4. τῷ] τα F. ὁ
ὁμοίος] ὁμοίως F; corr. ABC. 9. $\ThetaΚ$] $\ThetaΚ$ ω F; corr. ed
Basil. 13. ἔσται] per comp. F. 19. $ΑΒ$] $\Delta Β$ F 22
δέ] scripsi; δη F, vulgo. 25. $ΕΗΖΟ$] scripsi; $ΕΗΖΩ$ F.
 $ΗΕΟΖ$ vulgo. $ΗΟ$] $ΗΘ$ F; corr. BCD.

habet, quam $\Psi T : XT$ [I lemm. 4 p. 82].
 arcus ad circulum, ita $AB^2 : \Theta K^2$ [Eucl.
 itaque $AB^2 : \Theta K^2 = \Psi T : XT$. et quoniam
 in EZH segmento $\Theta K A$ simile est, etiam
 $Z\Omega$ cono $\Psi \Theta K$ similis erit [u. Eutocius].
 $\Phi : EZ = \Psi T : \Theta K$ [u. Eutocius; cfr. I lemm. 5
 ed ratio $\Omega \Phi : EZ$ data est [u. Eutocius]. ita-
 n ratio $\Psi T : \Theta K$ data est. eadem sit ratio
 et data est linea XT [u. Eutocius]. quare
 linea data est. et quoniam est $\Psi T : XT$,
 $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta^1)$, ponatur

$$AB \times \varsigma = \Theta K^2.$$

ut etiam $AB^2 : \Theta K^2 = AB : \varsigma^2)$ sed demon-
 est $AB^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$. vicissim igitur
 [16] $AB : \Theta K = \varsigma : \Delta$ [u. Eutocius].³⁾ sed
 $\Gamma = \Theta K : \varsigma$ [Eucl. VI, 17]. itaque

$$AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta.$$

inter datas lineas AB, Δ duae mediae propor-
 in proportione continua sunt $\Theta K, \varsigma$. [quare
 que datae sunt; prop. 1 p. 192, 23].

ponetur autem problema hoc modo. sit $AB\Gamma$
 arcus, cui aequale segmentum construendum est,
 autem, cui simile construendum. et circuli
 sphaerarum sint $AB\Gamma N, EHZO$, et diametri
 $\Gamma N, HO$, et centra, Π, Σ . et fiat⁴⁾

$$\Pi N + NT : NT = XT : T\Gamma$$

Est enim $\Psi T : \Theta K = XT : \Delta$; tum u. Eucl. V, 16; u.

Nam $AB^2 : \Theta K^2 = AB^2 : AB \times \varsigma = AB : \varsigma$.

Ex adnotatione eius adparet, Archimedes οὕτως lin. 17

καπολήσθω ο: γεγονέτω (lin. 26).

ΤΓ, ὥς δὲ συναμφοτέρος ἡ ΣΟΦ πρὸς ΟΦ, ἡ ΩΦ
 πρὸς ΦΗ. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ μὲν ΧΑΒ κῶνος τῷ
 ΑΒΓ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ ΖΩΕ τῷ ΕΗΖ
 πεποιήσθω, ὥς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, οὕτως ἡ ΧΤ πρὸς Δ
 5 καὶ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΑΒ, Δ δύο μέσα
 ἀνάλογον εἰλήφθωσαν, αἱ ΘΚ, ε, ὥστε εἶναι ὥς τῇ
 ΑΒ πρὸς ΘΚ, οὕτως τὴν ΚΘ πρὸς ε, καὶ τὴν ε πρὸς
 Δ. καὶ ἐπὶ τῆς ΘΚ κύκλου τμήμα ἐφεστάσθω τὸ ΘΚ
 ὁμοιον τῷ ΕΖΗ κύκλου τμήματι, καὶ ἀναπεπληρώσθω
 10 ὁ κύκλος, καὶ ἔστω αὐτοῦ διάμετρος ἡ ΑΞ. καὶ το
 εἶδθω σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος ἐστὶν ὁ ΑΘΞΚ
 κέντρον δὲ τὸ Ρ. καὶ διὰ τῆς ΘΚ ἐπίπεδον ὀρθὸν
 ἐκβεβλήσθω πρὸς τὴν ΑΞ. ἔσται δὴ τὸ τμήμα τῆς
 σφαίρας τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Α ὁμοιον τῷ ΕΖΗ τμή
 15 ματι τῆς σφαίρας, ἐπειδὴ καὶ τῶν κύκλων τὰ τμήματα
 ἦν ὅμοια. λέγω δέ, ὅτι καὶ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τμή
 ματι τῆς σφαίρας. πεποιήσθω, ὥς συναμφοτέρος ἡ
 ΡΞ, ΞΓ πρὸς ΞΓ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΥΑ. ἴσος ἄρα
 ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΘΚΑ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ
 20 ἐπειδὴ ὁμοιός ἐστὶν ὁ ΨΘΚ κῶνος τῷ ΖΩΕ κῶνῳ,
 ἔστιν ἄρα, ὥς ἡ ΩΦ πρὸς ΕΖ, τουτέστιν ἡ ΧΤ πρὸς
 Δ, οὕτως ἡ ΨΥ πρὸς ΘΚ. καὶ ἐναλλάξ καὶ ἀνάπα
 λιν. ὥς ἄρα ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. καὶ
 ἐπειδὴ ἀνάλογόν εἰσιν αἱ ΑΒ, ΚΘ, ε, Δ, ἔστιν, ὥς
 25 τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΚ, ἡ ΘΚ πρὸς Δ. ὥς δὲ
 ἡ ΘΚ πρὸς Δ, ἡ ΨΥ πρὸς ΧΤ. καὶ ὥς ἄρα τὸ ἀπὸ
 ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΚΘ, τουτέστιν ὁ περὶ διάμετρον

1. ΤΓ] TV (= TTY) F; sed fortasse V est γ. ΣΟΦ]
 ΣΟ, ΟΦ Torellius. ΩΦ] ΟΦ F; corr. BCD. 8. ἐφε-
 στάσθω] scripsi; ἐπεστάσθω F, vulgo. 13. ἔσται] per comp.
 F. 14. ΕΖΗΘ F. 17. ὥς] γὰρ ὥς Nizze. 18. ΨΥ] Γ
 in ras, F. 24. ΑΒ] ΑΘ F; corr. Torellius.

$$\Sigma O + O\Phi : O\Phi = \Omega\Phi : \Phi H.$$

tur XAB segmento sphaerae $AB\Gamma$, conus
mento EHZ aequalis est [prop. 2]. fiat¹⁾
 $= XT : \Delta$. et datis duabus lineis AB , Δ
liae proportionales sumantur ΘK , ς [prop. 1
3], ut sit $AB : \Theta K = \Theta K : \varsigma = \varsigma : \Delta$. et in
construatur segmentum circuli $\Theta K\Lambda$ segmento
nile [cfr. Eucl. III, 33 et III def. 11], et ex-
irculus [Eucl. III, 25], et diametrus eius sit
fingatur sphaera, cuius circulus maximus sit
centrum autem P . et per ΘK lineam duca-
m ad $\Lambda\Xi$ perpendiculare.²⁾ erit igitur seg-
sphaerae in eadem parte positum, in qua
um, segmento sphaerae EZH simile, cum
eulorum segmenta similia sint. dico autem³⁾,
le esse etiam segmento sphaerae $AB\Gamma$. fiat¹⁾
 $\Psi T : \Xi T = \Psi T : T\Lambda$. itaque conus $\Psi\Theta K$
est segmento sphaerae $\Theta K\Lambda$ [prop. 2]. et
conus $\Psi\Theta K$ similis est cono $Z\Omega E$, erit
 Z , hoc est $XT : \Delta$ [ex hypothesis], $= \Psi T : \Theta K$
9]. et uicissim [Eucl. V, 16]

$$[XT : \Psi T = \Delta : \Theta K]$$

utratio [Eucl. V, 7 πόρ.] $\Psi T : XT = \Theta K : \Delta$.
iam proportionales sunt lineae AB , $K\Theta$, ς , Δ ,
 $\varsigma^2 : \Theta K^2 = \Theta K : \Delta$ [u. Eutocius]. sed

$$\Theta K : \Delta = \Psi T : XT.$$

tiam $AB^2 : K\Theta^2$, hoc est circulus circum dia-

ἡτοιμάσθω lin. 4 et 17 ὅ: γεγονέτω.

De uerborum ordine lin. 12—13 cfr. p. 207 not. 2.

Fortasse scribendum: λέγω δὴ lin. 16.

τὴν AB κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ΘΚ$
 κύκλον, οὕτως ἢ $ΨΥ$ πρὸς τὴν $ΧΤ$. ἴσος ἄρα ἐστὶν
 ὁ $ΧΑΒ$ κῶνος τῷ $ΨΘΚ$ κῶνῳ. ὥστε καὶ τὸ $ΑΒΓ$
 τμήμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ $ΘΚΑ$ τμήματι τῆς
 5 σφαίρας. τῷ δοθέντι ἄρα τμήματι τῷ $ΑΒΓ$ ἴσον καὶ
 ἄλλῳ τῷ δοθέντι ὅμοιον τῷ $ΕΖΗ$ τὸ αὐτὸ συνέσταται
 τὸ $ΘΚΑ$.

5'.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς
 10 εἴτε μὴ, εὑρεῖν τμήμα σφαίρας, ὃ ἐστὶ ἐνὶ μὲν τῶν
 δοθέντων ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἔξει ἴσην τῇ τοῦ
 ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

ἔστω τὰ δοθέντα τμήματα σφαιρικὰ κατὰ τὰς $ΑΒΓ$
 $ΔΕΖ$ περιφερείας. καὶ ἔστω, ὃ μὲν δεῖ ὅμοιον εὑρεῖν
 15 τὸ κατὰ τὴν $ΑΒΓ$ περιφέρειαν, οὗ δὲ τὴν ἐπιφάνειαν
 ἴσην ἔχειν τῇ ἐπιφανείᾳ τὸ κατὰ τὴν $ΔΕΖ$. καὶ γε-
 γενήσθω, καὶ ἔστω τὸ $ΚΑΜ$ τμήμα τῆς σφαίρας τῷ
 μὲν $ΑΒΓ$ τμήματι ὅμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσην
 ἔχτω τῇ τοῦ $ΔΕΖ$ τμήματος ἐπιφανείᾳ. καὶ νοείσθω
 20 τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν, καὶ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα ἐκ-
 βεβλήσθω ὀρθὰ πρὸς τὰς τῶν τμημάτων βάσεις, καὶ
 ἐν μὲν ταῖς σφαίραις τομαὶ ἔστωσαν οἱ $ΚΑΜΝ$,
 $ΒΑΓΘ$, $ΕΖΗΔ$ μέγιστοι κύκλοι, ἐν δὲ ταῖς βάσεσι
 τῶν τμημάτων αἱ $ΚΜ$, $ΑΓ$, $ΔΖ$ εὐθεῖαι. διάμετροι
 25 δὲ τῶν σφαιρῶν πρὸς ὀρθὰς οὔσαι ταῖς $ΚΜ$, $ΑΓ$.

1 τὴν AB κύκλος πρὸς τὸν περὶ διάμετρον] om. F; corr. Torellius (et Cr.). 2 κύκλος F; corr. Torellius. 6. αὐτὸ F; corr. ed. Basil.* 8. ζ' Torellius. 10. ενε cum comp. uel ην F. ἐνί] ἐν F; corr. B*. 17. τμήμα] om. F; corr. Torellius. sed fortasse potius delenda sunt τῆς σφαίρας. 21. ὀρθὰ πρὸς] syllab. — θα προς in rasura F; uidetur fuisse ορθῶς.

AB descriptus ad circulum circum ΘK de-
[Eucl. XII, 2] = $\Psi T : XT$. quare aequales
i XAB , $\Psi \Theta K$ [I lemm. 4 p. 82]. itaque
mentum sphaerae $AB\Gamma$ aequale est segmento
taque inuentum est segmentum $\Theta K\Lambda$ dato
 $AB\Gamma$ aequale et idem alii segmento dato
nile.

VI.

duobus segmentis sphaerae, siue eiusdem siue
dem, segmentum sphaerae inuenire, quod al-
rum simile sit, et superficiem superficiei al-
gmenti aequalem habeat.¹⁾ — segmenta sphae-
data in arcubus $AB\Gamma$, ΔEZ posita sint. et
um in arcu $AB\Gamma$ positum id sit, cui simile
um inueniendum est, segmentum autem in arcu
ositum id, cuius superficiei superficiem aequa-
mentum quaesitum habere oportet. fiat, et
um sphaerae $K\Lambda M$ segmento $AB\Gamma$ simile sit,
em autem superficiei segmenti ΔEZ aequalem
et fingantur centra sphaerarum, et per ea du-
plana ad bases segmentorum perpendicularia,
phaeris sectiones sint circuli maximi $K\Lambda MN$,
 $EZH\Delta$, in basibus autem segmentorum KM ,
 Z lineae. diametri autem sphaerarum ad lineas
 Γ , ΔZ perpendiculares sint ΛN , $B\Theta$, EH . et

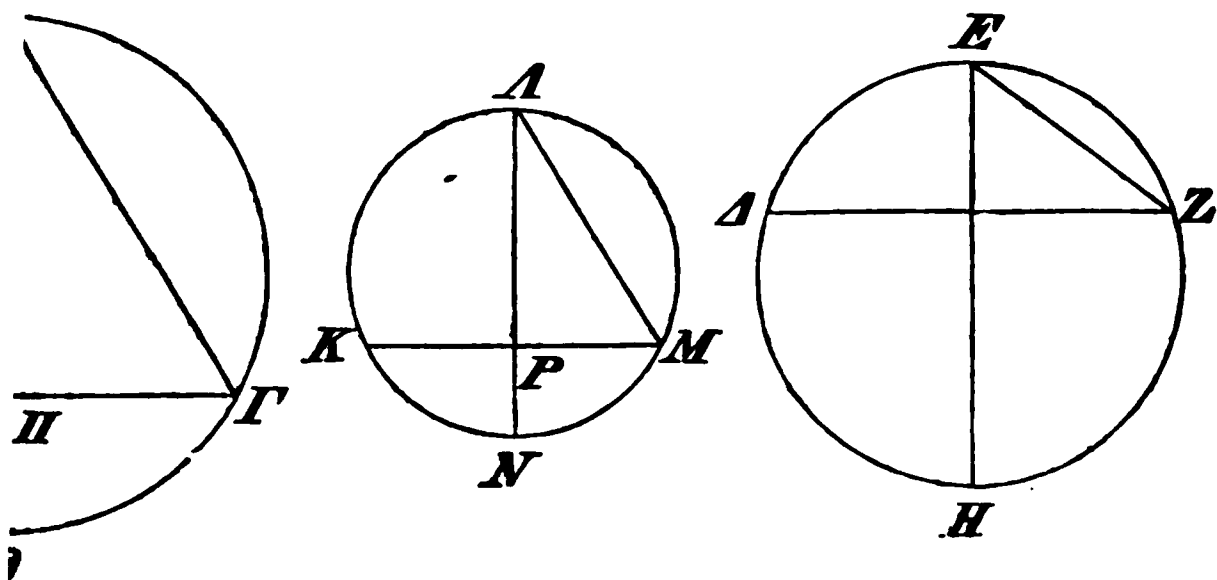
ἴσο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε
ἰρεῖν τι τμαμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὁμοιον
ρ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἔξει τᾷ ἐπι-
ροῦ ἑτέρου τμάματος. περὶ ἑλλκ. praef.
σφαιρικά lin. 13 Archimedeum non est.

ΔZ ἴστωσαν αἱ ΔN , $B\Theta$, $E\Lambda$. καὶ ἐπεζεύχθωσαν
 ΛM , $B\Gamma$, EZ . καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ $K\Lambda M$
 ματος τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ ΔEZ τμή-
 ἐπιφανείᾳ, ἴσος ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ
 6 κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ΛM , τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ
 κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ EZ [αἱ γὰρ ἐπιφάνειαι τῶν
 μένων τμημάτων ἴσαι ἐδείχθησαν κύκλοις, ὧν
 τῶν κέντρων ἴσαι εἰσὶν ταῖς ἀπὸ τῶν κορυφῶν
 τμημάτων ἐπὶ τὰς βάσεις ἐπιξενυγνυούσαις]. ὥστε
 10 ἡ $M\Lambda$ τῇ EZ ἴση ἐστίν. ἐπεὶ δὲ ὁμοίον ἐστὶ το K
 τῷ $\Lambda B\Gamma$ τμήματι, ἐστὶν ὡς ἡ ΛP πρὸς PN , ἡ
 πρὸς $\Pi\Theta$. καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι, ὡς ἡ $N\Lambda$
 ΛP , οὕτως ἡ ΘB πρὸς $B\Pi$. ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ $P\Lambda$
 ΛM , οὕτως ἡ $B\Pi$ πρὸς ΓB [ὅμοια γὰρ τὰ τρίγ-
 15 ὡς ἄρα ἡ $N\Lambda$ πρὸς ΛM , τουτέστι πρὸς EZ , ὡς
 ἡ ΘB πρὸς $B\Gamma$. καὶ ἐναλλάξ. λόγος δὲ τῆς EZ
 $B\Gamma$ δοθείς· δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα. λόγος ἄρα καὶ
 ΛN πρὸς ΘB δοθείς. καὶ ἐστὶ δοθεῖσα ἡ $B\Theta$.
 θεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛN . ὥστε καὶ ἡ σφαῖρα δο-
 20 ἐστίν.

συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστω τὰ δοθέντα δύο
 ματα σφαίρας τὰ $\Lambda B\Gamma$, ΔEZ , τὸ μὲν $\Lambda B\Gamma$, ὁ
 ὅμοιον, τὸ δὲ ΔEZ , οὗ τὴν ἐπιφάνειαν ἴσην ἔχει

11. ἐστίν] ἐστίν ἄρα Torellius, et hoc habet Eutocius
 fieri potest, ut ἄρα a transcriptore omissum sit. 13.
 $\Theta\Pi$ F. 17. δοθείς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 18.
 θεῖς] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 21. δε] scripsi; δη F, v
 23. ἔχειν] εχει F; corr. Torellius. auditur δεῖ ex lin. 22
 p. 226, 16.

lineae AM , $B\Gamma$, EZ . et quoniam super-
 ΔM segmenti sphaerae aequalis est superficiei
 ΔEZ , etiam circulus, cuius radius aequalis
 ΔAM , aequalis est circulo, cuius radius
est lineae EZ [I, 42—43]. quare etiam
 EZ [Eucl. XII, 2]. porro quoniam [segmen-
 ΔM segmento $AB\Gamma$ simile est, erit
 $\Delta P : PN = B\Pi : \Pi\Theta$ [u. Eutocius].
tenendo [Eucl. V, 7 πρόφ.] [$PN : \Delta P = \Pi\Theta : B\Pi$]



tenendo [Eucl. V, 18] $NA : AP = B\Theta : B\Pi$.
in $PA : AM = B\Pi : \Gamma B$.¹⁾ quare $NA : AM$,
 $NA : EZ = \Theta B : B\Gamma$ [δι' ἴσου Eucl. V, 22].
sim [Eucl. V, 16] [$NA : \Theta B = EZ : B\Gamma$]. ratio
 $EZ : B\Gamma$ data est; utraque enim linea data est
[Eucl. dat. def. 5]. quare etiam ratio $AN : \Theta B$ data. et
ita est; itaque etiam AN . itaque etiam sphaera
[Eucl. dat. def. 5].

ponetur autem hoc modo: sint data duo seg-
sphaerae $AB\Gamma$, ΔEZ , quorum $AB\Gamma$ id sit,
ile segmentum inuenire oportet, ΔEZ autem

¹⁾ Nam $B\Pi\Pi \sim \Delta MP$ (u. Eutocius); tum u. Eucl. VI, 4.

- ἐπιφανείᾳ. καὶ τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω τοῖς ἐπ'
 ἀναλύσεως, καὶ πεποιήσθω, ὥς μὲν ἡ $BΓ$ πρὸς
 οὕτως ἡ $BΘ$ πρὸς AN . καὶ περὶ διάμετρον τῆς
 κύκλος γεγράφθω. καὶ νοείσθω σφαῖρα, ἧς μέ-
 5 ἔστω κύκλος ὁ $AKNM$, καὶ τετμήσθω ἡ NA
 τὸ P , ὥστε εἶναι ὡς τὴν $ΘΠ$ πρὸς $ΠΒ$, τὴν $ΝΡ$
 $ΡΑ$. καὶ διὰ τοῦ P ἐπιπέδῳ τετμήσθω ἡ ἐπιφ-
 ὀρθῶ πρὸς τὴν AN , καὶ ἐπεζεύχθω ἡ AM .
 ἄρα ἐστὶν τὰ ἐπὶ τῶν KM , $ΑΓ$ εὐθειῶν τῶν κα-
 10 τὰ τμήματα. ὥστε καὶ τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν
 ὅμοια. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὥς ἡ $ΘΒ$ πρὸς $BΠ$, οὕ-
 NA πρὸς AP . καὶ γὰρ κατὰ διαίρεσιν· ἀλλὰ καὶ
 ἡ $ΠΒ$ πρὸς $BΓ$, οὕτως ἡ $ΡΑ$ πρὸς AM , καὶ ὡς
 ἡ $ΘΒ$ πρὸς NA , ἡ $BΓ$ πρὸς AM . ἣν δὲ καὶ
 15 $ΘΒ$ πρὸς AN , ἡ $BΓ$ πρὸς EZ . ἴση ἄρα ἐστὶν
 τῇ AM . ὥστε καὶ ὁ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
 τρου ἐστὶν ἡ EZ , ἴσος ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ
 κέντρου ἐστὶ τῇ AM . καὶ ὁ μὲν τὴν ἐκ τοῦ κέν-
 τρου ἐχὼν τὴν EZ κύκλος ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ
 20 τοῦ $ΔΕΖ$ τμήματος. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
 τρου ἐστὶ τῇ AM , ἴσος ἐστὶ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 τμήματος. τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πρώτῳ δέδεικται. ἴση
 καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ KAM τμήματος τῇ ἐπιφ-
 τῷ $ΔΕΖ$ τμήματος τῆς σφαίρας, καὶ ἐστὶν ὅμοιος
 25 KAM τῷ $ABΓ$.

8. AN] AN F. AM] AM F. 12. κατὰ] *scripsi* (Arch. p. 157; τα κατὰ F, vulgo; τοῦτο κατὰ Torellius. τῷ] *scripsi*, om. F, vulgo. κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶ] om. F; corr. ed. Basil., Cr. 23. τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ τμήματος] om. F; corr. ed. Basil. ($ΔΕΞ$ pro $ΔΕΖ$, quo Torellius), sed post τῆς σφαίρας; ipse transposui. „sup igitur $k l m$ portionis sphaerae similis est $a b c$ et aequalis fieri $d e f$ “ Cr.

superficiei aequalem superficiem habere oport-
entum quaesitum. et construantur eadem,
analisi, et fiat¹⁾ $B\Gamma : EZ = B\Theta : \Lambda N$. et
diametrum ΛN circulus describatur. et fin-
haera, cuius circulus maximus sit $\Lambda K N M$,
et $N\Lambda$ in puncto P , ita ut sit

$$\Theta\Pi : \Pi B = NP : P\Lambda \text{ [Eucl. VI, 10].}$$

superficies secetur plano per P ducto ad ΛN lineam
tangenti, et ducatur ΛM . similia igitur sunt
segmenta circulorum in lineis KM , $\Lambda\Gamma$ posita [u. Eu-

cl. VI, 10]. quare etiam segmenta sphaerarum similia
sunt; quoniam $\Theta B : B\Pi = N\Lambda : \Lambda P$ (nam etiam
proportionem [est $\Theta\Pi : B\Pi = NP : \Lambda P$; tum u.
Eucl. VI, 18]), et etiam $\Pi B : B\Gamma = P\Lambda : \Lambda M$ [p. 229
Eucl. VI, 18]. itaque etiam $\Theta B : N\Lambda = B\Gamma : \Lambda M$.²⁾ erat
etiam $\Theta B : \Lambda N = B\Gamma : EZ$ [ex hypothesis]. itaque
etiam ΛM [Eucl. V, 9]. quare etiam circulus, cuius
radius est EZ , aequalis est circulo, cuius radius aequa-
tur ΛM lineae. et circulus radium habens EZ
est superficiei segmenti ΛEZ , circulus autem,
cuius radius aequalis est lineae ΛM , aequalis est su-
perficiei segmenti $K\Lambda M$. hoc enim in primo libro
demonstratum est [I, 42—43]. itaque etiam super-
ficiei segmenti $K\Lambda M$ aequalis est superficiei ΛEZ
huius sphaerae, et simile est segmentum $K\Lambda M$
segmento $\Lambda B\Gamma$.

¹⁾ e. γεγονέντω lin. 2.

²⁾ ex eo comperimus, horum uerborum formam genuinam
esse: τὰ ἐπὶ τῶν KM , $\Lambda\Gamma$ τμήματα κύκλων lin. 9.

Nam δι' ἴσον (Eucl. V, 22): $\Theta B : B\Gamma = N\Lambda : \Lambda M$;
ἀλλὰ (Eucl. V, 16).

ξ'.

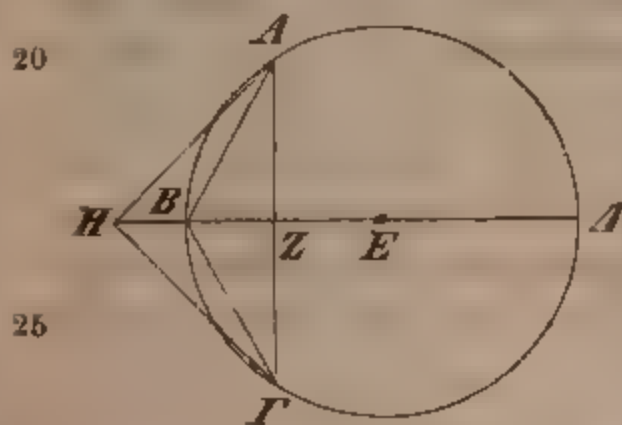
Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμήμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ
ὥστε τὸ τμήμα πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸ
αὐτὴν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν δοθέντα λόγον
ἔχειν.

ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος
 $ABΓΔ$, διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ $ΒΔ$. δεῖ δὴ τὴν σφαί-
ραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν τῷ διὰ τῆς $ΑΓ$, ὅπως τὸ $ΑΒ$
τμήμα τῆς σφαίρας πρὸς τὸν $ΑΒΓ$ κῶνον λόγον ἔ-
χον τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

γεγονέτω, καὶ ἔστω κέντρον τῆς σφαίρας τὸ $Ε$
καὶ ὡς συναμφοτέρως ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$, οὕτως ἡ $ΗΖ$
πρὸς $ΖΒ$. ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ $ΑΓΗ$ κῶνος τῷ $ΑΒΓ$
τμήματι. λόγος ἄρα καὶ τοῦ $ΑΗΓ$ κῶνου πρὸς τὸν
 $ΑΒΓ$ κῶνον δοθείς. λόγος ἄρα τῆς $ΗΖ$ πρὸς $ΖΒ$
δοθείς. ὡς δὲ ἡ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΒ$, συναμφοτέρως ἡ $ΕΔΖ$
πρὸς $ΔΖ$. λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς $ΕΔΖ$ πρὸς
 $ΔΖ$ δοθείς [ὥστε καὶ τῆς $ΕΔ$ πρὸς $ΔΖ$. δοθείς]

ἄρα καὶ ἡ $ΔΖ$. ὥστε καὶ ἡ $ΑΓ$. καὶ ἐπεὶ
συναμφοτέρως ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$ μείζονα λόγον
ἔχει, ἥπερ συναμφοτέρως ἡ $ΕΔΒ$ πρὸς $ΔΒ$, καὶ
ἔστιν συναμφοτέρως μὲν ἡ $ΕΔΒ$ τρεῖς ἢ $ΕΔ$. καὶ
δὲ $ΒΔ$ δις ἢ $ΕΔ$, συν-

αμφοτέρως ἄρα ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$ μείζονα λόγον ἔχει
τοῦ, ὃν ἔχει τρεῖς πρὸς δύο. καὶ ἐστὶν ὁ συναμφο-



1. ἡ Torellius; om. ed. Basil.

3. τὸν βάσιν] scripta

VII.

A sphaera data plano segmentum abscindere, ita ut segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat.¹⁾

data sphaera ea sit, cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus autem eius $B\Delta$. oportet igitur sphaeram plano per $A\Gamma$ ducto ita secare, ut²⁾ segmentum sphaerae $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$ datam rationem habeat.

fiat, et centrum sphaerae sit E , et sit

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

itaque conus $A\Gamma H$ aequalis est segmento $AB\Gamma$ [prop.2].

quare ratio conorum $AH\Gamma : AB\Gamma$ data. quare etiam $HZ : ZB$ [I lemm. 1 p. 80]. sed

$$HZ : ZB = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z.$$

quare etiam ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ data est.³⁾ itaque etiam linea $A\Gamma$ data [u. Eutocius]. et quoniam

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z > E\Delta + \Delta B : \Delta B,$$

et $E\Delta + \Delta B = 3E\Delta$, et $B\Delta = 2E\Delta$, erit igitur

1) Ἀπὸ τῆς δοθείσας σφαίρας τμήμα ἀποτεμεῖν ἐπικέδρῳ, ὥστε τὸ τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτῶν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. πρὸς ἑλίκ. praef.

2) Pro ὅπως lin. 8 Archimedes usus erat ὥστε (Quaest. Arch. p. 70).

3) Archimedes scripserat: λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρων τῆς $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ lin. 17—18 (Eutocius).

την βασιν F, uulgo.

9. ἔχῃ] scripsi; εχει FC*V; ἔχειν B*

ed. Basil., Torellius.

12. $E\Delta$, ΔZ Torellius.

16. $E\Delta$, ΔZ

idem. 17. $E\Delta$, $Z\Delta$ idem.

21. $E\Delta$, ΔZ idem.

24. $E\Delta$, ΔB

idem, ut lin. 26.

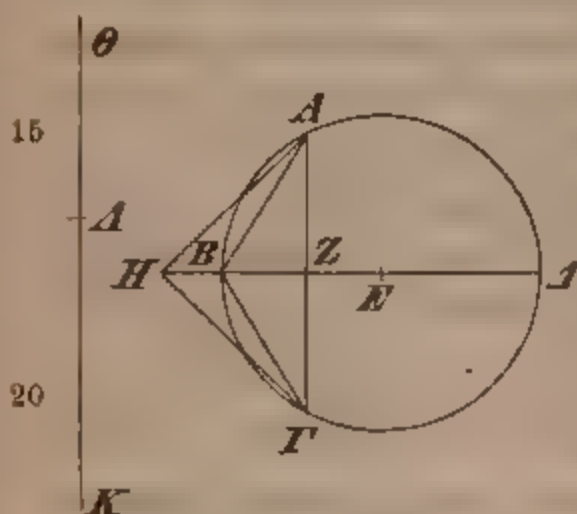
27. δ[ίς] δυο F; corr. V; „bis“ Cr.

28.

$E\Delta$, ΔZ Torellius, ut p. 234 lin. 1.

τέρου τῆς $E\Delta Z$ πρὸς $Z\Delta$ λόγος ὁ αὐτὸς τῷ δοθέντι
δεῖ ἄρα τὸν διδόμενον λόγον εἰς τὴν σύνθεσιν μείζονα εἶναι τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς δύο.

συντεθήσεται δὲ τὸ πρόβλημα οὕτως· ἔστω ἡ
5 θείσα σφαῖρα, ἥς μέγιστος κύκλος ὁ $AB\Gamma\Delta$, διὰ
τὸς δὲ ἡ $B\Delta$, κέντρον δὲ τὸ E , ὁ δὲ δοθεὶς λόγος
ὁ τῆς ΘK πρὸς $K\Delta$, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει τρία πρὸς
δύο. ἔστι δὲ ὡς τρία πρὸς δύο, συναμφοτέρος ἡ $E\Delta$
πρὸς ΔB . καὶ ἡ ΘK ἄρα πρὸς $K\Delta$ μείζονα λόγον
10 ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει συναμφοτέρος ἡ $E\Delta B$ πρὸς Δ
διελόντι ἄρα ἡ $\Theta\Delta$ πρὸς ΔK μείζονα λόγον ἔχει, ἢ
ἡ $E\Delta$ πρὸς ΔB . καὶ πεποιήσθω, ὡς ἡ $\Theta\Delta$ πρὸς Δ



οὕτως ἡ $E\Delta$ πρὸς Δ
καὶ διὰ τοῦ Z τῇ $B\Delta$ πρὸς
ὀρθὰς ἤχθω ἡ $AZ\Gamma$. καὶ
διὰ τῆς ΓA ἤχθω ἐπίπεδον
ὀρθὸν πρὸς τὴν $B\Delta$. λέγεται
ὅτι τὸ ἀπὸ $AB\Gamma$ τμήμα
τῆς σφαίρας πρὸς τὸν
 $AB\Gamma$ κῶνον λόγον ἔχει
αὐτὸν τῷ ΘK πρὸς $K\Delta$
πεποιήσθω γὰρ ὡς συναμφοτέρος ἡ $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ , οὕτως ἡ HZ πρὸς $Z\Delta$ ἴσος ἄρα ἐστὶν ὁ $\Gamma A H$ κῶνος τῷ $AB\Gamma$ τμήματι τῆς σφαίρας. καὶ ἐπεὶ ἐστίν, ὡς ἡ ΘK πρὸς $K\Delta$, οὕτως συναμφοτέρος ἡ $E\Delta Z$ πρὸς ΔZ , τουτέστιν ἡ $H\Delta$ πρὸς ZB , τουτέστιν ὁ $A H \Gamma$ κῶνος πρὸς τὸν $A B \Gamma$ κῶνον, ἴσος δὲ ὁ $A H \Gamma$ κῶνος τῷ $AB\Gamma$ τμήματι τῆς σφαίρας, ὡς ἄρα τὸ $AB\Gamma$ τμήμα πρὸς τὸν $AB\Gamma$ κῶνον, οὕτως ἡ ΘK πρὸς $K\Delta$.

4. δέ] scripsi; δη F, vulgo. 8. $E\Delta$, ΔB Torellius.

$\therefore \Delta Z > 3 : 2$. et ratio $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$
 ut rationi datae. oportet igitur, rationem
 iam datam maiorem esse, quam $3 : 2$.

letur autem problema hoc modo: data sphaera
 cuius circulus maximus est $AB\Gamma\Delta$, diametrus
 $B\Delta$, centrum autem E , et ratio data, maior
 , $\Theta K : KA$. est autem

$$E\Delta + \Delta B : \Delta B = 3 : 2.$$

$$\Theta K : KA > E\Delta + \Delta B : \Delta B.$$

igitur $\Theta A : KA > E\Delta : \Delta B$.¹⁾ et fiat²⁾
 $= E\Delta : \Delta Z$, et per Z ad lineam $B\Delta$ per-
 is ducatur $AZ\Gamma$, et per ΓA ducatur planum
 eam perpendiculare. dico, segmentum sphae-
 $B\Gamma$ positum ad conum $AB\Gamma$ eandem ratio-
 re, quam $\Theta K : KA$. fiat³⁾ enim

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = HZ : ZB.$$

mus ΓAH aequalis est segmento sphaerae
 [prop. 2]. et quoniam

$\Delta = E\Delta + \Delta Z : \Delta Z$ ⁴⁾ $= HZ : ZB =$ conus
 onum $AB\Gamma$ [I lemm. 1 p. 80], et conus $AH\Gamma$
 est segmento sphaerae $AB\Gamma$, erit igitur, ut
 iam $AB\Gamma$ ad conum $AB\Gamma$, ita $\Theta K : KA$.

: Pappi libr. VII, 45 conuersa (II p. 684).

$\kappa\alpha\iota\eta\sigma\theta\omega$ lin. 12 $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$.

debat esse $\gamma\epsilon\gamma\omicron\nu\acute{\epsilon}\tau\omega$ lin. 22.

um $\Theta A : AK = E\Delta : \Delta Z$; tum $\sigma\upsilon\nu\theta\acute{\epsilon}\nu\tau\iota$ (Eucl. V, 18).

15. $AZ\Gamma$] Torellius; $A\Gamma Z$ F, uulgo; fortasse scri-
 16. Γ . 18. $\acute{\alpha}\pi\acute{o}$ om. ed. Basil., Torellius, Cr. 23.

Torellius, ut lin. 26. 27. $AH\Gamma$] $AH\Gamma$ F. 28.

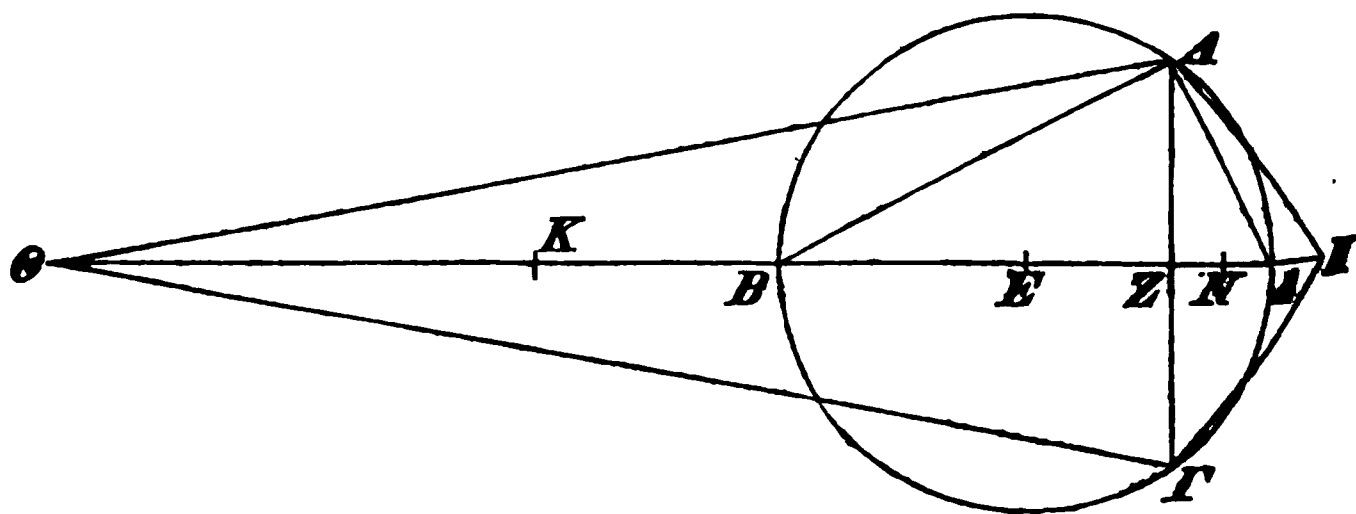
om. F; corr. B; „aequatur portioni sphaerae“ Cr.

η'.

Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἐλάσσον ἐλάσσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει ἢ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

ἔστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, καὶ διάμετρος ἡ $ΒΔ$, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ διὰ τῆς $ΑΓ$ ὀρθῶ πρὸς τὸν $ΑΒΓΔ$ κύκλον, καὶ ἔστω μείζον
10 τμήμα τῆς σφαίρας τὸ $ΑΒΓ$. λέγω, ὅτι τὸ $ΑΒΓ$ τμήμα πρὸς τὸ $ΑΔΓ$ ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, ἢ περ ἢ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

15 ἐπεξεύχθωσαν γὰρ αἱ $ΒΑΔ$, καὶ ἔστω κέντρον τὸ $Ε$. καὶ πεποιήσθω, ὥς μὲν συναμφοτέρος ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$, ἡ $ΘΖ$ πρὸς $ΖΒ$, ὥς δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΕΒΖ$ πρὸς $ΒΖ$, οὕτως ἡ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΔ$. καὶ νοείσθωσαν κῶνοι βάσιν ἔχοντες τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ΑΓ$ κύ-



20 κλον, κορυφὰς δὲ τὰ $Θ$, $Η$ σημεία. ἔσται δὲ ἴσος ὁ μὲν $ΑΘΓ$ κῶνος τῷ $ΑΒΓ$ τμήματι τῆς σφαίρας, ὁ δὲ

1. δ' Torellius. 3. ἐλάσσον] om. F; corr. B, Cr. 4. τοῦ] των per comp. F, ut uidetur. 11. τό] τον per comp.

VIII.

Si sphaera plano non per centrum ducto secatur, minus segmentum ad minus minorem rationem habet quam duplicem, quam habet superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam aequalteram.¹⁾

Si sit sphaera, et in ea circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, et diameter $B\Delta$, et secetur plano per $A\Gamma$ lineam ad circulum $AB\Gamma\Delta$ perpendiculari, et maius sphaerae segmentum sit $AB\Gamma$. dico, segmentum $AB\Gamma$ ad $A\Delta\Gamma$ maiorem quam duplicem rationem habere, quam superficiem segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

ducantur enim lineae BA , $A\Delta$, et centrum sit E . fiat²⁾

$$E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$$

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

figantur conus basim habentes circulum circum $A\Gamma$ diameterum descriptum, uertices autem Θ , H puncta. sit igitur conus $A\Theta\Gamma$ aequalis segmento sphaerae

1) Εἰ καὶ σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς δια-
τμήσῃ τινὲ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ . . . , τὸ μείζον τμᾶμα τᾶς σφαί-
ρας ποτὶ τὸ ἐλάσσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ,
ἔχει ἂ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ
ὑπόλιον. περὶ ὁλκ. praef.; u. Neue Jahrbücher, Suppl. XI
¶ sq.

2) πεποιήσθω lin. 16 ∷: γεγονέτω.

$ΑΓΗ$ τῷ $ΑΔΓ$. καί ἐστίν, ὡς τὸ ἀπὸ $ΒΑ$ πρὸς τὸ
ἀπὸ $ΑΔ$, οὕτως ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $ΑΒΓ$ τμήματος πρὸς
τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ $ΑΔΓ$ τμήματος. τοῦτο γὰρ προ-
γέγραπται [δεικτέον, ὅτι τὸ μείζον τμήμα τῆς σφαίρας
5 πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον,
ἢπερ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὴν
ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος]. λέγω, ὅτι καὶ ἡ
 $ΑΘΓ$ κῶνος πρὸς τὸν $ΑΗΓ$, τουτέστιν ἡ $ΖΘ$ πρὸς $ΖΗ$,
ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ
10 $ΒΑ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΑΔ$, τουτέστιν ἡ $ΒΖ$ πρὸς $ΖΔ$. καὶ
ἐπεὶ ἐστίν, ὡς [μὲν] συναμφοτέρος ἡ $ΕΔΖ$ πρὸς $ΔΖ$,
οὕτως ἡ $ΘΖ$ πρὸς $ΖΒ$ [ὡς δὲ συναμφοτέρος ἡ $ΕΒΖ$
πρὸς $ΒΖ$, οὕτως ἡ $ΖΗ$ πρὸς $ΖΔ$], ἔσται καὶ ὡς ἡ
 $ΒΖ$ πρὸς $ΖΔ$, ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΕ$. ἴση γὰρ ἡ $ΒΕ$ τῇ
15 $ΔΕ$ [τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς ἐπάνω συναποδέδεικται]. πάλιν
ἐπεὶ ἐστίν, ὡς συναμφοτέρος ἡ $ΕΒΖ$ πρὸς $ΒΖ$, ἡ
 $ΗΖ$ πρὸς $ΖΔ$, ἔστω τῇ $ΒΕ$ ἴση ἡ $ΒΚ$. δῆλον γάρ,
ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ $ΘΒ$ τῆς $ΒΕ$, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΒΖ$ τῆς
 $ΖΔ$. καὶ ἔσται, ὡς ἡ $ΚΖ$ πρὸς $ΖΒ$, ἡ $ΗΖ$ πρὸς $ΖΔ$.
20 ὡς δὲ ἡ $ΖΒ$ πρὸς $ΖΔ$, ἐδείχθη ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΕ$, ἴση
δὲ ἡ $ΒΕ$ τῇ $ΚΒ$. ὡς ἄρα ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΚ$, οὕτως ἡ
 $ΚΖ$ πρὸς $ΖΗ$. καὶ ἐπεὶ ἡ $ΘΖ$ πρὸς $ΖΚ$ ἐλάσσονα
λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ $ΘΒ$ πρὸς $ΒΚ$, ὡς δὲ ἡ $ΘΒ$ πρὸς
 $ΒΚ$, ἐδείχθη ἡ $ΚΖ$ πρὸς $ΖΗ$, ἡ $ΘΖ$ ἄρα πρὸς $ΖΚ$
25 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢπερ ἡ $ΚΖ$ πρὸς $ΖΗ$. ἔλασσον
ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $ΘΖΗ$ τοῦ ἀπὸ $ΖΚ$. τὸ ἄρα ὑπὸ
τῶν $ΘΖΗ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΖΗ$ [τουτέστιν ἡ $ΖΘ$ πρὸς
 $ΖΗ$] ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς
 $ΚΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ $ΖΗ$ [τὸ δὲ ἀπὸ $ΚΖ$ πρὸς τὸ ἀπὸ

2. ἀπὸ $ΑΔ$] ἀπό om. F; corr. ed. Basil. 9. διπλάσιον]
διπλασίονα Eutocius. 11. $ΕΔ$, $ΔΖ$ Torellius. 12. $ΕΒ$, $ΒΖ$

$AB\Gamma$, et conus $A\Gamma H$ segmento $A\Delta\Gamma$ [prop. 2]. et superficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ eam rationem habet, quam $BA^2 : A\Delta^2$. hoc iam antea demonstratum est.¹⁾ dico, etiam²⁾ conum $A\Theta\Gamma$ ad $AH\Gamma$, hoc est $\Theta Z : ZH$ [I lemm. 1 80] minorem quam duplicem rationem habere, quam $BA^2 : A\Delta^2$, hoc est $BZ : Z\Delta$ [u. Eutocius]. et quoniam $E\Delta + \Delta Z : \Delta Z = \Theta Z : ZB$, erit etiam

$$BZ : Z\Delta = \Theta B : BE;$$

nam $BE = \Delta E$.³⁾ rursus quoniam

$$EB + BZ : BZ = HZ : Z\Delta,$$

nam $BK = BE$. adparet enim $\Theta B > BE$, quia $BZ > Z\Delta$.

erit $KZ : ZB = HZ : Z\Delta$.⁴⁾ sed

$$ZB : Z\Delta = \Theta B : BE,$$

demonstratum est, et $BE = KB$; quare

$$\Theta B : BK = KZ : ZH$$
.⁵⁾

quoniam $\Theta Z : ZK < \Theta B : BK$ [u. Eutocius], sed demonstratum est $\Theta B : BK = KZ : ZH$, itaque

$$\Theta Z : ZK < KZ : ZH.$$

ergo $\Theta Z \times ZH < ZK^2$ [u. Eutocius]. itaque

$$\Theta Z \times ZH : ZH^2 < KZ^2 : ZH^2$$
 [u. Eutocius].⁶⁾

1) Demonstratum est (I, 42—43), superficies segmentorum aequales esse circularis, cuius radii sint BA , $A\Delta$; sed circuli illi per se rationem habent, quam $BA^2 : A\Delta^2$ (Eucl. XII, 2).

2) Hoc est: sicut segmenta $AB\Gamma$, $A\Delta\Gamma$; p. 236 lin. 10 sq.

3) Nam διελόντι (Eucl. V, 17)

$$E\Delta : \Delta Z = \Theta B : ZB = BE : \Delta Z;$$

4) Nam ἐναλλάξ (Eucl. V, 16).

5) Quia $EB + BZ = BK + BZ = KZ$.

6) Nam ἐναλλάξ est (Eucl. V, 16) $KZ : ZH = ZB : Z\Delta$.

Ex eius adnotatione adparet, Archimedem scripsisse lin. ἔχει ἡπερ τὸ ἀπὸ KZ πρὸς κτλ.

ZH διπλασίονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ KZ πρὸς ZH
 ἢ ἄρα ΘZ πρὸς ZH ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλα-
 σίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ KZ πρὸς ZH [ἡ KZ πρὸς Z
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ διπλασίονα τοῦ, ὃν ἔχει ἡ B
 5 πρὸς $Z\Delta$]. τοῦτο δὲ ἐζητοῦμεν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶ
 ἡ BE τῇ $E\Delta$, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν $BZ\Delta$ τοῦ
 ὑπὸ τῶν $BE\Delta$. ἡ ZB ἄρα πρὸς BE ἐλάσσονα λόγον
 ἔχει, ἥπερ ἡ $E\Delta$ πρὸς ΔZ , τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BZ
 ἔλασσον ἄρα τὸ ἀπὸ ZB τοῦ ὑπὸ τῶν ΘBE , τουτέστι
 10 τοῦ ὑπὸ τῶν ΘBK . ἔστω ἴσον τὸ ἀπὸ BN τῷ ὑπὸ
 ΘBK . ἔστιν ἄρα, ὥς ἡ ΘB πρὸς BK , τὸ ἀπὸ Θ
 πρὸς τὸ ἀπὸ NK . τὸ δὲ ἀπὸ ΘZ πρὸς τὸ ἀπὸ Z
 μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ ΘN πρὸς τὸ ἀπὸ NK
 [καὶ τὸ ἀπὸ ΘZ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ ZK μείζονα λόγον
 15 ἔχει, ἥπερ ἡ ΘB πρὸς BK , τουτέστιν ἡ ΘB πρὸς BE ,
 τουτέστιν ἡ KZ πρὸς ZH]. ἡ ἄρα ΘZ πρὸς ZH
 μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς KZ πρὸς ZH
 [τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει]. καὶ ἐστὶν, ὥς μὲν ἡ ΘZ πρὸς
 ZH , ὁ $A\Theta\Gamma$ κῶνος πρὸς τὸν $AH\Gamma$ κῶνον, τουτέστι
 20 τὸ $AB\Gamma$ τμήμα πρὸς τὸ $A\Delta\Gamma$ τμήμα. ὥς δὲ ἡ KZ
 πρὸς ZH , ἡ BZ πρὸς $Z\Delta$, τουτέστι τὸ ἀπὸ BA πρὸς
 τὸ ἀπὸ $A\Delta$, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ $AB\Gamma$ τμή-
 ματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ $A\Delta\Gamma$ τμήματος. ὥστε
 τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν
 25 διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ
 μείζονος τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐλάσσονος
 τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

3. ZH] ZH . ὥς δὲ Torellius. ZH] ZH , ἡ BZ πρὸς
 $Z\Delta$. ἡ ΘZ ἄρα πρὸς ZH idem. verba uncis inclusa om. C.
 in parenthesi habet ed. Basil. 6. BZ , $Z\Delta$ Torellius.
 BE , $E\Delta$ idem. 9. ΘB , BE idem. 10. ΘB , BK idem.
 11. ΘBK] ed. Basil.; $B\Theta K$ F; ΘB , BK Torellius. 13. αὐτὸ

re $\Theta Z : ZH$ minorem quam duplicem rationem habere, quam $KZ : ZH$. hoc autem quaerebamus.¹⁾ et quoniam $BE = E\Delta$, erit $BZ \times Z\Delta < BE \times E\Delta$ [Eutocius]. itaque $ZB : BE < E\Delta : \Delta Z$ [u. Eutocius] h. e. $< \Theta B : BZ$.²⁾ quare $ZB^2 < \Theta B \times BE$ ³⁾, quod est $< \Theta B \times BK$ [nam $BE = BK$]. sit

$$BN^2 = \Theta B \times BK.$$

igitur $\Theta B : BK = \Theta N^2 : NK^2$ [u. Eutocius]. sed $\Theta Z^2 : ZK^2 > \Theta N^2 : NK^2$ [u. Eutocius].

itaque $\Theta Z : ZH$ ratio maior quam sesquialtera est quam ratio $KZ : ZH$ [u. Eutocius]. et ut $\Theta Z : ZH$, ita comparatum $A\Theta\Gamma$ ad conum $AH\Gamma$ [p. 238, 8], hoc est segmentum $AB\Gamma$ ad segmentum $A\Delta\Gamma$ [p. 236, 21]. est eadem $KZ : ZH = BZ : Z\Delta$ [p. 239 not. 5] $= BA^2 : A\Delta^2$ [p. 238, 10], hoc est superficies segmenti $AB\Gamma$ ad superficiem segmenti $A\Delta\Gamma$ [p. 239 not. 1]. itaque segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet, quam superficies segmenti maioris ad superficiem minoris, maiorem autem quam sesquialteram.

1) Quaerebatur proprie

$$Z\Theta : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2$$

[p. 238, 7—10]; sed est (p. 239 not. 5)

$$KZ : ZH = BZ : Z\Delta \therefore KZ^2 : ZH^2 = BZ^2 : Z\Delta^2$$

$$\therefore \Theta Z : ZH < BZ^2 : Z\Delta^2.$$

2) Nam $E\Delta : \Delta Z = \Theta B : BZ$ (p. 239 not. 3).

3) Cfr. Quaest. Arch. p. 45; Eutocius ad p. 238, 25.

[K] ἀπό om. F; corr. Torellius.
F, vulgo; ὥστε ἄρα Nizze.

23. ὥστε] Hauber; ἀλ-

ΑΛΛΩΣ.

Ἐστω σφαῖρα, ἐν ἣ ὁ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$,
 διάμετρος δὲ ἡ $ΑΓ$, κέντρον δὲ τὸ $Ε$, καὶ τετμήσθω
 ἐπιπέδῳ ὀρθῷ διὰ τῆς $ΒΔ$ πρὸς τὴν $ΑΓ$. λέγω, ὅτι
 5 τὸ μείζον τμήμα τὸ $ΔΑΒ$ πρὸς τὸ ἐλασσον τὸ $ΒΓΔ$
 ἐλάσσονα ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἐπι-
 φάνεια τοῦ $ΑΒΔ$ τμήματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ
 $ΒΓΔ$ τμήματος, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἐπεξεύχθωσαν
 γὰρ αἱ $ΑΒ$, $ΒΓ$. ὁ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπι-
 10 φάνειαν λόγος ὁ τοῦ κύκλου ἐστίν, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέν-
 τρου ἡ $ΑΒ$, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου
 ἡ $ΒΓ$, τουτέστιν ὁ τῆς $ΑΘ$ πρὸς τὴν $ΘΓ$. κείσθω τῇ
 ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἴση ἑκατέρα τῶν $ΑΖ$, $ΓΗ$.
 ὁ δὲ τοῦ $ΒΑΔ$ τμήματος πρὸς τὸ $ΒΓΔ$ λόγος συν-
 15 ῆπται ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ $ΒΑΔ$ τμήμα πρὸς τὸν κῶ-
 νον, οὗ ἡ βάσις μὲν ἐστίν ὁ περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$
 κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ $Α$ σημεῖον, καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος
 πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν,
 κορυφὴν δὲ τὸ $Γ$ σημεῖον, καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς
 20 τὸ $ΒΓΔ$ τμήμα. ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ $ΒΑΔ$ τμήματος
 λόγος πρὸς τὸν $ΒΑΔ$ κῶνον, ὁ τῆς $ΗΘ$ ἐστὶ πρὸς $ΘΓ$
 ὁ δὲ τοῦ κῶνου πρὸς τὸν κῶνον ὁ τῆς $ΑΘ$ πρὸς $ΘΓ$
 ὁ δὲ τοῦ $ΒΓΔ$ κῶνου πρὸς τὸ τμήμα τὸ $ΒΓΔ$ ὁ τῆς
 $ΑΘ$ ἐστὶ πρὸς $ΘΖ$. ὁ δὲ συνημμένος ἐκ τοῦ τῆς $ΗΘ$
 25 πρὸς $ΘΓ$ καὶ τῆς $ΑΘ$ πρὸς $ΘΓ$ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν $ΗΘΑ$

12. ἡ $ΒΓ$] πρὸς (comp) $ΗΒΓ$ F; corr. ed. Basil.*; fort.
 ἐστὶν ἡ $ΒΓ$. $ΘΓ$] $ΑΓ$ FBC*. 14. δὴ] scripsi; δε F, vulgo
 16. οὗ ἡ] ἡ delendum censeo. βας cum comp ης F 18.
 κῶνον τόν] scripsi; τόν om. F, vulgo. 24 συνημμένος] alte-
 rum μ supra scriptum manu 1 F. 25. $ΗΘΑ$] scripsi; $ΗΑΘ$
 F; $ΑΘΗ$ ed. Basil., $ΑΘ$, $ΘΗ$ Torellius.

ALITER.¹⁾

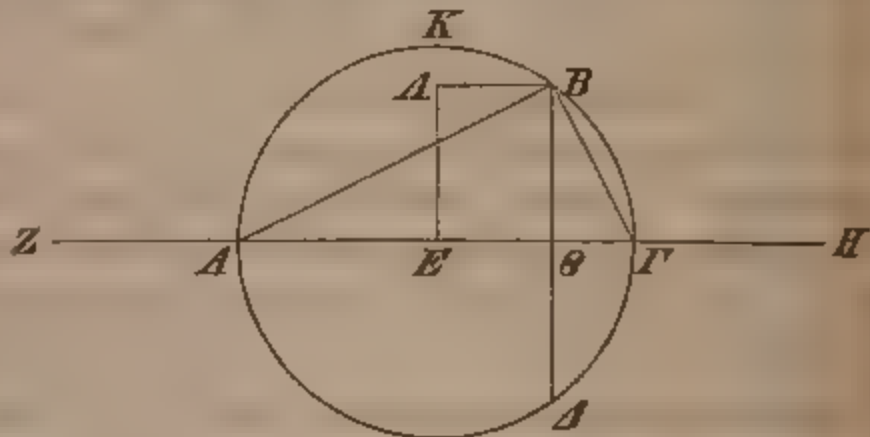
Sit sphaera, in qua circulus maximus $AB\Gamma\Delta$, diameter autem $A\Gamma$, centrum autem E , et secetur plano per $B\Delta$ ad $A\Gamma$ perpendiculari. dico, segmentum maius ΔAB ad minus $B\Gamma\Delta$ minorem quam duplicem rationem habere, quam habet superficies segmenti $AB\Delta$ ad superficiem segmenti $B\Gamma\Delta$, maiorem autem, quam sesquialteram. ducantur enim AB , $B\Gamma$ lineae. iam ratio superficiei ad superficiem ea est, quam habet circulus, cuius radius est AB , ad circulum, cuius radius est $B\Gamma$ [I, 42—43], hoc est $A\Theta : \Theta\Gamma$.²⁾ ponatur radio circuli aequalis utraque linea AZ , ΓH . itaque ratio segmenti $BA\Delta$ ad segmentum $B\Gamma\Delta$ ³⁾ composita est ex ratione, quam habet segmentum $BA\Delta$ ad conum, cuius basis est circulus circum diametrum $B\Delta$ descriptus, vertex autem punctum A , et ratione, quam habet idem conus ad conum basim habentem eandem, verticem autem punctum Γ , et ratione, quam hic conus, quem [ultimo loco] commemorauimus, ad segmentum $B\Gamma\Delta$ habet [u. Eutocius]. sed segmentum $BA\Delta$ ad conum $BA\Delta$ eam habet rationem, quam $H\Theta : \Theta\Gamma$ [prop. 2 πόρ.], conus uero ad conum eam, quam $A\Theta : \Theta\Gamma$ [I λημμ. 1 p. 80], conus autem $B\Gamma\Delta$ ad segmentum $B\Gamma\Delta$ eam, quam $A\Theta : \Theta Z$ [prop. 2 πόρ. et Eucl. V, 7

1) Haec demonstratio, quam etiam Eutocius habuit, priore neque clarior neque breuior est. sed cum uerba ipsa pessime deprauata esse constet, ueri simile est, tenorem quoque demonstrationis a transcriptore dilatatum et amplificatum esse (Neue Jahrb. Suppl. XI p. 395—96; Quaest. Arch. p. 75—76).

2) Nam circuli inter se rationem habent, quam $AB^2 : B\Gamma^2$ (Eucl. XII, 2); tum u. p. 238, 10.

3) Ex Eutocio multis locis aliam scripturam et sine dubio genuinam cognoscimus: lin. 14: $B\Gamma\Delta$ τμήμα, σύγκειται ἐκ τε

ἔστι πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$. ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ $H\Theta$, ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ μετὰ τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς ΘZ ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν $H\Theta$, ΘA ἔστιν ἐπὶ τὴν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ . ὁ τοῦ ὑπὸ τῶν $H\Theta A$ ἐπὶ τὴν ΘA ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς Θ



ἔστι ἐπὶ τὴν ΘH . ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ ΘA ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς $\Theta\Gamma$ διπλασίου [ἔστιν ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$]. τὸ ἄρα ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ ἐλάσσονα λόγον ἔχει. ἥπερ τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ ὅτι ἄρα μείζον ἔστι τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ τοῦ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH . ὅτι ἄρα μείζων ἔστιν ἢ ΘZ τῆς ΘH . φημὶ δὴ, ὅτι καὶ τὸ μείζον τμήμα πρὸς τὸ ἐλάσσον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας

1. τὸ ἀπὸ] (prius) τὴν F; corr. BD. 2 $\Theta\Gamma$] $H\Theta$, $\Theta\Gamma F$, corr. ed. Basil., Cr. 3. ἐπὶ] (prius) πρὸς per comp. F; corr. ed. Basil. $H\Theta$, ΘA Torellius. 4. ἐπὶ] πρὸς per comp. F; corr. ed. Basil. Post prius ΘA in ed. Basil. et Cr. legitur: πρὸς τὸ ἀπὸ Θ ἐπὶ τὴν ΘH , sed haec uerba om. F; Torellius ea recepit, Θ in ΘZ mutato, et praeterea addidit: ὁ αὐτός ἐστι τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ . ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ τῶν $H\Theta$, ΘA ἐπὶ τὴν ΘA πρὸς τὸ ἀπὸ $\Theta\Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘH . alia huius loci difficillima emendandi uiam ingressus sum Ne Jahrb. Suppl. XI p. 396, nouum cognita scriptura codicis 5. ἐπὶ] (priore loco) scripsi; πρὸς F, uulgo. τὴν ΘH]

λόγ.; u. Eutocius]. sed ratio ex $H\Theta : \Theta\Gamma$ et $A\Theta : \Theta\Gamma$ composita haec est: $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ [u. Eutocius].

sed $H\Theta \times \Theta A : \Theta\Gamma^2$ una cum $A\Theta : \Theta Z$ est

$(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z$ [u. lemma Eutocii].¹⁾

sed

$(H\Theta \times \Theta A) \times \Theta A [: \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z] = \Theta A^2 \times \Theta H [: \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z]$

[ibid.] itaque [demonstrandum est]

$$\Theta A^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta Z < A\Theta^2 : \Theta\Gamma^2,$$

hoc est $< A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta\Gamma^2 \times \Theta H$ [u. Eutocius].

quare [demonstrandum] $\Gamma\Theta^2 \times Z\Theta > \Gamma\Theta^2 \times \Theta H$ [u.

Eutocius]. [demonstrandum] igitur $Z\Theta > \Theta H$ [quod constat; u. Eutocius].

dico igitur, maius segmentum ad minus maiorem quam sesquialteram rationem habere, quam superficies

τοῦ; lin. 16: οὗ βάσις; lin. 18: πρὸς κῶνον τόν; lin. 21; λόγος; lin. 22: $BA\Delta$ κῶνον et $B\Gamma\Delta$ κῶνον; $A\Theta$ ἐστὶ; lin. 23: πρὸ $B\Gamma\Delta$ τμήμα; lin. 24: συγκείμενος; ibid. ἐκ τε τοῦ; lin. 25: $\Theta\Gamma$ μετὰ τοῦ τῆς; sed discrepantias praeter unam (u. comm. add. ad lin. 18) aut duo (ibid. ad lin. 16) transcriptori tribuo.

1) In hac quoque pagina Eutocius scripturas permultas discrepantes praebet: lin. 1: $H\Theta A$; lin. 2: $\Gamma\Theta$, ὑπὸ $H\Theta A$ ἵσταν; lin. 4: τῶν om.; ibid.: $A\Theta$ ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ; lin. 6: ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς $A\Theta$ πρὸς $\Theta\Gamma$; lin. 9: ἥπερ τὸ αὐτὸ τὸ; lin. 11: ὅτι τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν $Z\Theta$ μείζον ἐστὶ τοῦ; lin. 13: καὶ om.; lin. 14: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; p. 246 lin. 3: ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου; lin. 4: ἀπὸ τῆς $B\Gamma$; lin. 5: φημι οὖν; lin. 8: ἀπὸ τῆς ΘB . ante ὅτι lin. 5 Nizzius addi uoluit φημι δέ; similia in hoc ὅτι semper addit Eutocius.

ἀπὸ $\Theta\Gamma$ Cr., ed. Basil., Torellius. 6. ΘZ] AZ F; $Z\Theta$ ed.

Basil.; Torellius. 7. διπλασιων FBC, διπλάσιον AD, ed. Basil.; corr. Torellius, qui tum addidit ὅς. 9. ἐλάσσονα λόγον

ἔχει ἥπερ τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH] om. F, uulgo; supplementum Torellii dubitans recepi.

13. ὅτι, ὅτι] B, Torellius; διοτι F, uulgo. 14. Post ἐπιφανείας

in B, ed. Basil., Cr., Torellio additur: πρὸς ἐπιφάνειαν; idem p. 246 lin. 3 suppleuit Torellius solus.

λόγου. ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς
 τῷ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ἀπὸ
 $\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ . τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας λόγου ἡμισ-
 λιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ AB κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ BF
 5 κύβον. φημὶ δὴ, ὅτι τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς
 τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ [ὁ
 ἀπὸ τῆς AB κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς BF κύβον
 τουτέστιν] ὁ ἀπὸ τῆς $A\Theta$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ ΘB
 κύβον, τουτέστιν ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ ἀπὸ $B\Theta$
 10 καὶ ὁ τῆς $A\Theta$ πρὸς ΘB . ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ πρὸς τὸ
 ἀπὸ ΘB προσλαβὼν τὸν τῆς $A\Theta$ πρὸς ΘB ὁ τοῦ ἀπὸ
 $A\Theta$ ἐστιν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $\Gamma\Theta B$. ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ
 $A\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $B\Theta \Gamma$ ὁ τοῦ ἀπὸ $A\Theta$ ἐστιν
 ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν $B\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘH .
 15 φημὶ δὴ, ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘH πρὸς τὸ
 ἀπὸ $\Gamma\Theta$ ἐπὶ τὴν ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ [τὸ ἀπὸ
 $A\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Theta \Gamma$, τουτέστι] τὸ ἀπὸ $A\Theta$ ἐπὶ τὴν
 ΘH πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘH . δεικνύον οὖν,
 ὅτι τὸ ἀπὸ $\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν ΘZ ἑλασσόν ἐστι τοῦ ὑπὸ
 20 τῶν $B\Theta \Gamma$ ἐπὶ τὴν $H\Theta$. ὁ ταῦτόν ἐστι τῷ δεῖξαι, ὅτι
 τὸ ἀπὸ $\Gamma\Theta$ πρὸς τὸ ὑπὸ $B\Theta \Gamma$ ἑλάσσονα λόγον ἔχει
 ἥπερ ἡ $H\Theta$ πρὸς ΘZ [δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ $H\Theta$ πρὸς
 ΘZ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἡ $\Gamma\Theta$ πρὸς ΘB]. ἤχθῃ
 ἀπὸ τοῦ E τῇ $E\Gamma$ πρὸς ὁρθὰς ἢ EK , καὶ ἀπὸ τοῦ

4 κύβον] κυκλον F; corr. B. 5. κύβον] κυκλον F; corr.
 B. ὅτι τό] οτι του F; corr. Torellius. 6. ἥπερ] ηπερ ἡ F;
 corr. Torellius. 8. ἀπὸ τῆς] της F; corr. B. 9. ἀπὸ $A\Theta$] $A\Theta$
 F; corr. B. 11. ὁ τοῦ] Nizze (Cr.); ο δε του F, vulgo 12.
 $\Gamma\Theta$, ΘB Torellius. 13. $B\Theta \Gamma$] scripsi; $B\Theta$, $\Theta \Gamma$ Torellius;
 $\Theta B \Gamma$ F, vulgo. 14. $B\Theta \Gamma$] ut lin. 13. 17. ὑπὸ] απο F;
 corr. Torellius. $B\Theta$, $\Theta \Gamma$ idem, ut lin. 18, 20, 21. 24. E
 τῇ $E\Gamma$ πρὸς ὁρθὰς ἢ EK , καὶ ἀπὸ τοῦ] om. F; corr. Torellius
 et ed. Basil., nisi quod pro καὶ habet ἤχθῃ; om. Cr.

per se. sed demonstratum est, rationem, quam inter
habent segmenta, esse

$$= A\Theta^2 \times \Theta H : \Theta \Gamma^2 \times \Theta Z.$$

Ratio uero $AB^3 : B\Gamma^3$ sesquialtera est, quam ratio,
quam superficies inter se habent [u. Eutocius]. dico
igitur,

$$A\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z$$

rationem maiorem esse quam

$$A\Theta^3 : \Theta B^3 \text{ [u. Eutocius],}$$

hoc est

$$> A\Theta^2 : B\Theta^2 \times A\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius].}$$

et

$$A\Theta^2 : \Theta B^2 \times A\Theta : \Theta B = A\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B$$

[u. Eutocius]. sed

$$\Theta^2 : \Gamma\Theta \times \Theta B = A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H$$

[u. Eutocius]. dico igitur

$$\Theta^2 \times \Theta H : \Gamma\Theta^2 \times \Theta Z > A\Theta^2 \times \Theta H : (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H.$$

demonstrandum igitur

$$\Gamma\Theta^2 \times \Theta Z < (B\Theta \times \Theta \Gamma) \times \Theta H \text{ [u. Eutocius].}$$

quod idem est, ac si demonstramus:

$$\Gamma\Theta^2 : B\Theta \times \Theta \Gamma < H\Theta : \Theta Z \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

ducatur ab E puncto ad $E\Gamma$ lineam perpendicularis linea
 EK , et a B puncto ad eam perpendicularis linea BA .

1) Verba sequentia $\delta\epsilon\iota$ lin. 22 — ΘB lin. 23 ex Eutocio
translata sunt, propter p. 248 lin. 1—3 superuacua. his
notis uerba $\epsilon\pi\lambda\omicron\iota\pi\omicron\nu$ p. 248 lin. 1 — ΘB lin. 3, quae habet
Eutocius, retinenda sunt.

B κάθετος ἐπ' αὐτὴν ἢ BA . ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι
 διότι ἢ $HΘ$ πρὸς $ΘZ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $ΓΘ$
 πρὸς $ΘB$. ἴση δὲ ἐστὶν ἢ $ΘZ$ συναμφοτέρῳ τῇ $ΑΘ$
 $ΚΕ$. δεῖξαι ἄρα δεῖ, ὅτι ἢ $HΘ$ πρὸς συναμφοτέροι
 5 τὴν $ΘΑ$, $ΚΕ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $ΓΘ$ πρὸς $ΘB$
 καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς $ΘH$ τῆς $ΓΘ$, ἀπὸ δὲ
 τῆς $ΚΕ$ τῆς $ΕΛ$ ἴσης τῇ $BΘ$ δεήσει δειχθῆναι, ὅτι
 λοιπὴ ἢ $ΓH$ πρὸς λοιπὴν συναμφοτέρον τὴν $ΑΘ$, $ΚΑ$
 μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $ΓΘ$ πρὸς $ΘB$, τουτέστιν
 10 ἢ $ΘB$ πρὸς $ΘΑ$, τουτέστιν ἢ $ΛΕ$ πρὸς $ΘΑ$. καὶ ἐναλ-
 λάξ, ὅτι ἢ $ΚΕ$ πρὸς $ΕΛ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ
 συναμφοτέρος ἢ $ΚΑ$, $ΘΑ$ πρὸς $ΘΑ$. καὶ διελόντι ἢ
 $ΚΑ$ πρὸς $ΛΕ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ἢ $ΚΑ$ πρὸς
 $ΘΑ$. ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἢ $ΛΕ$ τῆς $ΘΑ$.

15

θ'.

Τῶν τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ περιεχομένων σφαιρικῶν
 τμημάτων μείζον ἐστὶ τὸ ἡμισφαίριον.

ἔστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ $ΑΒΓΔ$, διά-
 μετρος δὲ αὐτοῦ ἢ $ΑΓ$, καὶ ἄλλη σφαῖρα, ἥς μέγιστος
 20 κύκλος ὁ $ΕΖΗΘ$, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἢ $ΕΗ$. καὶ τε-
 τμήσθω ἐπιπέδῳ ἢ μὲν ἑτέρα σφαῖρα διὰ τοῦ κέντρου,

1. BA] BA FV. ἡμῖν] μιν F; corr. ed. Basil.* 2.
 διότι] ὅτι Nizze. 4. δεῖ, ὅτι] διοτι F; corr. B. 12. $ΘΑ$]
 $ΘΑ$ F; corr. ed. Basil.* διελόντι, ὅτι? 15. ιδ' F; ι' To-
 rellius.

restat, ut demonstremus: $H\Theta : \Theta Z > \Gamma\Theta : \Theta B$ [u. Eutocius]. sed $\Theta Z = A\Theta + KE$ [u. Eutocius].¹⁾ itaque demonstrandum $H\Theta : \Theta A + KE > \Gamma\Theta : \Theta B$. quare etiam subtracta a ΘH linea linea $\Gamma\Theta$ et a KE linea linea EA aequali lineae $B\Theta$ ²⁾ demonstrandum erit

$$\Gamma H : A\Theta + KA > \Gamma\Theta : \Theta B \text{ [u. Eutocius],}$$

hoc est $> \Theta B : \Theta A$ ³⁾, hoc est $> AE : \Theta A$ [nam $AE = \Theta B$], et uicissim $KE : EA > KA + \Theta A : \Theta A$ ⁴⁾, et dirimendo $KA : AE > KA : \Theta A$ ⁵⁾, hoc est

$$AE < \Theta A \text{ [Eucl. V, 10].}^6)$$

IX.

Omnium segmentorum sphaerarum, quae aequali superficie continentur, maximum est hemisphaerium.⁷⁾

sit $AB\Gamma\Delta$ circulus sphaerae maximus, et diametrus eius AG , et alia sphaera sit, cuius circulus maximus sit $EZH\Theta$, diametrus autem eius EH . et secetur plano

1) Ex Eutocio haec corrigi possunt: p. 246 lin. 12: $\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota$; ibid.: $\tau\omega\nu$ om., item lin. 13, 14, 20; lin. 13—14: $B\Theta\Gamma\ \acute{\lambda}\acute{o}\gamma\omicron\varsigma$, $\delta\ \alpha\upsilon\tau\acute{o}\varsigma\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\ \tau\acute{\omega}\ \tau\omicron\upsilon\ \alpha\pi\acute{o}\ \Lambda\Theta\ \acute{\epsilon}\pi\iota\ \tau\acute{\eta}\nu$; lin. 15: $\acute{\alpha}\rho\alpha$ om.; lin. 18: $\Gamma\Theta B$; ibid.: $\omicron\upsilon\nu$ om.; lin. 21: $\Gamma\Theta B$; p. 248, 4: $\delta\epsilon\iota\ \acute{\alpha}\rho\alpha\ \delta\epsilon\iota\acute{\xi}\alpha\iota$, $\acute{\omicron}\tau\iota$. omisi discrepantias minutissimas in litterarum ordine, quem fieri potest ut Eutocius ipse mutauerit. praeterea Eutocius p. 248 lin. 13: habet: $\tilde{\eta}\pi\epsilon\rho\ \alpha\upsilon\tau\acute{\eta}\ \tilde{\eta}$ et ibid. 14 $\tau\omicron\upsilon\tau\acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$, $\acute{\omicron}\tau\iota\ \acute{\epsilon}\lambda\acute{\alpha}\sigma\sigma\omega\nu\ \tilde{\eta}\ \Lambda E\ \tau\acute{\eta}\varsigma\ \Theta A\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\nu$.

2) Horum uerborum formam singularem (lin. 6—7) propter Eutocium mutare non audeo.

3) Nam $\Gamma\Theta : \Theta B = \Theta B : \Theta A$; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 Nr. 16.

4) Nam $KE = \Gamma H$; tum u. Pappus VII, 47 p. 686.

5) U. supra p. 235 not. 1.

6) Conclusionem hic et p. 244, 12 omissam Eutocius nec habuisse nec desiderasse uidetur. idem synthesim utriusque partis de suo addit.

7) $\tau\omicron\ \acute{\eta}\mu\iota\sigma\varphi\alpha\iota\epsilon\iota\omicron\nu\ \mu\acute{\epsilon}\gamma\iota\sigma\tau\acute{o}\nu\ \acute{\epsilon}\sigma\tau\iota\ \tau\omega\nu\ \pi\epsilon\pi\epsilon\tau\epsilon\chi\omicron\mu\acute{\epsilon}\nu\omega\nu\ \upsilon\pi\acute{o}\ \tau\omicron\varsigma\ \acute{\epsilon}\pi\iota\varphi\alpha\upsilon\epsilon\iota\alpha\varsigma\ \sigma\varphi\alpha\iota\epsilon\alpha\varsigma\ \tau\mu\alpha\mu\acute{\alpha}\tau\omega\nu$. περὶ ἑλλ. praef.

ἡ δὲ ἑτέρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου. ἔστω δὲ τὰ τέμνοντα
ἐπίπεδα ὀρθὰ πρὸς τὰς $ΑΓ$, $ΕΗ$ διαμέτρους. καὶ
τετμήσθωσαν κατὰ τὰς $ΑΒ$, $ΖΘ$ γραμμάς.

ἔστιν δὴ τὸ μὲν κατὰ τὴν $ΖΕΘ$ περιφέρειαν τμήμα
6 τῆς σφαίρας ἡμισφαίριον, τῶν δὲ κατὰ τὴν $ΒΑΔ$ περι-
φέρειαν τομῶν ἐν μὲν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ
 $Σ$ σημεῖον, μείζον ἡμισφαιρίου, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ ἔλασ-
σον ἡμισφαιρίου. ἴσαι δὲ ἔστωσαν αἱ τῶν εἰρημένων
τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν, ὅτι μείζον ἔστι τὸ
10 κατὰ τὴν $ΖΕΘ$ περιφέρειαν ἡμισφαίριον τοῦ κατὰ τὴν
 $ΒΑΔ$ περιφέρειαν τμήματος.

ἐπεὶ γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν εἰρημένων
τμημάτων, φανερόν, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ $ΒΑ$ τῇ $ΕΖ$ εὐ-
θείᾳ [δέδεικται γὰρ ἐκάστου τμήματος ἡ ἐπιφάνεια
15 ἴση οὖσα κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ
ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος εὐθείᾳ ἀγομένη ἐπὶ
τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμή-
ματος]. [καὶ ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡμίσεως κύκλου ἡ $ΒΑΔ$
περιφέρεια ἐν τῷ ἑτέρῳ σχήματι, πρὸς ὃ τὸ $Σ$ σημεῖον]
20 δῆλον, ὅτι ἡ $ΒΑ$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίῳ δυνάμει
τῆς $ΑΚ$, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασίῳ
δυνάμει. ἔστω δὲ καὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ $ΑΒΔ$
κύκλου ἴση ἡ $ΓΞ$, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ $ΓΞ$ πρὸς τὴν
 $ΓΚ$, τοῦτον ἔχέτω ἡ $ΜΑ$ πρὸς $ΑΚ$. ἀπὸ δὲ τοῦ κί-
25 κλου τοῦ περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$ κῶνος ἔστω κορυ-

1. τὰ] scripsi; τα μιν F, vulgo. 4. ἔστιν] ἔστω Nizze
sed respicitur ad p. 248, 21 sq. 6. τομῶν] τμημάτων Nizze
8. αἱ τῶν εἰρημένων τμημάτων ἐπιφάνειαι. λέγω οὖν] om. F.
corr. ed. Basil. nocuit similitudo compendiorum ἔστωσαν ut omni
lacunam sic supplevit Cr.: „est autem superficies maioris por-
tionis unius sphaerae superficiei dimidiaae sphaerae aequalis, quae
est ad circumferentiam *feh.* dico igitur.“ 17. ὅς] ὁ F, corr.
Forellius 19. $Σ$] $Γ$ F; corr. ed. Basil.*; sed fortasse et hic

altera sphaera per centrum, altera autem non per centrum. et plana secantia ad diametros AG , EH perpendicularia sint et secent¹⁾ in lineis AB , $Z\Theta$.

itaque segmentum sphaerae in ambitu $ZE\Theta$ positum hemisphaerium est, segmentum autem in ambitu $BA\Delta$ positum²⁾ in altera figura, ad quam est Σ signum, maius hemisphaerio, in altera uero minus. aequales autem sint superficies segmentorum, quae commemorauimus. dico igitur, hemisphaerium in $ZE\Theta$ ambitu positum maius esse segmento in $BA\Delta$ ambitu posito.

nam quoniam aequales sunt superficies segmentorum, adparet, esse $BA = EZ$ [I, 42—43; Eucl. XII, 2]. [et quoniam ambitus $BA\Delta$ in altera figura, ad quam Σ signum est, maior est semicirculo] adparet esse

$$BA^2 < 2AK^2,$$

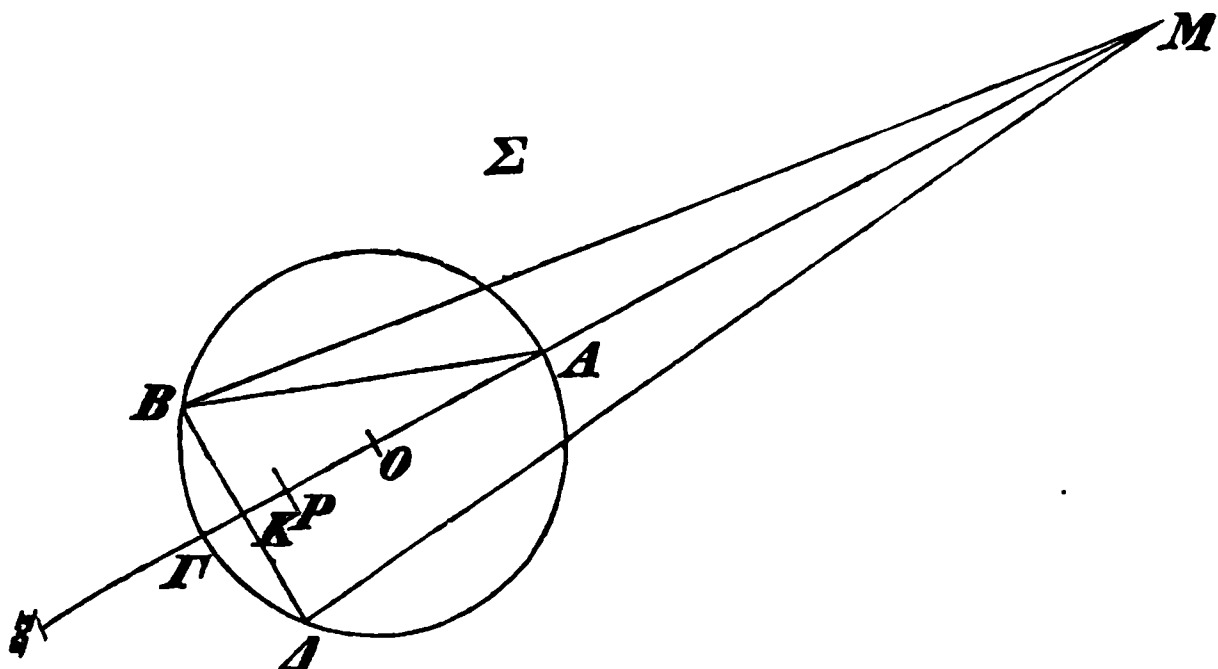
sed maiorem duplici quadrato radii [u. Eutocius].³⁾ praeterea autem linea $\Gamma\Xi$ aequalis sit radio circuli $AB\Delta$, et sit $\Gamma\Xi : \Gamma K = MA : AK$. et in circulo circum $B\Delta$ diametrum descripto construaturs conus uer-

1) Aut auditur οἱ κύκλοι, aut potius Archimedes scripserat: τετρακόντων. cfr. Quaest. Arch. p. 88.

2) Uerba corrupta lin. 5—6 sic fere restituenda sunt: τὸ δὲ κατὰ τὴν $BA\Delta$ περιφέρειαν τμῆμα.

3) Ex eo comperimus, Archimedem lin. 20—22 scripsisse ὅλον δέ, ὅτι ἡ BA τῆς μὲν AK ἐλάσσων ἐστὶ ἢ διπλασία δύναμι, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἢ διπλασία. lin. 22 δύναμι del. Torellius. Nizzius post hoc uerbum cum Sturmio aliusque addit: ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι τάναντία τούτοις. κείσθω τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ AB , τουτέστι τοῦ ἀπὸ EZ , ἴσον τὸ ἀπὸ AP . ἔσται ἄρα τῇ EA ἴση ἡ AP , καὶ τῆς AK ἡ AP ἐγγυτέρω τῆς διχοτομίας τῆς ἐν τῷ O σημείῳ.

ticam habens punctum M . is igitur segmento sphaerae in ambitu $BA\Delta$ posito aequalis erit.¹⁾ sit praeterea $EN = EA$, et in circulo circum diametrum ΘZ de-



scripto construat^r conus uerticem habens punctum N .
quare etiam is hemisphaerio in ambitu $\odot EZ$ posito
aequalis est [u. Eutocius]. sed est

$$AP \times P\Gamma > AK \times K\Gamma,$$

quia minus latus minore latere alterius rectanguli maioris habet [u. Eutocius]. est autem $AP^2 = AK \times \Gamma E$; est enim $= \frac{1}{2} AB^2$.²⁾ itaque etiam

1) Est enim *συνθέντι* (Eucl. V, 18): $K\Xi: \Gamma K = MK: AK$; *ut* u. prop. 2.

2) Ū. Eutocius. sed nusquam dictum est, esse $AP^2 = \frac{1}{2} AB^2$.
quare puto p. 250, 22 post $\delta\upsilon\nu\acute{\alpha}\mu\epsilon\iota$ excidisse: $\xi\sigma\tau\omega\ \delta\eta\ \eta\ B A$
 $\eta\varsigma\ AP\ \delta\upsilon\nu\acute{\alpha}\mu\epsilon\iota\ \delta\iota\pi\lambda\alpha\sigma\iota\alpha$ (forma ad lemma Eutocii adcommo-
data, quod sine dubio genuina uerba Archimedis seruauit; u.
p. 251 not. 3). nam uerba praecedentia lin. 20 sq. eo spectant,
ut demonstretur, punctum P inter O et K cadere, et praeterea
 $\delta\epsilon\ \kappa\alpha\iota$ lin. 22 tum demum habebunt, quo referantur. ce-
terum si lemma Eutocii recte in codicibus traditum est, se-
quitur, ut uerba $\kappa\alpha\iota\ \epsilon\pi\epsilon\iota$ lin. 18 — $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omicron\nu$ lin. 19 subditua
sint ($\delta\eta\lambda\omicron\nu\ \delta\epsilon$). hinc oritur suspicio, Archimedem omnino
non ad alteram figuram respexisse, ita ut delenda sint $\epsilon\nu\ \mu\epsilon\nu$
 $\tau\omega$ p. 250, 6 — $\sigma\eta\mu\epsilon\iota\omicron\nu$ lin. 7 et $\epsilon\nu\ \delta\epsilon$ lin. 7 — $\eta\mu\iota\sigma\varphi\alpha\iota\omicron\lambda\omicron\nu$
lin. 8, et praeterea ultima uerba adnotationis Eutocii ad p. 250,

τῆς AB . μείζον οὖν ἐστὶ καὶ τὸ συναμφοτέρου τοῦ
 συναμφοτέρου [τὸ ἄρα περιεχόμενον ὑπὸ τῶν $ΓΑ$
 μείζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν $ΞΚΑ$]. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν
 $ΞΚΑ$ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΜΚΓ$ [ὥστε μείζον ἐστὶ
 5 τὸ ὑπὸ τῶν $ΓΑ$, $ΑΡ$ τοῦ ὑπὸ τῶν $ΜΚΓ$]. ὥστε μείζονα
 λόγον ἔχει ἢ $ΓΑ$ πρὸς τὴν $ΚΓ$, ἢ περὶ ἢ $Μ$
 πρὸς τὴν $ΑΡ$. οὖν δὲ λόγον ἔχει ἢ $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΔ$
 τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς AB πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς $BΔ$
 δῆλον οὖν, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἡμισυ τοῦ ἀπὸ
 10 τῆς AB , ὃ ἐστὶν ἴσον τῷ ἀπὸ $ΑΡ$, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
 $BΚ$, ἢ περὶ ἢ $ΜΚ$ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς $ΑΡ$, ἢ ἴσον
 ἴση τῇ $ΑΝ$. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ
 διάμετρον τὴν $ZΘ$ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον
 τὴν $ΒΔ$, ἢ ἢ $ΜΚ$ πρὸς τὴν $ΝΑ$. ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ
 15 κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ZΘ$
 κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ N σημεῖον τοῦ κῶνου τοῦ
 βάσιν μὲν ἔχοντος κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν $ΒΔ$,
 κορυφὴν δὲ τὸ M σημεῖον. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ
 ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν $EZΘ$ περιφέρειαν μείζον ἐστὶ
 20 τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν $ΒΑΔ$ περιφέρειαν.

1. μείζον] scripsi cum Eutocio; μείζων F, vulgo. 2. $ΓΑ$,
 $ΑΡ$ Torellius. 3. μείζων F. in figura litteram O ex Eutocio
 addidit Nizze, litteram Σ ed. Basil., sed prae; corr. Torellius.
 3. $ΞΚΑ$] B*, ed. Basil.; $ΞΑΚ$ F; $ΞΚ$, $ΚΑ$ Torellius, ut etiam
 lin. 4. 4. $ΜΚΓ$. ὥστε μείζον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν] om. F; corr.
 Cr., ed. Basil. 5. $ΓΑΡ$ ed. Basil. $ΜΚ$, $ΚΓ$ Torellius.
 10. $ΑΡ$, πρὸς τὸ ἀπὸ] om. F; corr. Cr., ed. Basil. 12. $ΑΝ$
 $ΑΗ$ F; corr. A, Cr., ed. Basil. 14. ἢ] ἢ περ Torellius. $ΜΚ$
 $ΗΜΚ$ F; corr. ed. Basil.* $ΝΑ$] $ΜΑ$ F; corr. Torellius.
 „In“ Cr. μείζον F. 15. διάμετρον] διάμετρον μὲν F, ut
 etiam lin. 17; corr. utroque loco Torellius. in fine Ἀρχιμήδους
 περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου B F, Cr.

$$AP \times PF + AP^2 > AK \times K\Gamma + AK \times \Gamma\Xi$$

[hoc est $\Gamma A \times AP > AK \times K\Xi$ (u. Eutocius)]. sed

$$MK \times K\Gamma = \Xi K \times KA \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Gamma A : K\Gamma > MK : AP$ [u. Eutocius].¹⁾ sed

$$A\Gamma : \Gamma K = AB^2 : BK^2 \text{ [u. Eutocius].}$$

adparet igitur, esse $\frac{1}{2} AB^2 : BK^2 > MK : 2AP$, hoc est

$$AP^2 : BK^2 > MK : AN \text{ [u. Eutocius].}$$

quare etiam circulus circum diametrum $Z\Theta$ descriptus

ad circulum circum diametrum $BA\Delta$ descriptum maio-

rem rationem habet, quam $MK : NA$.²⁾ quare conus

basim habens circulum circum diametrum $Z\Theta$ descrip-

tum, uerticem autem punctum N , maior est cono

basim habenti circulum circum diametrum $BA\Delta$ de-

scriptum³⁾, uerticem autem punctum M [u. Eutocius].

adparet igitur, etiam hemisphaerium in ambitu $EZ\Theta$

positum maius esse segmento in $BA\Delta$ ambitu posito

[p. 252, 1 sq.].

20 sq. (καὶ ταῦτα μὲν — λεχθήσεται), in quibus etiam mira bre-
uitas offendit. haec enim figura altera praeter unum locum
p. 250, 6 prorsus negligitur. itaque transcriptor ab instituto
suo demonstrationem Archimedis corrigendi destitit.

1) Ex eo adparet, Archimedes τήν ante $K\Gamma$ et AP lin. 6 et 7,
sicut etiam ante ΓK lin. 6 omisisse. lin. 14 pro ἧ habet ἧπερ.

2) Nam est $ZA = AP$ (Eutocius); itaque

$$ZA^2 : BK^2 > MK : AN;$$

tum u. Eucl. XII, 2; nam

$$ZA = \frac{1}{2} Z\Theta, BK = \frac{1}{2} B\Delta.$$

3) Archimedes scripserat solito uerborum ordine lin. 17:
τὸν περὶ διάμετρον τήν $BA\Delta$ κύκλον (Eutocius).

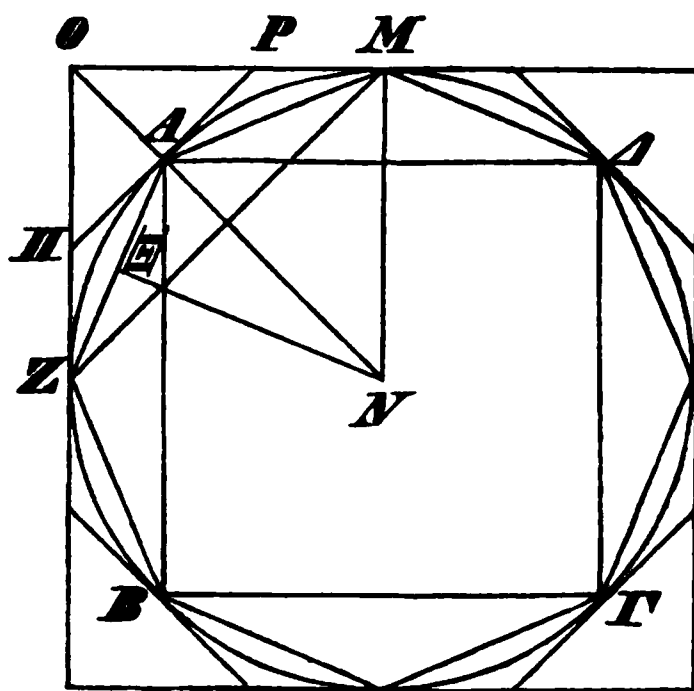
DIMENSIO CIRCULI.

α'.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

δ ἐχέτω ὁ $AB\Gamma\Delta$ κύκλος τριγώνῳ τῷ E , ὡς ὑπόκειται. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστίν.

εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος, καὶ ἐγγεγράφθω τὸ $A\Gamma$ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἔστω τὰ τμήματα ἤδη ἐλάσσονα τῆς



10 ὑπεροχῆς, ἥ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου. τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μείζον. εἰλήφθω κέντρον τὸ N , καὶ κάθετος ἡ NE . ἐλάσσων ἄρα ἡ

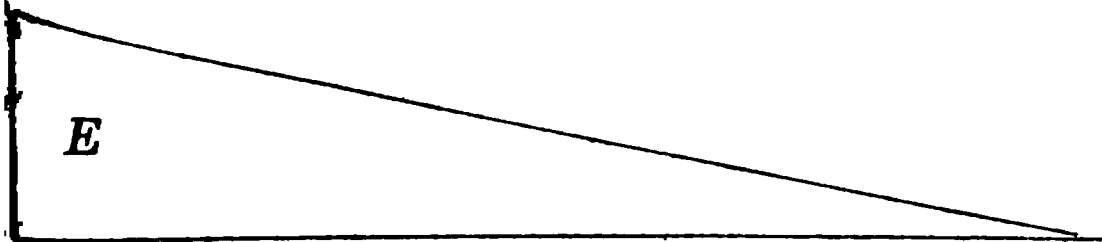
1. α'] om. F. 4. βάσει] λοιπῇ Wallis. 5. τριγώνῳ τῷ E post ἴσος ἐστίν lin. 6 ponit ed. Basil.; σὺν τῷ E Nima. 9. ἔστω] per comp. F.

I. •

Quis circulus aequalis est triangulo rectangulo, cuius aequalis est alteri laterum rectum angulum subtendentium, ambitus autem basi.¹⁾

Circulus $AB\Gamma\Delta$ ad triangulum E ²⁾ ita se habeat, oppositum est. dico, eum ei aequalem esse.

nam si fieri potest, sit maior circulus, et inscribitur quadratum $A\Gamma$, et ambitus in duas partes aequidividuntur [et ducantur lineae BZ , ZA , AM , $M\Delta$], et segmenta iam minora sint eo spatio, quo



circulus triangulum excedit.⁴⁾ itaque figura rectilinea circulo maior est triangulo. sumatur centrum N , et perpendicularis [ducatur] $N\Xi$. itaque $N\Xi$ minor est

1) Aliam et eam correctionem huius propositionis formam habuit Eutocius: ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον φησὶ ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ; et infra: τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον — ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ.

2) Archimedes scripserat πρὸς τρίγωνον τὸ E , lin. 5.

3) Tale aliquid (velut: καὶ ἐγγεγράφῃ εὐθύγραμμον ἰσόπλευρον) Archimedes sine dubio addiderat lin. 9.

4) Hoc fieri potest per Eucl. XII, 2 (II p. 200 ed. August), lib. X, 1. sed statim uti potuit Archimedes de sph. et cyl. p. 24.

$NΞ$ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. ἔστιν δὲ καὶ ἡ
μετρος τοῦ εὐθύγραμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἢ
τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου.

ἐλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον τοῦ E τριγώνου
5 ἄτοπον.

ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατόν, ἐλάττων τοῦ
γώνου. καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ
τμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἡχθωσαν ἐ-
μεναι διὰ τῶν σημείων. ὁρθῇ ἄρα ἡ ὑπὸ OAP .
10 ἄρα τῆς MP ἔστιν μείζων· ἡ γὰρ PM τῇ F
ἐστί. καὶ τὸ $POΠ$ τρίγωνον ἄρα τοῦ $OZAM$
τος μείζον ἔστιν ἢ τὸ ἥμισυ. λελείφθωσαν
 $ΠZA$ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ἢ ὑ-
τὸ E τοῦ $ABΓΔ$ κύκλου. ἔτι ἄρα τὸ περιγε-
15 νον εὐθύγραμμον τοῦ E ἔστιν ἐλάσσον. ὅπερ
ἔστιν γὰρ μείζον, ὅτι ἡ μὲν NA ἴση ἐστὶ τῇ
τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς
τοῦ τριγώνου. ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ E τριγ

6. ἐλάττων] μείζων F; corr. ed. Basil.* 10. τῇ]
corr. B*. 13. τομεῖς ed. Basil., Torellius; „portio:
14. E] E τρίγωνον ed. Basil., Torellius, Cr.

latere [altero]¹⁾ trianguli. sed etiam perimetrus figurae rectilineae minor est altero latere, quia etiam ambitu circuli minor est [de sph. et cyl. I p. 10].

itaque figura rectilinea minor est triangulo E [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 12]; quod fieri nequit.

sit autem circulus, si fieri potest, minor triangulo E . et circumscribatur quadratum, et ambitus in duas partes aequales secetur, et per puncta [sectionum] lineae contingentes ducantur. itaque $\angle OAP$ rectus est [Eucl. III, 18]; quare $OP > MP$; nam $MP = PA$ [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15]. itaque $PO\Pi > \frac{1}{2}OZAM$.²⁾ relinquantur [igitur] segmenta segmento³⁾ ΠZA similia minora eo spatio, quo E triangulum circulum $AB\Gamma A$ excedit.⁴⁾ itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo E ; quod fieri nequit. est enim maior, quia NA aequalis est altitudini⁵⁾ trianguli, perimetrus autem maior basi trianguli.⁶⁾ circulus igitur aequalis est triangulo E .⁷⁾

1) τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς lin. 1 obscurius quam pro more Archimedis dictum est.

2) Nam $OAP > APM$ (Eucl. VI, 1) et

$$OAP = \frac{1}{2}PO\Pi, PAM = A\Pi Z.$$

3) τομεῖ lin. 13 Archimedes non scripsit pro τμήματι.

4) Cum $PO\Pi > \frac{1}{2}OZAM$, hoc fieri potest per Eucl. X, 1; cfr. de sph. et cyl. I, 6.

5) Archimedes scripserat τῷ ὕψει lin. 16; Quaest. Arch. p. 71.

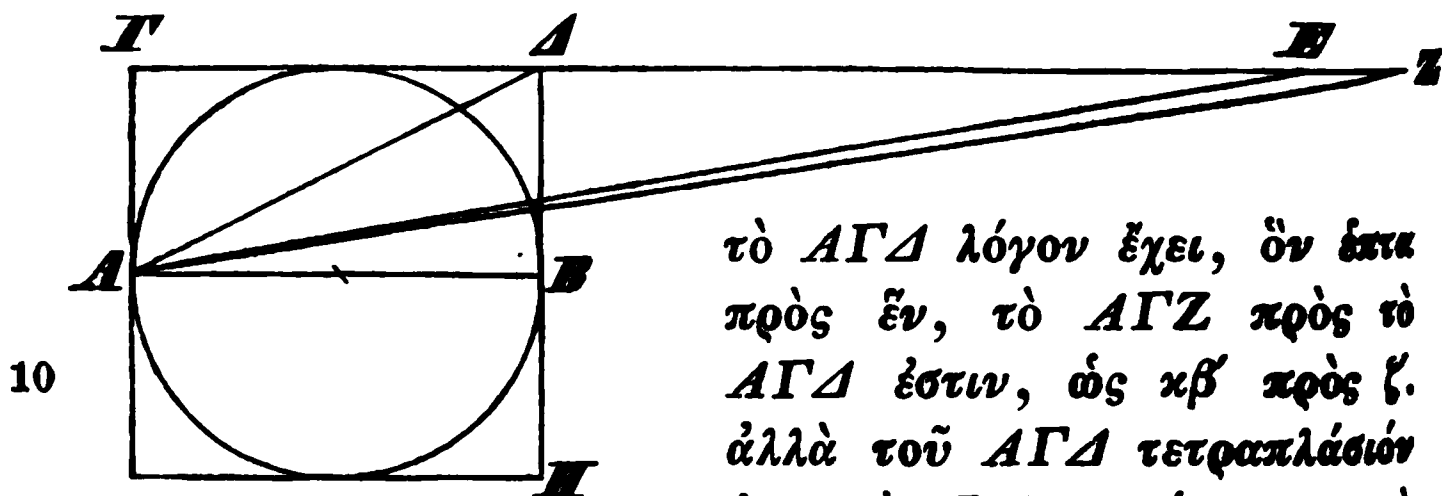
6) Quia maior est ambitu circuli; de sph. et cyl. I, 1.

7) Hanc propositionem citant: Pappus I p. 258, 17; 312, 20; III p. 1158, 22; demonstrationem repetit V, 6 p. 312—16 ex Zenodoro apud Theonem: comm. in Ptolem. p. 12—13 ed. Basil.; Proclus in Eucl. p. 423, 3; Anónymus Hultschii 42, 3 p. 285.

β'.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ AB , καὶ περιγεγράφθω
 5 τετράγωνον τὸ $ΓΗ$, καὶ τῆς $ΓΔ$ διπλῇ ἡ $ΔΕ$, ἑβδο-
 μον δὲ ἡ $ΕΖ$ τῆς $ΓΔ$. ἐπεὶ οὖν τὸ $ΑΓΕ$ πρὸς τὸ
 $ΑΓΔ$ λόγον ἔχει, ὃν κα' πρὸς ζ', πρὸς δὲ τὸ $ΑΕΖ$



τὸ $ΑΓΔ$ λόγον ἔχει, ὃν εἰπα
 πρὸς ἓν, τὸ $ΑΓΖ$ πρὸς τὸ
 $ΑΓΔ$ ἔστιν, ὡς κβ' πρὸς ζ'.
 ἀλλὰ τοῦ $ΑΓΔ$ τετραπλάσιόν
 ἔστι τὸ $ΓΗ$ τετράγωνον· τὸ

δὲ $ΑΓΔΖ$ τρίγωνον τῷ $ΑΒ$ κύκλῳ ἴσον ἐστίν [ἐπεὶ ἡ
 μὲν $ΑΓ$ κάθετος ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ
 15 βάσις τῆς διαμέτρου τριπλασίῳ καὶ τῷ ζ'' ἑγγιστα
 ὑπερέχουσα δειχθήσεται]. ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ $ΓΗ$
 τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια' πρὸς ιδ'.

γ'.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τρι-
 20 πλασίῳ ἐστί, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ
 μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστο-
 μόνοις.

1. β'] om. F. 3. ιδ' ἑγγιστα Wallis. numeros lineolis
 transuersis supra ductis notat F. 5. διπλῇ] διπλασία Niss.
 9. $ΑΓΖ$ ἄρα Wallis. 12. Post τετράγωνον Wallis addit:
 τὸ ἄρα $ΑΓΖ$ τρίγωνον πρὸς τὸ $ΓΗ$ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν
 κβ' πρὸς κη', ἢ ὃν ια' πρὸς ιδ'. 13. $ΑΓΔΖ$] sic F, Gr.

II.

Circulus ad diametrum quadratam eam rationem habet, quam 11 : 14.

sit circulus, cuius diametrus sit AB , et circumscribatur quadratum ΓH , et sit $\Delta E = 2\Gamma\Delta$, et $EZ = \frac{1}{4}\Gamma\Delta$. Nam quoniam est $A\Gamma E : A\Gamma\Delta = 21 : 7$ [Eucl. VI, 1], sed $A\Gamma\Delta : AEZ = 7 : 1$ [Eucl. VI, 1], erit

$$A\Gamma Z : A\Gamma\Delta = 22 : 7.^1)$$

sed $\Gamma H = 4A\Gamma\Delta$ [Eucl. I, 34], et triangulum $A\Gamma\Delta Z$ circulo AB aequale est [quia altitudo $A\Gamma$ radio aequalis est, basis autem triplo et praeterea septima parte maior diametro, hoc est ambitui proxime aequalis, ut demonstrabitur prop. 3; tum u. prop. 1].²⁾ quare circulus ad quadratum ΓH eam rationem habet, quam 11 : 14.³⁾

III.

Cuiusuis sphaerae perimetrus diametro triplo maior est, et praeterea excedit spatio minore, quam septima pars diametri est, maiore autem quam $\frac{1}{7}$.

1) Nam *ἀνάπαλιν* (Eucl. V, 7 πόρ.) $AEZ : A\Gamma\Delta = 1 : 7$; tum addendo sequitur proportio. sed poterat statim concludi ex Eucl. VI, 1; nam $\Gamma Z = (3 + \frac{1}{4})\Gamma\Delta = \frac{13}{4}\Gamma\Delta$.

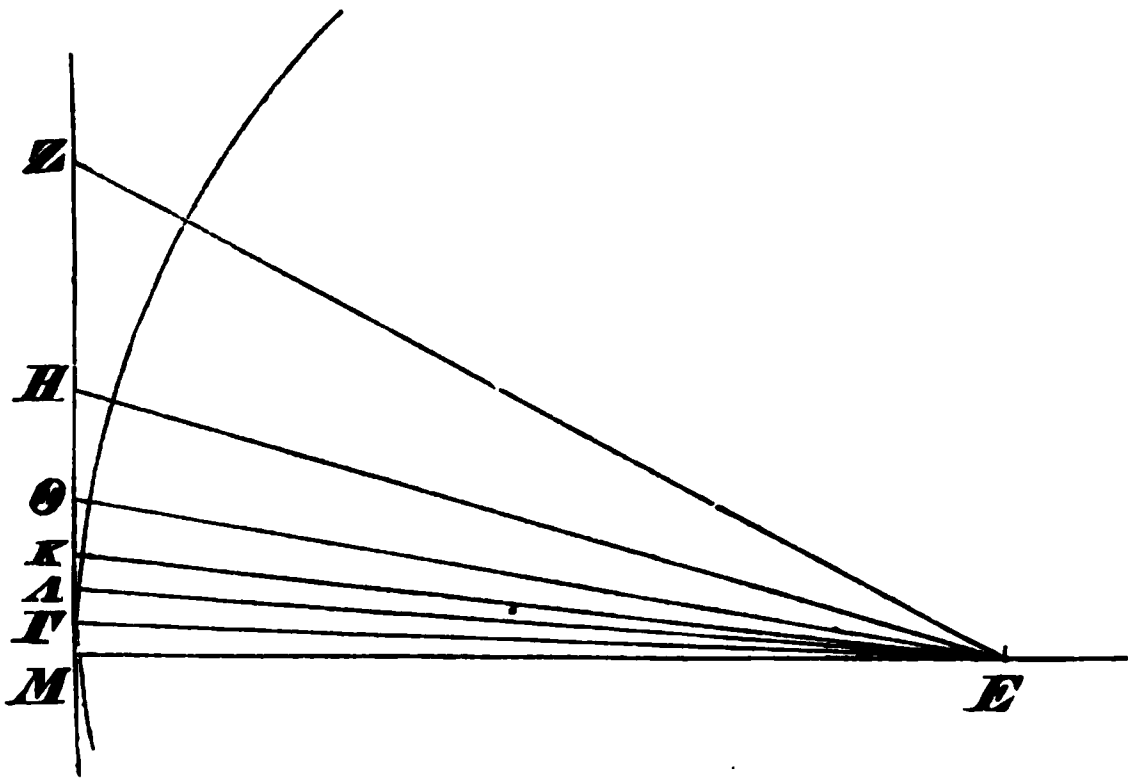
2) Hic locus *ἐπεὶ* lin. 13 — *δειχθήσεται* lin. 16 mire corruptus et confusus transcriptori tribuo, qui eum addidit, postquam prop. 2 et 3 permutavit; neque enim Archimedes hanc propositionem ante prop. 3, quo nititur, posuit.

3) Citatur haec propositio a Pseudoherone Geom. 103 p. 136.

$A\Gamma Z$ ed. Basil., vulgo. *κύκλου περιμέτρω, ἥτις.* *ἔγνωτα* Wallis.

15. Post *βάσις* Wallis addit: *τῇ τοῦ τῶ]* scripsi; *τον F*, vulgo. 17. *ιδ'*

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ $ΑΓ$, καὶ κέντρο
 E , καὶ ἡ $ΓΑΖ$ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ $ΖΕΓ$ τ
ὀρθῆς. ἡ EZ ἄρα πρὸς $ΖΓ$ λόγον ἔχει, ὃν τς'
ρνγ'. ἡ δὲ $EΓ$ πρὸς τὴν $ΓΖ$ λόγον ἔχει, ὃν
5 πρὸς ρνγ'. τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ $ΖΕΓ$ δίχα τῇ
ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ $ΖΕ$ πρὸς $EΓ$, ἡ $ΖΗ$ πρὸς $ΗΓ$
ἐναλλάξ καὶ συνθέντι]. ὡς ἄρα συναμφοτέρος ἡ
 $EΓ$ πρὸς $ΖΓ$, ἡ $EΓ$ πρὸς $ΓΗ$. ὥστε ἡ $ΓΕ$ πρὸ
μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ φοά' πρὸς ρνγ'. ἡ $EΓ$
10 πρὸς $ΗΓ$ δυνάμει λόγον ἔχει, ὃν $M^{\lambda\delta}$ πρὸς M^{β}
μήκει ἄρα, ὃν φοα' ἡ' πρὸς ρνγ'. πάλιν δίχα ἡ



$ΗΕΓ$ τῇ $EΘ$. διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ $EΓ$ πρὸς $ΓΘ$
μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν αρξβ' ἡ' πρὸς ρνγ'.
ἄρα πρὸς $ΘΓ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν αροβ' ἡ'
15 ρνγ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ $ΘΕΓ$ τῇ $EΚ$. ἡ $EΓ$ ἄρα
 $ΓΚ$ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν βτλδ' δ' πρὸς
ἡ $EΚ$ ἄρα πρὸς $ΓΚ$ μείζονα, ἢ ὃν βτλθ' δ'

2. τρίτον] τριτον (-του per comp.) F, corr. B*.
μείζονα λόγον Wallis. ὃν] scripsi cum Eutocio; η ον F,

ut circulus, et diameter AG , et centrum E , et FAZ tangens circulum contingens, et $\angle ZEG$ tertia pars recti.

Itaque $EZ : ZG = 306 : 153$ [u. Eutocius], sed

$$EG : GZ = 265 : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

secetur $\angle ZEG$ in duas partes aequales linea EH .

igitur

$$ZE : EG = ZH : HG \text{ [Eucl. VI, 3].}$$

quare

$$ZE + EG : ZG = EG : GH \text{ [u. Eutocius].}^1)$$

quare

$$GE : GH > 571 : 153 \text{ [u. Eutocius].}^2)$$

Itaque

$$EH^2 : HG^2 = 349450 : 23409 \text{ [u. Eutocius].}$$

Itaque $EH : HG = 591\frac{1}{8} : 153$. rursus secetur eodem modo $\angle HEG$ linea $E\Theta$. propter eadem igitur erit

$$EG : G\Theta > 1162\frac{1}{8} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

quare $\Theta E : \Theta G > 1172\frac{1}{8} : 153$ [u. Eutocius]. rursus

secetur $\angle \Theta EG$ linea EK . erit

$$EG : GK > 2334\frac{1}{4} : 153 \text{ [u. Eutocius].}$$

1) Sequentia uerba lin. 6—7: *καὶ ἐναλλάξ καὶ συνθέντι* a scriptore ex Eutocio huc praeco ordine illata sunt.

2) Quae Archimedes breuissime, omissis computationibus, proponit, copiose et perspicue explicat Eutocius; quare satis tui lectorem ad eum reuocare. quo modo Archimedes numeros 153 et 780 inuenerit, aut quibus adiumentis instructus praenumerorum non quadratorum computauerit, nondum constat (Quaest. Arch. p. 60—66). haec propositio difficillima a scriptore et fortasse etiam a librariis pessime habita est. citatur ab Archimede ipso Arenar. I, 19; II, 3 et a Simplicio Aristot. IV p. 508, b.

συνθέντι καὶ ἐναλλάξ Wallis. 10. *μείζονα λόγον* Wallis. *ὅν* Wallis. idem post *ἄρα* lin. 11 addit *μείζονα ἤ*. 17. *μείζονα*] scripsi; *μείζον* F, uulgo; *μείζονα λόγον ἔχει* Wallis.

ρυγ'. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΑΕ. ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς
 ΑΓ μείζονα [μήκει] λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' ι'' πρὸς
 ρυγ'. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον οὖσα ὀρθῆς τέ-
 τμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΑΕΓ ὀρθῆς ἐστὶ μῆ'.
 5 κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση πρὸς τῷ Ε ἡ ὑπὸ ΓΕΜ. ἡ ἄρα
 ὑπὸ ΑΕΜ ὀρθῆς ἐστὶ κδ'. καὶ ἡ ΑΜ ἄρα εὐθεῖα
 τοῦ περὶ τὸν κύκλον ἐστὶ πολυγώνου πλευρὰ πλευρὰς
 ἔχοντος υς'. ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΑ ἐδείχθη
 μείζονα λόγον ἔχουσα, ἥπερ ,δχογ' ι'' πρὸς ρυγ'. ἀλλὰ
 10 τῆς μὲν ΕΓ διπλῇ ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΓΑ διπλασίον ἡ
 ΑΜ, καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν τοῦ υς' πολυγώνου
 περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' ι'' πρὸς
 Μ ,δχπῆ'. καὶ ἐστὶν τριπλασία, καὶ ὑπερέχουσιν χεξ' ι'' .
 ἄπερ τῶν ,δχογ' ι'' ἐλάττωτά ἐστὶν ἢ τὸ ἑβδομον. ὥστε
 15 τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ
 τριπλάσιον καὶ ἐλάττω ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μείζον.
 ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων
 ἐστὶν ἢ τριπλασίον καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.

ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ Β ΑΓ
 20 τρίτον ὀρθῆς. ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον
 ἔχει, ἢ ὅν ,ατνα' πρὸς ψπ' [ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ. ὅν
 ,αφξ' πρὸς ψπ'].

2 μήκει delet Wallis; om. Eutocius. ,δχογ' ι'' δ'ογ
 FV. 5. ἴση η F; corr. Wallis. idem post ΓΕΜ addit καὶ
 ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ. 6. post εὐθεῖα ed. Basil ad-
 dit πλευρὰ ἐστὶν (ἐστὶ Wallis), omisso ἐστὶ hn. 7, quod habent F
 (per comp.), cett. codd. 7. ante πολυγώνου ed Basil habet
 περιγραφόμενον. πλευρὰ] addidit Wurm; om. F, uulgo 11
 post ΑΜ addit Wallis: καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΜ μείζονα
 λόγον ἔχει, ἥπερ ,δχογ' ι'' πρὸς ρυγ'. 13. ante καὶ idem
 ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἥπερ Μ ,δχπῆ' πρὸς ,δχογ' ι'' . 14 ἡ

are $EK : \Gamma K > 2339\frac{1}{2} : 153$ [u. Eutocius]. rursus

estur $\angle KEG$ linea AE . erit igitur

$EG : AG > 4673\frac{1}{2} : 153$ [u. Eutocius].

quoniam $\angle ZEG$, qui tertia pars est recti, quater partes aequales diuisus est, $\angle AEG$ erit pars duodequingagesima recti. ponatur¹⁾ igitur ei aequalis TEM ad punctum E . itaque $\angle AEM$ pars uicesima quarta est recti. quare linea AM latus est polygoni 96 latera habentis circum circulum circumscripti. et quoniam demonstratum est $EG : GA > 4673\frac{1}{2} : 153$, et $GA = 2EG$, $AM = 2GA$, AG etiam ad perimetrum polygoni 96 latera habentis maiorem habet rationem, quam $4673\frac{1}{2} : 14688$ [u. Eutocius]. est igitur triplo minor [perimetrum polygoni], et supersunt $667\frac{1}{2}$, quod minus est septima parte $4673\frac{1}{2}$. itaque [perimetrum] polygoni circumscripti minor est quam triplo et septima parte maior diametro. quare ambitus circuli multo magis²⁾ minor est quam triplo et septima parte maior diametro.

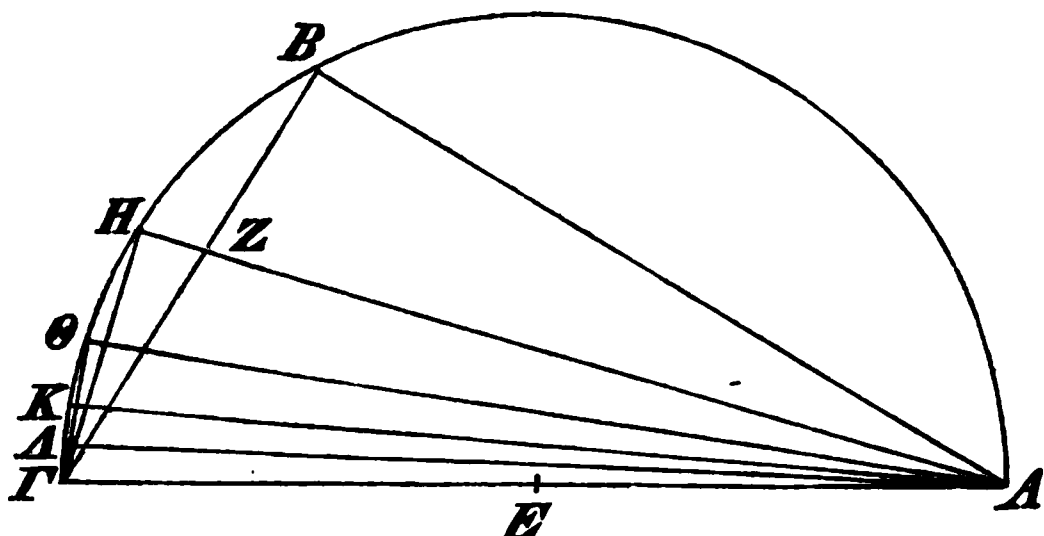
sit circulus, et diameter AG , et $\angle BAG$ tertia pars recti. itaque $AB : BG < 1351 : 780$ [u. Eutocius].

1) Quamquam Eutocius: *κείσθω οὖν, φησι, ἴση αὐτῇ ἡ γωνία ΓΕΜ*, tamen ex sequentibus adparet, eum suis ipsius uerbi uti. quare ne infra quidem (lin. 8: *δέδεικται*, lin. 9: *οὐ γὰρ ἐστὶ τῆς*) constat, eum genuinam formam praebere. sed 19—20 puto eum recte praebere: *κύκλος περὶ διάμετρον τὴν AG καὶ τρίτον ὀρθῆς ἢ ὑπὸ BAG*; lin. 10 om. *διπλασίων*. de 10, 11, 15, 21 u. p. 269 not. 1.

2) Perimetrum enim polygoni maior est ambitu circuli; de 1. et cyl. I, 1.

16. *ἐλάττονι*] scripsi; *ελαττον* F, uulgo. 19. *Δ'* addit F; corr. Wallis. 20. *τρίτον* F; corr. B*. 21. *πρὸς τὰ* F; corr. B manu 2.*

δίχα ἡ ὑπὸ $ΒΑΓ$ τῇ $ΑΗ$. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ $ΒΑΗ$ τῇ ὑπὸ $ΗΓΒ$, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ $ΗΑΓ$, καὶ ἡ ὑπὸ $ΗΓΒ$ τῇ ὑπὸ $ΗΑΓ$ ἐστὶν ἴση. καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ $ΑΗΓ$ ὀρθή. καὶ τρίτη ἄρα ἡ ὑπὸ $ΗΖΓ$ τρίτη τῇ ὑπὸ $ΑΓΗ$ ἴση. ἰσογώνιον ἄρα τὸ $ΑΗΓ$ τῷ $ΓΗΖ$



τριγώνῳ. ἐστὶν ἄρα, ὡς ἡ $ΑΗ$ πρὸς $ΗΓ$, ἡ $ΓΗ$ πρὸς $ΗΖ$, καὶ ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΖ$. ἀλλ' ὡς ἡ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΖ$, καὶ συναμφοτέρος ἡ $ΓΑΒ$ πρὸς $ΒΓ$. καὶ ὡς συναμφοτέρος ἄρα ἡ $ΒΑΓ$ πρὸς $ΒΓ$, ἡ $ΑΗ$ πρὸς $ΗΓ$. διὰ
 10 τοῦτο οὖν ἡ $ΑΗ$ πρὸς τὴν $ΗΓ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ περ $β$ διὰ πρὸς $ψπ'$, ἡ δὲ $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΗ$ ἐλάσσονα, ἢ ὅν $γ$ γιγ' $λ''$ δ' πρὸς $ψπ'$. δίχα ἡ ὑπὸ $ΓΑΗ$ τῇ $ΑΘ$. ἡ $ΑΘ$ ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν $ΘΓ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὅν $ε$ $δ$ $λ''$ δ' πρὸς $ψπ'$, ἢ ὅν $α$ $ω$ $κ'$
 15 πρὸς $σμ'$. ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας δ' $ιγ''$. ὥστε ἡ $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΘ$, ἢ ὅν $α$ $ω$ $λ'$ $θ'$ $ια''$ πρὸς $σμ'$. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ $ΘΑΓ$ τῇ $ΚΑ$. καὶ ἡ $ΑΚ$ πρὸς τὴν $ΚΓ$ ἐλάσ-

1. Ante *δίχα* ed. Basil. habet *τετμήσθω*. 3. *τῇ*] ἄρα τῇ ed. Basil. 4. ἄρα] scripsi; *ἐσται* F, *uulgo*; ἄρα ἴση ἐσται ed. Basil., Torellius. 5. ἴση] addidi; om. F, *uulgo*. 8. $ΓΑ$, $ΑΒ$ Torellius. 9. $ΒΑ$, $ΑΓ$ Nizze. $ΑΗ$] $ΔΗ$ F; corr. B mg.¹ 12. pro $λ''$ FBC* habent $Γ'$. 14. $ε$ $δ$ $λ''$] $ε$ $τ$ $κ$ $δ$ $ε'$ F; corr. ed. Basil. ($λ$ pro $δ$; corr. Wallis). 15. $σμ'$] $σν$ F; corr. ed. Ba-

secetur¹⁾ $\angle B A \Gamma$ in partes aequales linea $A H$. iam quoniam $\angle B A H = H \Gamma B$ [Eucl. III, 26], sed etiam $= H A \Gamma$, erit $H \Gamma B = H A \Gamma$. et communis est $\angle A H \Gamma$ rectus [Eucl. III, 31]. quare etiam $H Z \Gamma = A \Gamma H$ [Eucl. I, 32]. quare triangula $A H \Gamma$, $\Gamma H Z$ angulos aequales habent. est igitur [Eucl. VI, 4]

$$A H : H \Gamma = \Gamma H : H Z = A \Gamma : \Gamma Z.$$

sed $A \Gamma : \Gamma Z = \Gamma A + A B : B \Gamma$ [Eucl. VI, 3; Eutocius]. quare $\Gamma A + A B : B \Gamma = A H : H \Gamma$. itaque $A H : H \Gamma < 2911 : 780$ [u. Eutocius],²⁾ et

$$A \Gamma : \Gamma H < 3013 \frac{1}{2} \frac{1}{4} : 780 \text{ [u. Eutocius].}$$

secetur eodem modo $\angle \Gamma A H$ linea $A \Theta$. propter eadem igitur erit $A \Theta : \Theta \Gamma < 5924 \frac{1}{2} \frac{1}{4} : 780$ [u. Eutocius], hoc est $< 1823 : 240$. altera³⁾ enim alterius $\frac{4}{18}$ [u. Eutocius]. quare est $A \Gamma : \Gamma \Theta < 1838 \frac{2}{11} : 240$ [u. Eutocius]. porro secetur $\angle \Theta A \Gamma$ linea $K A$. est igitur

1) Cum p. 266, 20—21; 268, 9—12; 13—16; 268, 17—270, 1 ab Eutocio non ipsis uerbis Archimedis citari uideantur, has contra scripturas in lemmatis eius seruatas genuinas putauerim et in uerbis Archimedis a transcriptore mutatas: lin. 1: τετρήσθω δίχα; ἐπεὶ οὖν; lin. 3: ἄρα τῇ; lin. 4: λοιπή et λοιπῇ pro τρίτῃ et τρίτῃ; lin. 5: ἔστιν ἴση; ἄρα ἐστὶ; $A H \Gamma$ τρίγωνον; lin. 8 καὶ (prius) om.; lin. 16: πρὸς $\Theta \Gamma$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ; lin. 15: ἐστὶ δ' ὑγ''; lin. 17: $\Theta A \Gamma$ γωνία. simul alia transcriptionis uestigia colligam: ut lin. 5 om. τρίγωνον prop. 1 p. 260, 14; 2 p. 262, 6; διπλῇ p. 266, 10 (διπλασίων Nizze; cfr. prop. 2 p. 262, 5); τοῦ $\varphi \varsigma$ πολυγώνου p. 266, 11; 270, 9; τὸ πολυγώνον pro ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου p. 266, 15 (ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου τοῦ — τριπλασίων — μείζων Nizze). praeterea Eutocius uerba ἡ δὲ $A \Gamma$ — $\psi \pi'$ p. 266, 21 habuisse non uidetur; debebat insuper esse ἡ γὰρ $A \Gamma$.

2) Hic, ut saepissime in hac propositione, utitur proportionem illa, quam exposui Quaest. Arch. p. 48.

3) Genus femininum refertur ad auditum uerbum πλευρά.

sil.* ἐκατέρως] ἐκατέρων Wallis. ὑγ''] ὑγ' α' F; corr. ed. Basil. 16. Post $\Gamma \Theta$ additur ἐλάσσονα λόγον ἔχει in ed. Basil. ια''] om. F; corr. Wallis.

σονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὄν $\alpha\zeta'$ πρὸς $\xi\varsigma'$. ἑκατέρα γὰρ
 ἑκατέρας $\iota\alpha'$ μ'' . ἢ $ΑΓ$ ἄρα πρὸς τὴν $ΓΚ$, ἢ ὄν $\alpha\theta' \varsigma'$
 πρὸς $\xi\varsigma'$. ἔτι δίχα ἢ ὑπὸ $ΚΑΓ$ τῇ $ΔΑ$. ἢ $ΔΑ$ ἄρα
 πρὸς τὴν $ΑΓ$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὄν τὰ $\beta\iota\varsigma \delta'$
 5 πρὸς $\xi\varsigma'$, ἢ δὲ $ΑΓ$ πρὸς $ΓΔ$ ἐλάσσονα, ἢ τὰ $\beta\iota\varsigma \delta'$
 πρὸς $\xi\varsigma'$. ἀνάπαλιν ἄρα ἢ περίμετρος τοῦ πολυγώνου
 πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ περ $\varsigma\iota\lambda\varsigma'$
 πρὸς $\beta\iota\varsigma \delta'$, ἅπερ τῶν $\beta\iota\varsigma \delta'$ μείζονά ἐστιν ἢ τρι-
 πλασίονα καὶ δέκα $\omicron\alpha''$. καὶ ἢ περίμετρος ἄρα τοῦ
 10 $\eta\varsigma'$ πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τρι-
 πλασίον ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι' $\omicron\alpha''$. ὥστε καὶ ὁ κύκλος
 ἔτι μᾶλλον τριπλασίον ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι' $\omicron\alpha''$.

ἢ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τρι-
 πλασίον ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἐβδόμῳ μέρει, μί-
 15 ζονι δὲ ἢ ι' $\omicron\alpha''$ μείζων.

1. Post ἢ ὄν addit Wallis: $\gamma\chi\xi\alpha' \theta' \iota\alpha''$ πρὸς $\sigma\mu' \eta \theta\eta$.
 $\xi\varsigma'$] $\xi\varsigma$ F; corr. ed. Basil. 2. ἑκατέρας] ed. Basil. ex Euto-
 cio; $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\rho\alpha$ FBC*; $\epsilon\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\omega\upsilon\upsilon$ Wallis. $\iota\alpha' \mu''$ ἢ $ΑΓ$] $\omicron\iota\alpha\iota$ F;
 corr. Wallis. $ΓΚ$ ἢ ὄν] scripsi cum Wurmio; $\kappa\alpha\tau\alpha\gamma\epsilon\upsilon$ F;
 $\kappa\alpha\tau\acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\upsilon$ ed. Basil.; $ΓΚ$ ἐλάσσονα λόγον Wallis. $\alpha\theta' \varsigma'$]
 scripsi; $\alpha\omicron\varsigma$ F, ulgo; ἔχει ἢ $\alpha\theta' \varsigma'$ Wallis. 4. $ΑΓ$] $ΑΓΓ$;
 corr. Wallis. 6. Post ἄρα ἢ Wallis addit: $ΑΓ$ πρὸς τὴν $ΓΔ$
 $\mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omicron\upsilon\alpha$ λόγον ἔχει ἢ περ $\xi\varsigma'$ πρὸς $\beta\iota\varsigma \delta'$. καὶ (ἢ addit Nisse).
 7. $\varsigma\iota\lambda\varsigma'$] $\varsigma\iota\alpha\varsigma$ F; corr. Wallis. 8. $\beta\iota\varsigma$] (prius) $\beta\iota\zeta$ F;
 corr. Wallis. 9. $\omicron\alpha''$] $\omicron' \alpha'$ F; corr. Wallis. 11. $\iota' \omicron\alpha''$]
 scripsi; $\delta\eta \omicron' \iota\alpha'$ F, ulgo; δέκα $\omicron\alpha'$ ed. Basil. Tor., Wall. 13.
 $\iota' \omicron\alpha''$] scripsi; $\theta' \iota\alpha'$ F, ulgo; δέκα $\omicron\alpha'$ ed. Basil. Tor., Wall.
 14. ἐλάσσονι] scripsi; $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\omega\upsilon\upsilon$ F, ulgo. $\mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omicron\upsilon\iota$ δὲ ἢ $\iota' \omicron\alpha''$
 $\mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omicron\upsilon\iota$] scripsi; $\mu\epsilon\iota\zeta\omega\upsilon\iota$ δε F, ulgo; $\mu\epsilon\acute{\iota}\zeta\omicron\upsilon\iota$ δὲ ἢ δέκα ἐβδόμῳ
 $\kappa\omicron\sigma\tau\omicron\mu\omicron\upsilon\omicron\iota\varsigma$ ὑπερέχουσα Wallis.

$K:K\Gamma < 1007:66$ [u. Eutocius]. altera enim al-
terius est $\frac{1}{4}$. itaque.

$A\Gamma: \Gamma K < 1009\frac{1}{4}:66$ [u. Eutocius].

ergo secetur $\angle K A \Gamma^1)$ linea AA . erit igitur

$AA:A\Gamma < 2016\frac{1}{4}:66$ [u. Eutocius],

$A\Gamma:\Gamma A < 2017\frac{1}{4}:66$ [u. Eutocius]. et e contrario

$\Gamma A:A\Gamma > 66:2017\frac{1}{4}$ (Pappus VII, 49 p. 688); sed

AA latus est polygoni 96 latera habentis. quare]²⁾

perimetrus polygoni ad diametrum maiorem rationem

habet quam $6336:2017\frac{1}{4}$, quod maius est quam triplo

$\frac{1}{4}$ maius quam $2017\frac{1}{4}$. itaque perimetrus polygoni

scripti 96 latera habentis³⁾ maior est quam triplo

$\frac{1}{4}$ maior diametro. quare etiam multo magis⁴⁾

circulus maior est quam triplo et $\frac{1}{4}$ maior diametro.

aque ambitus circuli triplo maior est diametro et

cedit spatio minore quam $\frac{1}{4}$, maiore autem quam $\frac{1}{4}$.⁵⁾

1) $K A \Gamma$ γωνία lin. 3 Eutocius. ceteras huius paginae
preparantias, quae apud eum inueniuntur, inde ortas esse puto,
sed Archimedis demonstrationem non ad uerbum citauit, sed
uerbis reddidit.

2) Ueri simile est, Archimedem ipsum haec addidisse.

3) τοῦ ὡς' πολυγώνου transcriptori debetur, sicut etiam
11: ὁ κύκλος pro ἡ τοῦ κύκλου περίμετρος (περιφέρεια).

4) Quippe quae maior est perimetro polygoni (de sph. et
1 p. 10).

5) Ἀρχιμήδους κύκλον μετρησὶς in fine F, Cr.

DE CONOIDIBUS ET SPHAEROIDIBUS.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέω εὖ πράττειν.

Ἀποστέλλω τοι γράψας ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τῶν
τε λοιπῶν θεωρημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν οὐκ εἶχες
ἐν τοῖς πρότερον ἀπεσταλμένοις, καὶ ἄλλων ὕστερον
5 ποτεξευρημένων, ἃ πρότερον μὲν ἤδη πολλάκις ἐγγε-
ρήσας ἐπισκεπτέσθαι, δύσκολον ἔχειν τι φανείσας μοι
τᾶς εὐρέσιος αὐτῶν ἀπόρησα. διόπερ οὐδὲ συνεξ-
εδόθεν τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. ὕστερον δὲ
ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς γενόμενος ἐξεῦρον τὰ ἀπο-
10 ρηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν προτέρων θεωρη-
μάτων περὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος προβεβλημένα·
τὰ δὲ νῦν ἐντι ποτεξευρημένα περὶ τε ἀμβλυγωνίου
κωνοειδέος καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ
μὲν παραμάκεα, τὰ δὲ ἐπιπλατέα καλέω.
15 περὶ μὲν οὖν τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὑπέκειτο
τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς
διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν
ᾤρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθο-
γωνίου κώνου τομᾶς ὀρθογώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι,
20 καὶ ἄξονα μὲν αὐτοῦ τὴν μεμενακοῦσαν διάμετρον κα-
λεῖσθαι, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπτεται ὁ

1. Δοσιθέω F; corr. Rivaltus. 3. ἀποδείξεις] scripsi;
ἀποδείξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις vulgo. 6. δύσκολον]
δυσποτ' ολον F; corr. Rivaltus. 7. εὐρέσιος] scripsi; ευ-
σιας F, vulgo. 14. παραμάκεα] Torellius; παραμηκεα F,
vulgo. 15. κωνοειδὲς F. 16. εἴ κα] αἵκα Torellius, ut
semper hoc libro. 19. καλειςθω F; corr. Torellius.

Archimedes Dositheo s.

De libro conscriptas tibi mitto demonstrationes
quorum theorematum, quorum demonstrationes
libris, quos antea tibi misi¹⁾, non habuisti, et
in quorundam postea inuentorum²⁾, quae cum
saepe perscrutari conatus essem, haerebam, quia
eo eorum difficultatem quandam habere mihi
videtur. quare ne edebantur³⁾ quidem ipsae pro-
positiones una cum ceteris. postea autem diligentius
gressus inueni ea, in quibus haeseram. reliqua
propositionum priorum de conoide rectangulo proposita
quae nunc noua inueni, de conoide obtusian-
gulo et de figuris sphaeroidibus, quarum alteras
longas, alteras latas nomino.

In rectangulo igitur conoide haec proposita erant:
Ratio coni rectanguli manente diametro circum-
scripti rursus in eum statum restituitur, unde moueri
potest, figuram sectione coni rectanguli compre-
hensam conoides rectangulum uocari, et axem uocari
diametrum manentem, uerticem autem punctum,

1) H. e. libros de sphaera et cylindro, de helicibus, de
conoidibus.

2) De conoidibus obtusiangulis et de sphaeroidibus (lin-
ge iis ne propositiones quidem Cononi miserat Archime-
des. 8).

3) H. e. Cononi mittebantur soluendae et cum aliis mathe-
maticis communicandae.

ἄξων τᾷς τοῦ κωνοειδέος ἐπιφανείας. καὶ εἴ κα τοῦ
 ὀρθογωνίου κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ,
 παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἄχθὲν
 ἀποτέμῃ, τι τμήμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν μὲν καλεί-
 5 σθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περι-
 λαφθὲν ὑπὸ τᾷς τοῦ κωνοειδέος τομαῖς ἐν τῷ ἀπο-
 τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ
 ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ
 τὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμήματι ἀπὸ τᾷς
 10 ἄχθείσας διὰ τᾷς κορυφᾷς τοῦ τμήματος παρὰ τὸν
 ἄξονα τοῦ κωνοειδέος.

προεβάλλετο δὲ τάδε θεωρήσαι· διὰ τί, εἴ κα τοῦ
 ὀρθογωνίου κωνοειδέος τμήματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ
 ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ἡμιόλιον
 15 ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ
 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· καὶ διὰ τί, εἴ κα ἀπὸ
 τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα ἀποτμαθέωντι
 ἐπιπέδοις ὁπσοῦν ἀγμένοις, τὰ ἀποτμαθέντα τμήματα
 διπλάσιον λόγον ἔξουσιν ποτ' ἄλλαλα τῶν ἄξόνων.

20 περὶ δὲ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ὑποτιθέμεθα
 τάδε· εἴ κα ἐν ἐπιπέδῳ ἔωντι ἀμβλυγωνίου κώνοι
 τομαὶ καὶ ἡ διάμετρος αὐτᾶς καὶ αἱ ἔγγιστα τᾷς τοῖ
 ἀμβλυγωνίου κώνου τομαῖς, μενούσας δὲ τᾷς διαμέτροι
 περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ εἰρημέναι γραμ

1. τοῦ] το του F; corr. Torellius. 2. ὀρθογωνίου] ὁ
 supra scriptum manu 1 F. κωνοειδέος F. 3. ἐπιψαύων F
 4. τμήμα F; corr. Torellius. 12. προεβάλλετο] B; προεβα-
 λεντο FCD; προεβάλλοντο A, ed. Basil., Torellius. 15. ἐσσε-
 ται F; corr. Torellius. 17. ἀποτμαθέωντι] Torellius; απο-
 τμαθεντι F, vulgo; ἀποτμαθέντα A, ed. Basl. 19 ποτ' ἄλλαλα
 Torellius; ποτὶ τα ἄλλα F, vulgo. 20. ὑποτιθέμεθα] scrips.
 υπετιθέμεθα F, vulgo; ὑπεθέμεθα Nizze. 22. αἱ] add. J.
 Torellius; om. F, vulgo.

quo axis superficiem conoidis tangat. et si planum conoides rectangulum contingat, et aliud planum congenti parallelum segmentum conoidis aliquod abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, verticem autem punctum, in quo alterum planum conoides contingat, axem autem eam partem lineae per verticem segmenti axi conoidis parallelae ductae, quae tra segmentum comprehenditur.

consideranda autem haec proponebantur:

cur, si segmenta¹⁾ conoidis rectanguli plano ad axem perpendiculari abscindantur, segmentum abscisum dimidia parte maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem [prop. 21]; cur, si a conoide rectangulo planis quoquo modo actis duo segmenta abscindantur, segmenta abscisa triplicem inter se rationem habeant, quam axes [prop. 24].

de obtusiangulo autem conoide haec supponimus²⁾: in plano sunt sectio coni obtusianguli, diametrus eius, lineae sectioni coni obtusianguli proximae³⁾, et manente diametro planum, in quo sunt hae lineae curvae, circumuolutum rursus in eum statum restitui-

1) Lin. 13 pro *τμήματα* Nizzius coniecit *τμήμα*, fortasse recte, sed cum idem infra legatur p. 280, 3 et fieri possit, ut Archimedes prius uniuersalius locutus sit, deinde ad singularem casum et numerum transierit, scripturam codicis mutare nolui.

2) Scribendum esse *ὑποτιθέμεθα* lin. 20, adparet ex p. 275 not. 2; haec nunc demum supponit Archimedes.

3) H. e. asymptotae quae uocantur. sed uocabula mathematica Archimedis ubique retinui. quare etiam scripsi: sectio coni rectanguli, obtusianguli, acutianguli pro nominibus recentioribus: parabola, hyperbola, ellipsis. in uoculis nouis obtusianguli et acutianguli fingendis secutus sum Commandinum aliosque.

μαί, ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, αἱ μὲν ἔγ-
 γιστα εὐθείαι τὰς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς δῆ-
 λον ὥς κώνον ἰσοσκελέα περιλαφούνται, οὗ κορυφᾶ
 ἐσσεῖται τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ ἔγγιστα συμπίπτουσι,
 5 ἄξων δὲ ἃ μεμενακοῦσα διάμετρος. τὸ δὲ ὑπὸ τὰς
 τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθέν
 ἀμβλυγωνίον κωνοειδὲς καλεῖσθαι, ἄξονα δὲ αὐτοῦ
 τὰν μεμενακοῦσαν διάμετρον, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον,
 καθ' ὃ ἀπτεται ὁ ἄξων τὰς ἐπιφανείας τοῦ κωνοει-
 10 δέος. τὸν δὲ κώνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τὰν ἔγ-
 γιστα τὰς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς περιέχοντα
 τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι, τὰν δὲ μεταξὺ εὐθείαν τὰς
 τε κορυφᾶς τοῦ κωνοειδέος καὶ τὰς κορυφᾶς τοῦ κώ-
 νου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς ποτεοῦσαν τῷ ἄξωνι
 15 καλεῖσθαι. καὶ εἰ καὶ τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος
 ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο
 ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτεμῇ τμήμα τοῦ κωνοειδέος, βάσιν
 μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμήματος τὸ ἐπίπεδον
 τὸ περιλαφθέν ὑπὸ τὰς τοῦ κωνοειδέος τομᾶς ἐν τῷ ἀπο-
 20 τέμνοντι ἐπιπέδῳ, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπτε-
 ται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον τοῦ κωνοειδέος, ἄξονα δὲ
 τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμήματι ἀπὸ τὰς ἀχθείσας διὰ
 τὰς κορυφᾶς τοῦ τμήματος καὶ τὰς κορυφᾶς τοῦ κώνου
 τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, καὶ τὰν μεταξὺ τὰν
 25 εἰρημέραν κορυφᾶν εὐθείαν ποτεοῦσαν τῷ ἄξωνι κα-
 λεῖσθαι. τὰ μὲν οὖν ὀρθογώνια κωνοειδέα πάντα
 ὁμοῖά ἐντι, τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὁμοία
 καλεῖσθω, ὧν καὶ οἱ κῶνοι οἱ περιεχόντες τὰ κωνοει-

3 ἰσοσκελέα] scripsi; ἰσοσκελῆ F, vulgo κορυφῇ F.
 corr. V. 4. ἐσσεῖται] ἐπιτεται F; ἐσειται B*. 8 τὰν] τὰ
 F; corr. BC. 10. τὰν] τὰς F; corr. B*. 17. τμήμα F

tur, unde moueri coeptum est, adparet, lineas sectioni coni obtusianguli proximas conum aequicrurium comprehensuras esse, cuius uertex erit punctum, in quo lineae sectioni proximae sibi in uicem incidunt, axis autem diametrus, quae mansit. figuram autem sectione coni obtusianguli comprehensam conoides obtusiangulum uocari, axem autem eius diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem conoidis tangat. conum autem lineis sectioni coni obtusianguli proximis comprehensum comprehendentem conoides uocari, lineam autem inter uerticem conoidis et uerticem coni conoides comprehendentis positam axi adiectam uocari. et si planum conoides obtusiangulum contingat, et aliud planum plano contingenti parallelum segmentum conoidis abscindat, basim segmenti abscisi uocari planum sectione conoidis in plano abscindenti comprehensum, uerticem autem punctum, in quo planum contingens conoides tangat, axem autem eam partem lineae per uerticem segmenti et uerticem coni conoides comprehendentis ductae, quae intra segmentum comprehenditur, lineam autem inter hos uertices positam axi adiectam uocari.

rectangula conoidea omnia similia sunt¹⁾, obtusiangulorum autem conoideôn ea similia uocentur, in quibus coni conoidea comprehendentes similes sint.²⁾

1) Quia omnes parabolaes similes sunt (Apollonius VI, 11).

2) Eucl. XI def. 24: ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἷ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσι.

δία ὁμοιοι ἔωντι. προβαλλέται δὲ τάδε θεωρεῖται
 διὰ τί, εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀπο-
 τμήματα ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπο-
 τμήμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα
 5 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτα
 τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι
 τμήματος καὶ τῇ τριπλασίᾳ τῆς ποτεούσας τῷ
 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε ἄξονι τοῦ τμή-
 καὶ τῇ διπλασίᾳ τῆς ποτεούσας τῷ ἄξονι. καὶ
 10 εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμήμα ἀπο-
 ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀπο-
 τμήμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὴν
 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γινέται ἀπὸ
 κώνου, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφο-
 15 ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῇ τριπλασί-
 ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις
 ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῇ διπλασίᾳ τῆς ποτε-
 τῷ ἄξονι.

περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὑποτιθέ-
 20 τάδε· εἴ κα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ μενούσα
 μείζονος διαμέτρου περινεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ
 ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν σχῆμα ὑπὸ τῇ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς παραμᾶκτες σφαιροειδὲς
 λείσθαι. εἴ δέ κα τῆς ἐλάσσονος διαμέτρου μεν-
 25 περινεχθεῖσα ἂ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀπο-
 σταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν
 ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπιπλατὺν

1. προβαλλέται] alterum λ supra scriptum manu 1
 ὃν] om F; corr. ed. Basil.* συναμφοτέραις] scripsi;
 φοτερα F, uulgo. τῷ τε] scripsi; τῷ F, uulgo. 11. μὴ
 scriptum manu 1, ut uidetur, F. 13. τμήματι F; corr. T
 14 ἂ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτερος F; ἂ συναμ

consideranda autem haec proponuntur:

cur, si plano ad axem perpendiculari abscindantur segmenta¹⁾ conoidis obtusianguli, segmentum abscisum ad axem eandem basim habentem, quam segmentum, eundem eam habeat rationem, quam linea segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 25]. et cur, si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscindatur, segmentum abscisum ad figuram eandem habentem, quam segmentum, et axem eandem (quae est segmentum coni)²⁾ eam rationem habeat, quam linea axi segmenti et simul triplici lineae axi adiectae aequalis ad lineam axi segmenti et simul duplici lineae axi adiectae aequalem [prop. 26].

de sphaeroidibus autem figuris haec supponimus³⁾: si sectio coni acutianguli manente diametro maiore circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moveri coepta est, figuram sectione coni acutianguli comprehensam sphaeroides oblongum vocari; sin autem sectio coni acutianguli manente minore diametro circumuoluta rursus in eum statum restituitur, unde moveri coepta est, figuram sectione coni acutianguli com-

1) Hic quoque (lin. 3) pro *τμήματα* Nizzius *τμήμα* scribi debet; sed u. p. 277 not. 1.

2) Haec verba (lin. 13), si genuina sunt, hoc loco praecurando posteriora significant; nam p. 288, 7 sq. demum dicitur *ἀπότμωμα κώνου*.

3) Sic recte F; u. p. 277 not. 2.

ed. Basil., vulgo; *ἡ συναμφοτέρα* Torellius. 15. *τε*] addidi; om. F, go. 19. *ὑπεριθέμεθα* Torellius, *ὑπεθέμεθα* Nizze. 20. *τομας* corr. Torellius. 21. *αποκαταστη* F C*; corr. B man. 2*. 22. *υπο τε* F; corr. Torellius. 24. *κα*] addidi; om. F, vulgo.

ροειδές καλείσθαι. ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων
 ἄξονα μὲν καλείσθαι τὴν μεμενακοῦσαν διάμετρον,
 κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἀπτεται ὁ ἄξων τῆς
 ἐπιφανείας τοῦ σφαιροειδέος, κέντρον δὲ καλείσθαι τὸ
 5 μέσον τοῦ ἄξονος, καὶ διάμετρον τὴν διὰ τοῦ κέντρου
 ποτ' ὀρθὰς ἀγομένην τῷ ἄξονι. καὶ εἰ καὶ τῶν σφαιρο-
 ειδέων σχημάτων ὁποτερουοῦν ἐπίπεδα παράλληλα
 ἐπιψαύονται μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ ψαυ-
 οντα ἄλλο ἐπίπεδον ἄχθῃ τέμνον τὸ σφαιροειδές, τῶν
 10 γενομένων τμαμάτων βάσιν μὲν καλείσθαι τὸ περι-
 λαφθὲν ὑπὸ τῆς τοῦ σφαιροειδέος τομᾶς ἐν τῷ τέμνοντι
 ἐπιπέδῳ, κορυφὰς δὲ τὰ σαμεῖα, καθ' ἃ ἐπιψαύονται
 τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα, ἄξόνας δὲ
 τὰς ἐναπολαφθείσας εὐθείας ἐν τοῖς τμαμάτεσσιν ἀπὸ
 15 τῆς εὐθείας τῆς τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιξενυγνύουσας.
 ὅτι δὲ τὰ ἐπιψαύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ'
 ἓν μόνον ἀπτόνται σαμεῖον τῆς ἐπιφανείας αὐτοῦ, καὶ
 ὅτι ἃ τὰς ἀφ' αὐτῆς ἐπιξενυγνύουσα εὐθεῖα διὰ τοῦ κέν-
 τρου τοῦ σφαιροειδέος πορευέται, δεῖξομεν. ὁμοῖα
 20 δὲ καλείσθαι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ
 ἄξονες ποτὶ τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι.
 τμάματα δὲ σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων
 ὁμοῖα καλείσθω, εἰ καὶ ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαι-
 ρημένα ἔωντι καὶ τὰς τε βασίας ὁμοίας ἔχοντι, καὶ οἱ
 25 ἄξόνες αὐτῶν ἦτοι ὀρθοὶ ἐόντες ποτὶ τὰ ἐπίπεδα τῶν
 βασίων ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες ποτὶ τὰς ὁμολόγους
 διαμέτρους τῶν βασίων τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτὶ
 ἀλλάλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βασίων.

6. σφαιροειδεωσ F. 8 ψαύοντα] ἐπιψαύοντα? 10 τμη-
 ματων F; corr. Torellius. 12. α] ἀς F; corr. B 14. τμαματι-
 σιν FB*. 15. τᾶς] (posterius) scripsi; τα FCD; om. B, m. g.

prehensam sphaeroides latum uocari. utriusque autem sphaeroidis axem uocari diametrum manentem, uerticem autem punctum, in quo axis superficiem sphaeroidis tangat, centrum autem uocari medium axis punctum, et diametrum lineam per centrum ad axem perpendicularem ductam. et si plana parallela utramvis figurarum sphaeroideôn contingant, ita ut non secant, et aliud planum planis tangentibus parallelum ducatur sphaeroides secans, segmentorum inde orientium basim uocari [planum] sectione sphaeroidis in plano secanti comprehensum, uertices uero puncta, in quibus plana parallela sphaeroides contingant, axes autem eas partes lineae uertices segmentorum iungentis, quae intra segmenta comprehendantur. plana autem sphaeroides contingentia in uno tantum puncto superficiem eius tangere [prop. 16], et lineam puncta contactus iungentem per centrum sphaeroidis cadere [prop. 16], demonstrabimus. similes autem eas figurarum sphaeroideôn uocari, quarum axes ad diametros eandem rationem habeant. segmenta autem figurarum sphaeroideôn et conoideôn similia uocentur, si ab similibus figuris abscisa sunt et bases similes habent, et axes eorum aut ad plana basium perpendiculares aut aequales angulos cum respondentibus diametris basium facientes eandem inter se rationem habent, quam respondentes diametri basium.

16. τὰ] scripsi; τα τε F, ulgo. 20. κα] scripsi; και F, ulgo.
 21. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, ulgo. 22. τμήματα] Torellius; τμαμα F, ulgo. 23. καλεῖσθαι Torellius. 24. βάσις] scripsi; βασ cum comp. ης F; βάσεις ulgo. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, ulgo. 26. βασίων] scripsi; βασεων F, ulgo; item lin. 27 et 28. 27. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, ulgo.

προβαλλέται δὲ περὶ τῶν σφαιροειδέων τάδε θ
 ρῆσαι· διὰ τί, εἴ καὶ τι τῶν σφαιροειδέων σχημά
 ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ
 ἄξονα, τῶν γεναμένων τμημάτων ἐκάτερον δια
 5 σιον ἴσσειται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐ
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. εἰ δέ κα ὀρθῶ
 ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ διὰ τοῦ κ
 τρου δέ, τῶν γεναμένων τμημάτων τὸ μὲν μείζον κ
 τὸν κώνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ τμήμα
 10 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν
 συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾷς εὐθείας, ἢ ἐκ
 ἄξων τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσ
 νος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμήμα
 τὸ δὲ ἔλασσον τμήμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχον
 15 τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦ
 ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡ
 σείᾳ τᾷς εὐθείας, ἢ ἔστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδέος,
 τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα
 τοῦ μείζονος τμήματος. καὶ διὰ τί, εἰ καὶ τῶν σφαι
 20 ροειδέων τι ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῶ
 ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεναμένων τμημάτων ἐκάτερον
 διπλάσιον ἴσσειται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος
 τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γινώσκ
 δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμามา κώνου. εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ
 25 κέντρου μήτε ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμηθῇ
 τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμημάτων τὸ μὲν μείζον
 ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον.

3. τμηθῇ F; corr. Torellius. 7. τμηθῇ F; corr. Torellius.
 11. μή] om. F; corr. Torellius. 10. τοῦτον, om. F; corr. Torellius.
 13. τμηματος F; corr. Torellius. 18. κώνου

consideranda autem de sphaeroidibus haec proponuntur: cur, si quaevis figurarum sphaeroideôn plano per centrum ad axem perpendiculari secetur, utrumvis segmentorum inde orientium duplo maius sit cono basim habenti eandem, quam segmentum, et axem eundem [prop. 27]. sin plano ad axem perpendiculari neque uero per centrum secatur, maius segmentorum inde orientium ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habebit rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris, minus autem segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et axem eundem hanc habet rationem, quam linea dimidio axi sphaeroidis et simul axi segmenti maioris aequalis ad axem segmenti maioris [prop. 29]. et cur, si quoduis sphaeroides plano per centrum ad axem non perpendiculari secetur, utrumvis segmentorum inde orientium duplo maius sit figura eandem basim habenti, quam segmentum, et axem eundem (figura autem haec coni segmentum est)¹⁾ [prop. 28]. sin plano nec per centrum posito nec ad axem perpendiculari sphaeroides secatur, segmentorum inde orientium maius ad figuram eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habebit rationem, quam linea dimidia lineae uertices segmentorum iungenti²⁾

1) Cfr. quae de his uerbis dixi p. 281 not. 2.

2) Fortasse delendum est αὐτᾶς p. 286 lin. 1; cfr. ibid. lin. 7.

πρὸς] Torellius; πρὸς per comp. F, uulgo. 20. τμηθῆ F; corr. Torellius. 23. τμάματι] τματι F.

- ἂ συναμφοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ αὐτᾶς τᾷς ἐπιξεν-
 γνουύσας τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι
 τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ
 ἐλάσσονος τμήματος, τὸ δὲ ἔλασσον τμήμα ποτὶ τὸ
 5 σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονι
 τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ συναμ-
 φοτέραις ἴσα τᾷ τε ἡμισείᾳ τᾷς ἐπιξενγνουύσας τὰς
 κορυφὰς τῶν τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος
 τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος
 10 γινέται δὲ καὶ ἐν τούτοις τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου
 ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων δ. α.
 τούτων εὗρισκόνται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλή-
 ματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὁμοῖα σφαιροειδέα καὶ
 τὰ ὁμοῖα τμήματα τῶν τε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ
 15 τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλ-
 λαλα τῶν ἀξόνων· καὶ διότι τῶν ἴσων σφαιροειδέων
 σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντι-
 πεπόνθασιν τοῖς ἀξόνεσσιν, καὶ εἰ καὶ τῶν σφαιρο-
 ειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων
 20 ἀντιπεπόνθωντι τοῖς ἀξόνεσσιν, ἴσα ἐντὶ τὰ σφαιρο-
 ειδέα. πρόβλημα δέ, οἷον καὶ τόδε· ἀπὸ τοῦ δοθέντος
 σφαιροειδέος σχήματος ἢ κωνοειδέος τμήμα ἀποτιμῶν
 ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἴμεν δὲ τὸ
 ἀποτμαθὲν τμήμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ ἢ κυλίνδρῳ
 25 ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ. προγραψάντες οὖν τὰ τε θεω-
 ρήματα καὶ τὰ ἐπιτάγματα τὰ χρεῖαν ἔχοντα εἰς τὰς

8. τοῦ] τῷ τοῦ? 15 ποτ' ἄλλαλα] Torellius; ποτὶ τὰ
 ἄλλα F, vulgo. 16. διότι] δὴ ὅτι B, Torellius. 18. ἀξόνι-
 σιν F. 20 ἀντιπεπόνθωντι] scripsi; αντιπεπονθασιν F, vulgo.
 22. σχήματος] Nizze; τμαματος F, vulgo. 23. εἴμεν δὲ] εἴμεν
 Torellius.

simul axi segmenti minoris aequalis ad axem segmenti minoris [prop. 32]; segmentum autem minus ad axem eandem basim habentem, quam segmentum, axem eundem eam rationem habebit, quam linea mediae lineae uertices segmentorum iungenti et similis axi maioris segmenti aequalis ad axem segmenti maioris. (haec autem figura in his quoque segmentum habet).¹⁾ [prop. 30].

his autem theorematis demonstratis per ea multa theoremata et problemata inueniuntur, uelut hoc²⁾: similia sphaeroidea et similia segmenta et figurarum sphaeroideon et conoideon inter se triplicem rationem habere, quam axes. et in aequalibus figuris sphaeroidibus³⁾ quadrata diametrorum in contraria proportionem esse atque axes. et si in figuris sphaeroidibus quadrata diametrorum in contraria proportione sint, atque axes, sphaeroidea aequalia esse. et problema, uelut hoc: data figura sphaeroide uel conoide plano dato plano parallelo segmentum abscindere, ita ut⁴⁾ segmentum abscisum dato cono uel cylindro uel etiam datae sphaeroide aequale sit. — praemissis igitur et theorematis

1) Cfr. p. 281 not. 2.

2) Fortasse scribendum: *τάδε* lin. 13. num Archimedes solutiones horum theorematum et problematis (lin. 21 sq.), quas non nouisse necesse est, unquam ediderit, non constat. resoluerunt Rinaltus p. 328 sq., Sturmius p. 377 sq.; cfr. Nizze p. 203 sq.

3) Genetivus lin. 16 pendet ex *διαμέτρων* lin. 17; cfr. p. 19.

4) Infinitivus *εἶμεν* lin. 23 sicut *ἀποτεμεῖν* pendet ex significacione iubendi, quae inest in *πρόβλημα*.

ἀποδειξίας αὐτῶν μετὰ ταῦτα γραφοῦμές τοι τὰ προ-
κείμενα. εὐτύχει.

Εἰ κα κώνος ἐπιπέδῳ τμαθῇ συμπίπτουσι πάσαις
ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἡ τομὰ ἐσσεύεται ἥτοι κύκλος
ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ. εἰ μὲν οὖν κύκλος ἡ τομὰ,
δῆλον, ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτοῦ τμαμα ἐπὶ τὰ
αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κορυφᾷ κώνος ἐσσεύεται. εἰ δέ κα
ἡ τομὰ γενήται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, τὸ ἀπολαφθὲν
ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ τοῦ κώνου κο-
10 ρυφᾷ ἀποτμαμα κώνου καλείσθω. τοῦ δὲ ἀποτμαμα-
τος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν
ὑπὸ τᾷς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ το-
σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφὰ, ἄξων δὲ ἡ ἀπὸ
τᾷς κορυφᾶς τοῦ κώνου ἐπὶ τὸ κέντρον τᾷς τοῦ ὀξυ-
15 γωνίου κώνου τομᾶς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα. καὶ εἰ κα
κύλινδρος δυοῖς ἐπιπέδοις παραλλήλοις τμαθῇ, συμ-
πιπτόντεσσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, ἡ
τομαὶ ἐσσεύονται ἥτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων το-
μαὶ ἴσαι καὶ ὁμοίαι ἀλλάλαις. εἰ μὲν οὖν κα αἱ τομαὶ
20 κύκλοι γενῶνται, δῆλον, ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ
κυλίνδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων
κύλινδρος ἐσσεύεται. εἰ δέ κα αἱ τομαὶ γενῶνται ὀξυ-
γωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κυλί-
νδρου σχῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων τμαμα
25 κυλίνδρου καλείσθω. τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω

1. ἀποδειξεις F, uulgo. γραφομεν σοι F, uulgo. δ.
τμαθῇ] Torellius; τμηθῇ F, uulgo. συμπίπτουσι F. πασαι
FC*. 7. κωνος F. 8. α] om. F. 9. Post κορυφᾷ in F re-
petuntur: κωνος εσσειται εἰ δὲ κα τομα γενηται οξυγωνιον κω-
νου τομα το απολαφθεν απο του κωνου σχημα ἐπὶ τα αὐτα τᾷ
του κωνου κορυφα; corr. C. τᾷ] τη F; corr. Torellius 15
ἐπιζευχθεῖσας F; corr. B*. τμαθῇ] Torellius, τμηθῇ F.

et epitagmatis¹⁾ ad demonstrationes eorum utilibus, postea tibi scribam, quae proposita sunt. uale.

DEFINITIONES.

Si conus plano omnibus lateribus conici incidenti secatur, sectio aut circulus erit aut sectio conici acutianguli. si sectio circulus est, adparet, segmentum a cono²⁾ abscisum in eadem parte, in qua est uertex conici, conum futurum esse; sin sectio est conici acutianguli sectio, figura a cono in eadem parte abscisa, in qua est uertex conici, segmentum conici uocetur. segmenti autem basis uocetur planum sectione conici acutianguli comprehensum, uertex autem punctum, quod idem conici uertex est, axis autem linea a uertice conici ad centrum sectionis conici acutianguli ducta.³⁾ et si cylindrus duobus planis parallelis omnibus lateribus cylindri incidentibus secatur, sectiones aut circuli erunt aut sectiones conorum acutiangulorum sibi in uicem aequales et similes.⁴⁾ iam si sectiones circuli sunt, adparet, figuram a cylindro inter plana parallela abscisam cylindrum futurum esse. sin sectiones acutianguli conici sectiones sunt, figura a cylindro inter plana parallela abscisa frustum cylindri uocetur. basis autem frusti

1) Hoc est: problemata, quibus aliquid facere iubemur; propp. 7—9.

2) ἀπ' αὐτοῦ : ἀπὸ τοῦ κώνου (lin. 6); cfr. lin. 9.

3) Cfr. de his propositionibus Apollonii con. I, 4 et I, 13.

4) U. Serenus de sect. cylindri propp. 5 et 18.

uulgo. 18. ἐσσούνται] Torellius; εσονται F, uulgo. 19. κα] scripsi; και F, uulgo. 22. κα] scripsi; και F, uulgo.

τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶν τῶν ὀξυγωνίων
κόνων τομᾶν, ἄξων δὲ ἅ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ
κέντρα τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κόνων τομᾶν. ἐσσεῖται
δὲ αὐτὰ ἐπὶ τᾷς αὐταῖς εὐθείαις τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

- Εἴ κα ἔωντι μεγέθη ὅποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλων
ὑπερέχοντα, ἢ δὲ ἅ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ, καὶ
ἄλλα μεγέθη τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ με-
γέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντα τὰ μεγέθη,
ὧν ἐστὶν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν τῶν
10 τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐσσοῦνται ἢ διπλάσια,
τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλά-
σια. ἅ δὲ ἀπόδειξις τούτου φανερά.

α'.

- Εἴ κα μεγέθη ὅποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέ-
15 θεσιν ἴσοις τῷ πλήθει κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον
ἔχωντι τὰ ὁμοίως τεταγμένα, λεγῆται δὲ τὰ τε πρῶτα
μεγέθη ποτὶ τινὰ ἄλλα μεγέθη ἢ πάντα ἢ τινὰ αὐ-
τῶν ἐν λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερον ποτ' ἄλλα
μεγέθη τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, πάντα τὰ
20 πρῶτα μεγέθη ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται, τὸν αὐτὸν
ἐξοῦντι λόγον, ὃν ἔχοντι πάντα τὰ ὕστερον μεγέθη
ποτὶ πάντα, ἃ λεγόνται.

- ἔστω τινὰ μεγέθη τὰ *A, B, Γ, Δ, Ε, Ζ* ἄλλοις
μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει τοῖς *H, Θ, Ι, Κ, Λ, Μ*
25 κατὰ δύο τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, καὶ ἐχέτω τὸ μὲν

3. τομᾶν] τομα F; corr. B*. 5. α' Torellius; Cr. τῷ] το F, ed. Basil. 7. πληθῆ F. 13. β' Torellius, Cr. 16. ἔχωντι] scripsi; εχοντι F, ulgo. 17. ποτὶ τινὰ ἄλλα] scripsi; ποτι τ' ἄλλα F, ulgo; fort. ποτ' ἄλλα ut lin. 18. 18. ποτα ἄλλα F. 22. λεγωνται F.

uocentur plana sectionibus conorum acutiangulorum comprehensa, axis autem linea centra sectionum conorum acutiangulorum iungens. haec autem in eadem linea erit, in qua axis cylindri est.

Si magnitudines quotlibet datae sunt aequali spatio inter se excedentes, et differentia minimae aequalis est, et aliae quoque magnitudines datae sunt numero prioribus aequales et magnitudine omnes maximae illarum aequales, omnes hae magnitudines, quarum quaeque maximae aequalis est, minores erunt quam duplo maiores omnibus magnitudinibus aequali spatio inter se excedentibus, maiores autem quam duplo maiores reliquis praeter maximam. demonstratio autem huius propositionis in medio posita est.¹⁾

I.

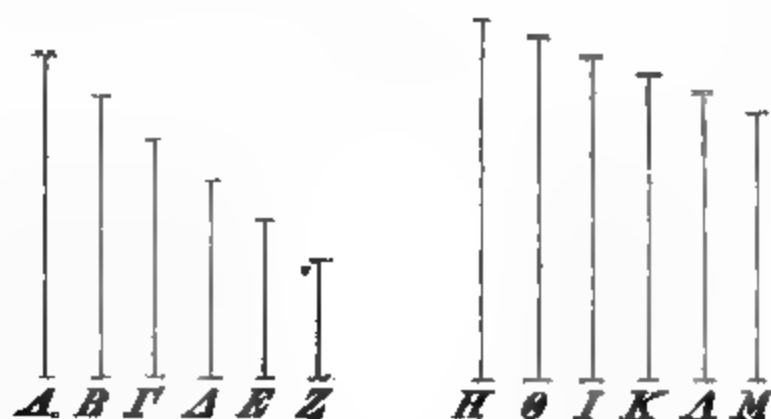
Si magnitudines quotlibet numero et aliae magnitudines numero aequales, binae cum binis similiter positae, eandem rationem habent, et priores magnitudines aut omnes aut nonnullae ad alias magnitudines in quavis proportionem sunt, et posteriores magnitudines rursus ad alias similiter positae in eadem proportionem sunt, omnes priores magnitudines ad omnes, quae cum iis in proportionem sunt, eandem habebunt rationem, quam habent omnes magnitudines posteriores ad omnes, quae cum iis in proportionem sunt.

magnitudines quaedam $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ et aliae magnitudines numero aequales $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ binae cum binis eandem habeant rationem, et sit

1) Nam demonstrata est ab Archimede ipso περί ἐλίκ. prop. 11; Quaest. Arch. p. 56.

A ποτὶ τὸ B τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ H ποτὶ τὸ δὲ B ποτὶ τὸ Γ , ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸ I , καὶ τὰ ὁμοίως τούτοις. λεγέσθω δὲ τὰ μὲν A, B, Γ, Δ , 5
μεγέθη ποτὶ τινὰ ἄλλα μεγέθη τὰ N, Ξ, O, Π ,
ἐν λόγοις ὁποιοισὺν, τὰ δὲ $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$
τινὰ ἄλλα τὰ $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$, τὰ ὁμόλογα ἐν
αὐτοῖς λόγοις, καὶ ἔν μὲν ἔχει λόγον τὸ A ποτὶ
τὸ H ἔχέτω ποτὶ τὸ T , ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ B
τὸ Ξ , τὸ Θ ἔχέτω ποτὶ τὸ Υ , καὶ τὰ ἄλλα ὁ
10 τούτοις. δεικτέον, ὅτι πάντα τὰ A, B, Γ, Δ ,
ποτὶ πάντα τὰ $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$ τὸν αὐτὸν
λόγον, ὃν πάντα τὰ $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ ποτὶ
τὰ $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$.

ἐπεὶ γὰρ τὸ μὲν N ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν ἔχει
15 γον, ὃν τὸ T ποτὶ τὸ H , τὸ δὲ A ποτὶ τὸ B ,



H ποτὶ τὸ Θ , τὸ δὲ B ποτὶ τὸ Ξ , ὃν τὸ Θ ποτὶ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ N ποτὶ τὸ Ξ , ὃν τὸ T ποτὶ τὸ Υ . διὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ O , ὃν ποτὶ τὸ Φ , καὶ τούτοις τὰ ἄλλα ὁμοίως. ἔχον

4. τινὰ ἄλλα] scripsi; ταῖα F; τὰ ἄλλα ed. Basil., τ
fort. ποτ' ἄλλα. 5. M] M, N FBC*. 6. τινὰ ἄλλα] σ
τ' ἄλλα F, vulgo; fort. ἄλλα. 7. καί] addidi; om. F, 1
9. Ξ] Z F.

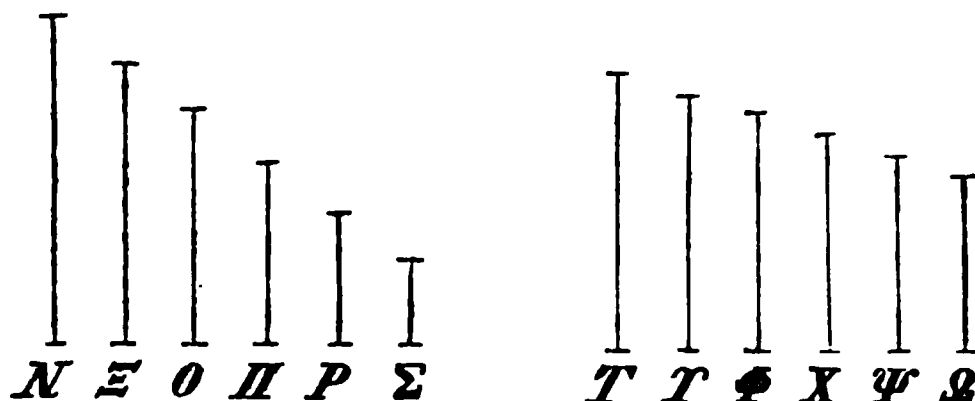
$$A : B = H : \Theta \text{ et } B : \Gamma = \Theta : I$$

et cetera eodem modo. et $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ ad alias magnitudines $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$ in quavis proportionem sint, et $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ ad alias $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$ similiter positae in eadem proportionem sint, et sit $A : N = H : T, B : \Xi = \Theta : \Upsilon$, et cetera eodem modo. demonstrandum

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + \Upsilon + \Phi + X + \Psi + \Omega}$$

nam quoniam

$$N : A = T : H, A : B = H : \Theta, B : \Xi = \Theta : \Upsilon,$$



erit $N : \Xi = T : \Upsilon$.¹⁾ eodem modo concluditur etiam $\Xi : O = \Upsilon : \Phi$, et cetera eodem modo.²⁾ itaque

1) Cum $N : A = T : H, A : B = H : \Theta$, erit $\delta\iota'$ *ἴσον* (Eucl. V, 22) $N : B = T : \Theta$, sed $B : \Xi = \Theta : \Upsilon$; quare $\delta\iota'$ *ἴσον* (Eucl. V, 22) $N : \Xi = T : \Upsilon$. conspectum huius demonstrationis dedi Quaest. Arch. p. 50—51.

2) Habebimus igitur $N : \Xi = T : \Upsilon, \Xi : O = \Upsilon : \Phi$,
 $O : \Pi = \Phi : X, \Pi : P = X : \Psi, P : \Sigma = \Psi : \Omega$.
 iam cum sit $A : B = H : \Theta$, erit (Eucl. V, 18)
 $A + B : A = H + \Theta : H$; $A + B : H + \Theta = A : H$ (Eucl. V, 16).
 sed ex $N : A = T : H$ sequitur (Eucl. V, 16) $A : H = N : T = \Xi : \Upsilon$
 (Eucl. V, 16) $= O : \Phi$ (Eucl. V, 16) $= \Gamma : I$ (Eucl. V, 16;
 est enim $A : N = H : T, B : \Xi = \Theta : \Upsilon, \Gamma : O = I : \Phi$,
 $\Delta : \Pi = K : X, E : P = \Lambda : \Psi, Z : \Sigma = M : \Omega$, lin. 9). quare
 $A + B : H + \Theta = \Gamma : I$; unde (*ἑναλλάξ, συνθέντι, ἑναλλάξ*)
 $A + B + \Gamma : H + \Theta + I = \Gamma : I = O : \Phi = \Pi : X$ (Eucl. V, 16)
 $= \Delta : K$ (Eucl. V, 16), et eodem modo semper progredi possumus.

- τὰ μὲν $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ πάντα ποτὶ τὸ A τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ πάντα ποτὶ τὸ H , τὸ δὲ A ποτὶ τὸ N , ὃν τὸ H ποτὶ τὸ T τὸ δὲ N ποτὶ πάντα τὰ $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ T ποτὶ πάντα τὰ $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$ 5
 δῆλον οὖν, ὅτι πάντα τὰ $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ ποτὶ πάντα τὰ $N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma$ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν πάντα τὰ $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ ποτὶ πάντα τὰ $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega$.
- 10 φανερὸν δέ, ὅτι καί, εἴ κα τῶν τε $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ μεγεθέων τὰ μὲν A, B, Γ, Δ, E λεγόνται ποτὶ τὰ N, Ξ, O, Π, P , τὸ δὲ Z μηδὲ ποθ' ἐν λεγῆται καὶ τῶν $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ τὰ μὲν H, Θ, I, K, Λ λεγόνται ποτὶ τὰ $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi$, τὰ ὁμοῖα ἐν τοῖς 15
 αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ M μηδὲ ποθ' ἐν λεγῆται, ὁμοίως πάντα τὰ $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ ποτὶ πάντα τὰ N, Ξ, O, Π, P τὸν αὐτὸν ἔξουσιν λόγον, ὃν πάντα τὰ $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ ποτὶ πάντα τὰ $T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi$.

β'.

- 20 Εἴ κα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλάλαις ἔωντι ὅποσαι οὖν τῷ πλήθει, καὶ παρ' ἐκάστην αὐτῶν παραπέσῃ τι χωρίου

2. ἔχοντι F, ut uidetur. I] om. F. 7. ἔχοντι FBC
 11. λεγόνται] scripsi; λεγῶσι F, vulgo; λέγωνται Torellius, 12.
 P] PC F; corr. Torellius. μηδὲ ποθ' ἐν] scripsi; μηδεποθεν
 F, vulgo. 13. M] M μεγεθέων Torellius. 14. Ψ] Ψα F,
 corr. Torellius. 15. μηδεποθεν F, vulgo. 17. P] PC F;
 corr. Torellius. 18. Ψ] Ψα F; corr. Torellius. 19 γ
 Torellius, Cr. 20. ἀλλήλαις F; corr. Torellius. 21. παρα-
 πέσῃ] scripsi; παρεμπεσῃ F, vulgo.

$$A + B + \Gamma + \Delta + E + Z : A - H + \Theta + I + K + \Lambda + M : H.^1)$$

sed $A : N = H : T$ [*ἀνάπαλιν* Eucl. V, 7 πόρ.], et

$$N : N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma = T : T + T + \Phi + X + \Psi + \Omega.^2)$$

adparet ergo esse

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + T + \Phi + X + \Psi + \Omega}.^3)$$

et adparet, etiam si ex magnitudinibus $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ magnitudines A, B, Γ, Δ, E ad N, Ξ, O, Π, P in proportionem sint, Z autem in nulla proportionem, et ex $H, \Theta, I, K, \Lambda, M$ magnitudinibus H, Θ, I, K, Λ ad T, T, Φ, X, Ψ in proportionem sint, similiter positae in eadem proportionem, M autem in nulla proportionem, item esse:

$$\frac{A + B + \Gamma + \Delta + E + Z}{N + \Xi + O + \Pi + P} = \frac{H + \Theta + I + K + \Lambda + M}{T + T + \Phi + X + \Psi}.^4)$$

II.

Si lineae quotlibet numero inter se aequales sunt, et singulis spatium adplicatur figura quadrata exce-

1) Demonstravimus enim p. 293 not. 2 esse

$$A + B + \Gamma + \Delta + E + Z : H + \Theta + I + K + \Lambda + M = A : H;$$

inde *ἐναλλάξ* (Eucl. V, 16) sequitur proportio.

2) Nam $N + \Xi : T + T = \Xi : T$ (*συνθέντι καὶ ἐναλλάξ*) = $O : \Phi$ (*ἐναλλάξ*); unde *ἐναλλάξ καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ*:

$$\frac{N + \Xi + O}{T + T + \Phi} = \frac{O}{\Phi}, \text{ et cetera eodem modo, donec inuenitur}$$

$$\frac{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma}{T + T + \Phi + X + \Psi + \Omega} = \frac{N}{T}; \text{ tum } \textit{ἐναλλάξ}.$$

3) Nam $\delta\iota'$ *ἴσον* est (Eucl. V, 22)

$$\frac{A}{N + \Xi + O + \Pi + P + \Sigma} = \frac{H}{T + T + \Phi + X + \Psi + \Omega};$$

tum rursus $\delta\iota'$ *ἴσον* sequitur proportio.

4) Prorsus eodem modo concluditur, si ratione not. 2 proposita quater pro quinques utimur.

ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, ἔωντι δὲ αἱ πλευραὶ
 ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ
 ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστῳ, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλα χωρία
 τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον
 ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἔ
 5 σονα λόγον ἐξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ἴσα συναμφοτέρω
 ταῖς τε τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευραῖς καὶ
 τᾶν ἰσᾶν ἔουσᾶν ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τε
 τρίτῳ μέρει τᾶς τοῦ μεγίστου ὑπερβλήματος πλευ
 10 ρᾶς καὶ τᾷ ἡμισείᾳ μιᾶς τᾶν ἰσᾶν ἔουσᾶν, ποτὶ δὲ τὰ λοι
 πα χωρία ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἐξοῦντι
 αὐτοῦ λόγον.

ἔστωσαν γὰρ ἴσαι εὐθείαι ὅποσαι οὖν τῷ πλ
 ῆθει ἂν τὰ *A*. καὶ παραπεπτωκέτω παρ' ἑκάστην αἱ
 15 χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ. ἔστων δὲ
 ὑπερβλημάτων πλευραὶ αἱ *B, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η* τῷ
 ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἡ ὑπεροχὰ ἔστω ἴσα
 ἐλαχίστῳ. καὶ μεγίστα μὲν ἔστω ἡ *B*, ἐλαχίστα δὲ
 ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐφ' ὧν ἕκαστον τῶν
 20 *K, Λ*, τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγ
 ἑστάτῳ ἴσον ἔστω τῷ μεγίστῳ τῷ παρὰ τὰν *AB* π
 κειμένῳ. ἔστω δὲ ἡ μὲν *ΘΙ* γραμμὰ ἴσα τᾷ *A*, καὶ
ΚΑ ἴσα τᾷ *B*, καὶ τὰν μὲν *ΘΙ* γραμμῶν ἑκάστα
 διπλασία τᾶς *I*, τὰν δὲ *ΚΑ* ἑκάστα τριπλασία τᾶς
 25 *ΔΕ*, ὅτι τὰ χωρία πάντα, ἐν οἷς τὰ *Θ, Ι, Κ*,
 ποτὶ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία τὰ *AB, ΑΓ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ*
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει τὸ *ΘΙΚΑ* εὐθείᾳ
 ποτὶ τὰν *IK*, ποτὶ δὲ τὰ λοιπὰ

7. τε] om. F. τὰ et πλευρᾶ Nizze. 10. ημισα F;
 B. 13. ἔστωσαν FB'CD; ἔστω A, ed. Basil; „esto“ Cr.
 ἔστων] ἔστωσαν B. τῶν] addidi; om. F, vulgo. 19.

lens, et latera spatiorum excedentium aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimae aequalis sit, et praeterea alia spatia data sunt numero his aequalia, magnitudine autem omnes maximo aequalia, haec spatia ad omnia spatia priora minorem rationem habebunt, quam linea aequalis lateribus maximi spatii excedentis et simul uni ex lineis inter se aequalibus ad lineam aequalem tertiae parti lateris maximi spatii excedentis et simul dimidiaei parti unius ex lineis inter se aequalibus, ad cetera autem spatia praeter maximum maiorem rationem, quam eadem lineae.¹⁾

nam datae sint lineae aequales quotlibet numero, in quibus sint litterae A . et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens. latera autem spatiorum excedentium $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$ aequali differentia inter se excedant, et differentia minimae aequalis sit. et maxima sit B , minima autem H . sed etiam alia spatia data sint, in quibus singulis omnes litterae Θ, I, K, Λ , numero his aequalia, magnitudine autem omnia maximo spatio lineae AB adplicato aequalia sint. sit autem

$$\Theta + I = A, K + \Lambda = B, \text{ et } \Theta + I = 2I, K + \Lambda = 3K.$$

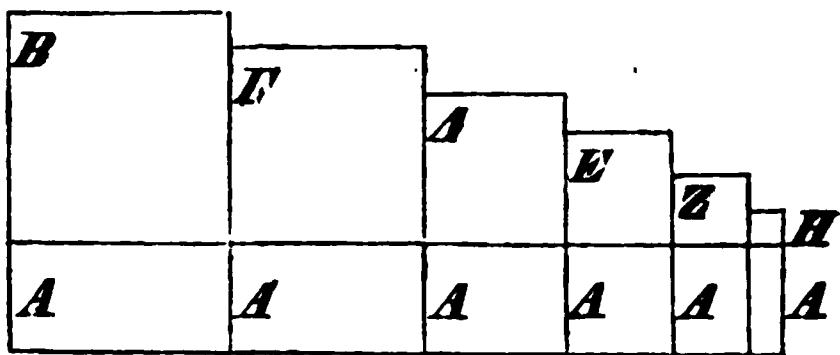
Demonstrandum est, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, Λ , ad omnia priora spatia $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$ minorem rationem habere, quam $\Theta + I + K + \Lambda : I + K$, ad reliqua autem praeter

1) Demonstrationem breuius exposui Quaest. Arch. p. 57, arithmetica dedit Nizze p. 157.

scripsi; η F, vulgo. $\acute{\epsilon}\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\alpha\ \tau\acute{\alpha}\nu$ Torellius; auditur $\sigma\tau\omicron\iota\chi\epsilon\iota\sigma\tau\omicron\nu$ (littera). 23. $\tau\acute{\alpha}\nu$] $\tau\alpha$ F; corr. ed. Basil.* $\gamma\rho\alpha\mu\mu\alpha$ F; corr. ed. Basil.*

τοῦ μεγίστου τοῦ AB μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστι γάρ τινα χωρία, ἐν οἷς τὰ A , τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερέχοντα, καὶ ἃ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλάχιστῳ [ἐπεὶ τι



5 τὰ παραβλήματα καὶ τὰ πλάτη τῷ ἴσῳ ὑπερέχουσιν], καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ , I , τῷ μὲν πλήθει ἴσα τοῦτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ. σύμπαντα οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ , I , πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ A , ἐλάσσονά ἐντι ἢ διπλασίονα, τῶν
 10 δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζονα ἢ διπλασίονα αὐτὰ οὖν τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ I , πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ A , ἐλάσσονά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν ἄνευ τοῦ μεγίστου μείζονα. πάλιν ἐντὶ γραμμαὶ τινες αἱ B , Γ , Δ , E , Z , H τῷ ἴσῳ ἀλλάλων ὑπερεχούσαι, καὶ ἃ
 15 ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλάχιστῳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ, ἐφ' ἃν τὰ K , A , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστα ἴσαι τῷ μεγίστῳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ

4. ἐπεὶ τῶν παραβλημάτων Nizze. in figura litteras Θ , I , K , A inuerso ordine habet F ; litteras Θ , I permutant ed. Basil., Torellius; corr. Nizze. 9. διπλάσια Nizze, ut lin. 10.
 10. μείζον F ; corr. Torellius. 15. ὑπεροχὰ ἴσα] ὑπερεχούσαι ἴσαι F ; corr. ed. Basil. 17. ἴσαι] ἴσα?

maximum spatium AB maiorem rationem quam

$$\Theta + I + K + A : I + K.$$

sunt enim spatia quaedam, in quibus litterae A ,
quali differentia inter se excedentia, et differentia

Θ	Θ	Θ	Θ	Θ	Θ
I	I	I	I	I	I
K	K	K	K	K	K
A	A	A	A	A	A

minimo aequalis est¹⁾, et alia spatia, in quibus litte-
rae Θ , I , numero illis aequalia, magnitudine autem
omnia maximo aequalia. omnia igitur simul spatia,
in quibus litterae Θ , I sunt, minora sunt quam duplo
maiora omnibus spatiis, in quibus litterae A sunt,
maiora autem quam duplo maiora ceteris praeter maxi-
mum [p. 290, 5]. ipsa igitur spatia, in quibus sunt
litterae I , omnibus spatiis, in quibus sunt litterae A ,
minora sunt, reliquis autem praeter maximum maiora.²⁾
Sunt sunt lineae quaedam B , Γ , Δ , E , Z , H aequali
differentia inter se excedentes, et differentia minimae
aequalis est, et praeterea aliae lineae, in quibus sunt
litterae K , A , numero illis aequales, magnitudine autem

1) Quia ex hypothese latera quadratorum excedentium in-
ter se aequali differentia excedunt, et differentia minimo aequa-
lis est. spatia enim A inter se rationem habent, quam latera
quadrata (Eucl. VI, 1). sequentia uerba *ἐπεί* lin. 4 — *ὑπερέχουσιν*
lin. 5 subditiua esse putauerim. nam primum praue dicun-
tur spatia adplicata inter se aequali differentia excedere, deinde
est *ἀλλήλων* lin. 5, et *πλάτῃ* et *ὑπερέχουσιν* parum Doricae
formae sunt; etiam particula *τε* insolito loco posita est. deni-
que insuauiter sermonis cursum interrumpunt. neque hae of-
fensiones coniectura facili et probabili tolli possunt.

2) Nam $\Theta = I$.

πασᾶν τῶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστῃ πάντων
 μὲν τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ [πασᾶν] τῶν τῷ ἰσ
 ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν
 δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστης τετραγώνου
 5 μείζονα ἢ τριπλάσια. δεδεικται γὰρ τοῦτο ἐν το
 περὶ τῶν ἐλίκων ἐκδεδομένοις. τὰ οὖν χωρία, ἐν
 τὸ Κ, πάντων μὲν τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Β, Γ, Δ,
 Ζ, Η, ἐλάσσονά ἐστιν, αὐτῶν δὲ τῶν, ἐν οἷς τὰ Γ,
 Ε, Ζ, Η, μείζονα· ὥστε καὶ πάντα τὰ χωρία, ἐν
 10 τὰ Ι, Κ, πάντων μὲν τῶν, ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ,
 ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσονά ἐστι, τῶν δέ, ἐν οἷς τὰ ΑΒ,
 ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, μείζονα. δῆλον οὖν, ὅτι πάντα
 τὰ χωρία, ἐν οἷς τὰ Θ, Ι, Κ, Α, ποτὶ μὲν τὰ χωρία
 ἐν οἷς τὰ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ, ΑΗ, ἐλάσσονα
 15 λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΘΑ ποτὶ τὰν ΙΚ, ποτὶ
 δὲ τὰ λοιπὰ χωρὶς τοῦ, ἐν ᾧ τὸ ΑΒ, μείζονα τοῦ
 αὐτοῦ λόγου.

γ'.

Εἰ κα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν εὐθείαι ἐπιψαύοντι
 20 ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σαμείου ἀγμέναι, ἔωντι δὲ καὶ ἄλλαι
 εὐθείαι ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἐπιψανούσας
 ἀγμέναι καὶ τεμνούσαι ἀλλάλας, τὰ περιεχόμενα ἰπὸ
 τῶν τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔξουσιν λόγον ποτ' ἀλλάλας,
 ὃν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐπιψανουσᾶν· ὁμολογοῦν

2 πασᾶν τῶν] Torellius; παντων F, vulgo. fort. scrib. τῶν
 3. ἀλλάλων F; corr Torellius. ὑπερεχουσᾶν F; corr
 ed. Basil. 6. ἐλίκων] scripsi; ἐλικαν F, vulgo. 8 ἴσῃ
 ἐντι B. 10. τᾷ] (alt.) addidi; om. F, vulgo. 11. ἴστι] ἐντι B.
 τα] addidi; om. F, vulgo. 16. τό] τὰ Torellius, fortasse
 recte. μείζων F; corr. Torellius. γ'] om. ed. Basil., Cr.
 Torellius. 23. ποτ' ἀλλάλας] Torellius; ποτι τα ἀλλά F, vulgo.
 24. τῶν ἐπιψανουσῶν F, vulgo.

omnes maximae aequales. quare quadrata omnium linearum inter se et maximae aequalium minora sunt quam triplo maiora omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium, maiora autem quam triplo maiora reliquis praeter quadratum lineae maximae. hoc enim in eo libro, quem de helicibus edidimus, demonstratum est [prop. 10]. itaque spatia, in quibus est littera K , omnibus spatiis, in quibus sunt litterae $B, \Gamma, \Delta, E, Z, H$, minora sunt¹⁾, ipsis autem spatiis, in quibus sunt litterae Γ, Δ, E, Z, H , maiora. quare etiam omnia spatia, in quibus sunt litterae I, K , minora sunt omnibus spatiis, in quibus sunt litterae $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$, maiora autem iis, in quibus $A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$. adparet igitur, omnia spatia, in quibus sint litterae Θ, I, K, A , ad spatia, in quibus $AB, A\Gamma, A\Delta, AE, AZ, AH$, minorem rationem habere, quam $\Theta A : IK$ ²⁾, ad reliqua autem praeter id, in quo est AB , maiorem rationem.³⁾

III.

Si lineae sectionem coni qualem libet contingunt ab eodem puncto ductae, et aliae quoque lineae in sectione coni contingentibus parallelae sunt et inter se secant, spatia partibus earum comprehensa inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata linearum contingentium. et spatium partibus alterius lineae

1) Nam $K = \frac{1}{2}A$; itaque $K + A = 3K$.

2) Hoc est $\Theta + I + K + A : I + K$.

3) Nam summa spatiorum Θ, I, K, A ad summam spatiorum I, K eam habet rationem quam $\Theta + I + K + A : I + K$, cum basis eadem sit (Eucl. VI, 1); tum u. Eucl. V, 8. et est $\Theta + I + K + A = A + B$, $I + K = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$.

δὲ ἐσσεύεται τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν τῆς ἐτέρας γραμμῶν τμαμάτων τῷ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ τῆς ἐπιφανοῦς τῆς παραλλήλου αὐτῆς. ἀποδεδείκται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

- 5 Εἰ καὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς δύο τμάματα ἀποτμηθέντι ὅπως οὖν ἴσας ἔχοντα τὰ διαμέτρους, αὐτὰ τε τὰ τμάματα ἴσα ἐσσεύονται, καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βῆσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. δὲ
10 μετρον δὲ καλέω παντὸς τμάματος τὰν δίχα τέμνουσας εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βῆσιν αὐτοῦ ἀγόμενας.

ἔστω ὀρθογωνίου κώνου τομὴ ἡ $ABΓ$, καὶ ἀπὸ τειμήσθω ἀπ' αὐτῆς δύο τμάματα τὸ τε $AΔΕ$ καὶ τὸ $ΘΒΓ$. ἔστω δὲ τοῦ μὲν $AΔΕ$ τμάματος διάμετρος ἡ $ΔΖ$, τοῦ δὲ $ΘΒΓ$ ἡ $ΒΗ$, καὶ ἔστων ἴσαι αἱ $ΔΖ$ καὶ $ΒΗ$. δεικτέον, ὅτι τὰ τμάματα ἴσα ἐντὶ τὰ $AΔΕ$, $ΘΒΓ$ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα τὸν εἰρημένον τρόπον ἐν αὐτοῖς.

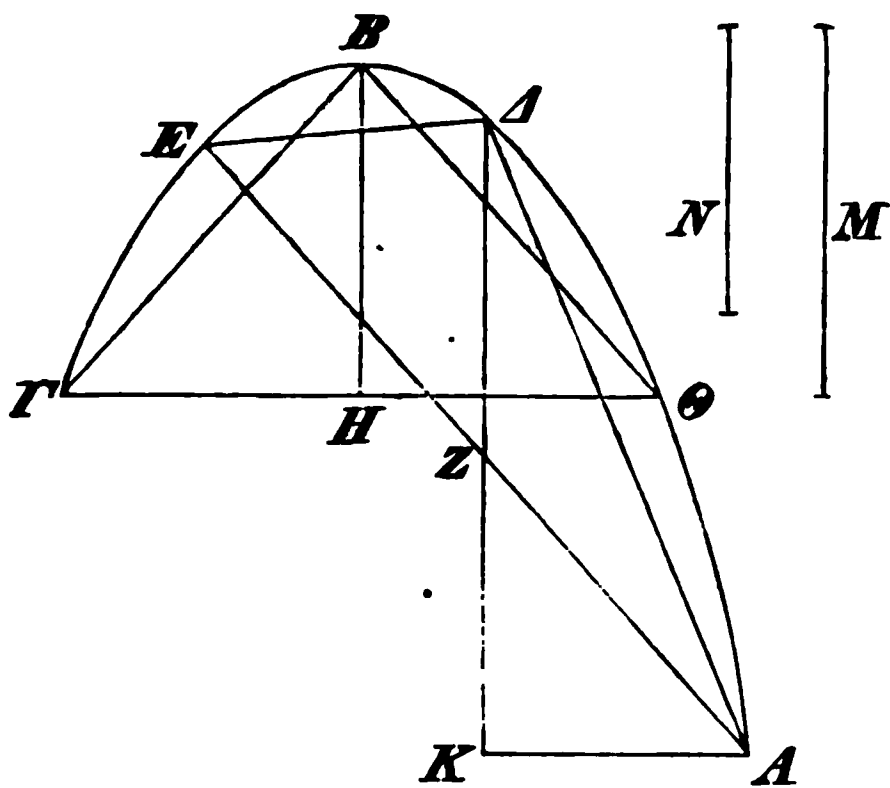
- 20 ἔστω δὴ πρῶτον ἡ ἀποτέμνουσα τὸ ἕτερον τμάμα-

1. ἐσσεύεται] εἰσεύεται F; corr. ed. Basil. 2. τῷ τετραγώνῳ] τῷ τριγώνῳ F; corr. Torellius. 3. τῆς] addidi; om. F, vulgo. 4. παραλλήλους F; corr. Nizze. 5. αὐτῆς] αὐτῶν F; corr. Torellius. 6. ἀποτμηθέντι F; corr. Torellius. 7. ὅπως οὖν] ὅπως οὖν D; ὅπως οὖν F, vulgo; ὅπως οὖν Torellius. 8. αὐτὰ] αὐτὰ FBC*. 9. τμαμάτεσσι F. 10. τὰς] alteram) τὰν FBC. 11. αὐτῶν] αὐτὴν cum comp. ας, insuper addita syllaba ας (cum flexu super α posito, ut solet) F. 12. ἔστων] comp. ἔστων buli ἔστω addito accentu acuto F; ἔστωσαν vulgo*; ἔστω Basil., Torellius, Cr. 13. ἐγγραφόμενα] με supra scripta manu 1 F. 14. πρῶτον ἡ] εἰσεύεται; α om. F, vulgo.

comprehensum respondebit quadrato lineae contingenti ei parallelae. hoc autem in conicis elementis¹⁾ demonstratum est [Apollonius con. III, 17].

Si ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta eoque modo abscinduntur diametros aequales habentia, et ipsa segmenta aequalia erunt et triangula iis inscripta eandem basim habentia, quam segmenta, et altitudinem aequalem. diametrum autem cuiusvis segmenti eam lineam uoco, quae omnes lineas basi eius parallelas in duas partes aequales secat.

Sit $AB\Gamma$ sectio coni rectanguli, et ab ea abscinduntur duo segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$. et diametrus seg-



menti $A\Delta E$ sit ΔZ , segmenti autem $\Theta B\Gamma$ linea BH , sit $\Delta Z = BH$. demonstrandum est, et segmenta $A\Delta E$, $\Theta B\Gamma$ aequalia esse et triangula iis ita inscripta, ut diximus.

primum igitur linea alterum segmentum abscindens

1) H. e. elementis conicis ab Aristaeo compositis, ab Euclide emendatis et suppletis.

$\Theta\Gamma$ ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τᾷς τοῦ ὀρθογωνίου
 κώνου τομᾶς. λελάφθω δὲ παρ' ἂν δυνάνται αἱ ἀπὸ
 τᾷς τομᾶς, ἡ διπλασία τᾷς μέχρι τοῦ ἄξονος, καὶ ἔστω,
 ἐφ' ἧς τὸ M . ἀπὸ δὲ τοῦ A κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὴν
 ΔZ ἡ AK . ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἐντὶ ἡ ΔZ τοῦ τμή-
 ματος, ἡ τε AE δίχα τεμνέται κατὰ τὸ Z , καὶ ἡ
 ΔZ παρὰ τὴν διάμετρον ἐστὶ τᾷς τοῦ ὀρθογωνίου
 κώνου τομᾶς· οὕτω γὰρ δίχα τέμνει πάσας τὰς
 παρὰ τὴν AE ἀγομένας. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ τε-
 10 τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾷς AZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ
 ἀπὸ τᾷς AK , τοῦτον ἔχέτω ἡ N ποτὶ τὴν M . αἱ δὲ
 ἀπὸ τᾷς τομᾶς ἐπὶ τὴν ΔZ ἀγομέναι παρὰ τὴν AE
 δυνάνται τὰ παρὰ τὴν ἴσαν τᾷ N παραπίπτοντα πλά-
 τος ἔχοντα, ἃς αὐταὶ ἀπολαμβάνοντι ἀπὸ τᾷς ΔZ
 15 ποτὶ τὸ Δ πέρας. δεδείκται γὰρ ἐν τοῖς κωνικοῖς.
 δυνάται οὖν καὶ ἡ AZ ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾷς
 N καὶ τᾷς ΔZ . δυνάται δὲ καὶ ἡ ΘH ἴσον τῷ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τε τᾷς M καὶ τᾷς BH , ἐπεὶ κάθετός
 ἐστὶν ἡ ΘH ἐπὶ τὴν διάμετρον. ἔχοι οὖν καὶ τὸ τε-
 20 τράγωνον τὸ ἀπὸ τᾷς AZ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ
 τᾷς ΘH τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἡ N ποτὶ τὴν M , ἐπεὶ
 ἴσαι ὑπέκειντο αἱ ΔZ , BH . ἔχει δὲ τὸ ἀπὸ τᾷς AZ

1. $\Theta\Gamma$] $B\Gamma$ F; corr. BC. 13. N] M F; corr. Torellina.
 19. ἔχοι οὖν κα] scripsi; εχοι και F, vulgo; ἔχει καί Torellina.
 20. τᾷς] του per comp. F.

perpendicularis ad diametrum sectionis conici recti sit. sumatur autem linea, cui parallelae lineae sectione ductae quadratae aequales sunt [spatiis ipsa linea et ea parte diametri comprehensis, quam a sectione ducta ad uerticem uersus abscindit]¹⁾, quae duplo maior est linea [a uertice sectionis] ad diametrum conici ducta²⁾, et sit ea, in qua est littera Δ et ab A linea AK ad ΔZ perpendicularis ducatur. iam quoniam ΔZ diametrus est segmenti, linea ΔZ in puncto Z in duas partes aequales secatur, et ΔZ diametro sectionis conici rectanguli³⁾ parallela est. enim omnes lineae lineae AE parallelas in duas partes aequales secat. itaque, sit $AZ^2 : AK^2 = N : M$. lineae a sectione ad lineam ΔZ ductae lineae AE parallelae quadratae aequales sunt spatiis lineae aequali adplicatis latitudinem habentibus eas lineas, quae ipsae a ΔZ ad punctum A uersus abscindunt. hoc enim in conicis demonstratum est.⁴⁾ itaque

$$AZ^2 = N \times \Delta Z.$$

etiam $\Theta H^2 = M \times BH$, quoniam ΘH ad diametrum perpendicularis est [et linea M parametrum; in u. Apollon. con. I, 11]. itaque

$$AZ^2 : \Theta H^2 = N : M,$$

quia ex hypothesi $\Delta Z = BH$. sed etiam

$$AZ^2 : AK^2 = N : M.$$

1) H. e. parametrum parabolae $\Gamma B \Theta$.

2) Quia antiquiores geometrae parabolam ita efficiebant, ut conum rectum et rectangulum plano lateri conici parallelo secarent.

3) H. e. axi. cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 44; p. 51 nr. 14.

4) H. e. N linea parametrum est, si diametrus est ΔZ . cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXV p. 52 nr. 15.

τετράγωνον καὶ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς AK τὸν αὐτὸν λόγον,
 ὃν ἂν N ποτὶ τὰν M . ἴσαι ἄρα ἐντὶ αἱ ΘH , AK ,
 ἐντὶ δὲ ἴσαι καὶ αἱ BH , ΔZ . ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ
 τῶν ΘH , BH περιεχόμενον τῷ ὑπὸ τῶν AK , ΔZ ,
 ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΘHB τρίγωνον τῷ ΔAZ τρι-
 γώνῳ· ὥστε καὶ τὰ διπλάσια. ἔστι δὲ τοῦ μὲν ADB
 τριγώνου ἐπίτριτον τὸ ADE τμήμα, τοῦ δὲ ΘBG τρι-
 γώνου ἐπίτριτον τὸ ΘBG τμήμα. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ
 τμήματά ἐστιν ἴσα καὶ τὰ τρίγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς
 10 αὐτά. εἰ δὲ μηδετέρα τῶν τὰ τμήματα ἀποτεμνουσῶν
 ποτ' ὀρθὰς ἐντὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου
 κώνου τομᾶς, ἀπολαφθείσας ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς
 τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἴσας τῇ διαμέτρῳ τῇ
 τοῦ ἐνὸς τμήματος καὶ ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς ἀπο-
 15 λαφθείσας ποτ' ὀρθὰς ἀχθείσας τῇ διαμέτρῳ, τὸ γε-
 νόμενον τμήμα ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων ἴσον ἐκδεύεται.
 δῆλον οὖν ἐστὶ τὸ προτεθέν.

δ'.

Πᾶν χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου
 20 τομᾶς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τῇ
 μείζονι διαμέτρῳ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τοῦ
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂν ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποτὶ
 τὰν μείζω, τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

ἔστω γὰρ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, ἐφ' ἧς τὰ A , B ,
 25 Γ , Δ , διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἂν μὲν μείζων ἔστω, ἐφ' ἧς

7. τμήμα F; corr. Torellius; item lin. 8. 9. τμήματα F;
 corr. Torellius, ut etiam, lin. 10. 11. διαμέτρῳ] μης F; corr.
 ed. Basil. 12 διαμέτρου] μετα F; corr. Torellius. latet in
 his compendium aliquod vocabuli διάμετρος. 13. τῇ τοῦ]
 scripsi; τας τοῦ F, vulgo. 18. ε' Torellius. 21. τᾶς] τᾶ
 F; corr. Torellius. τομᾶς] τομα F; corr. Torellius. 23

quare $\Theta H = AK$ [Eucl. V, 9]. sed etiam $\Delta Z = BH$.
quare erit

$$\Theta H \times BH = AK \times \Delta Z.$$

quare etiam $\Theta HB = \Delta AZ^1$), et etiam dupla [quare
 $\Theta B = \Delta EA$].²⁾ sed segmentum $A\Delta E$ tertia parte
minus est triangulo $A\Delta E$, et segmentum $\Theta B\Gamma$ trian-
gulo $\Theta B\Gamma$ [τετραγ. παραβ. propp. 17 et 24]. adparet
itur, et segmenta et triangula iis inscripta aequa-
re esse.

sin neutra linearum segmenta abscindentium ad
diametrum sectionis coni rectanguli perpendicularis
est, abscisa a diametro sectionis coni rectanguli linea
diametro alterius segmenti aequali, et a termino lineae
abscisae linea ab diametro perpendiculari ducta seg-
mentum inde ortum utrique segmento aequale erit.
adparet igitur, quod propositum est [Eucl. I κοιν. ἐνν. 1].

IV.

Quoduis spatium sectione coni acutianguli com-
prehensum ad circulum diametrum maiori diametro
sectionis coni acutianguli aequalem habentem eandem
rationem habet, quam minor diametrus ad maiorem,
quae est diametrus circuli.

sit enim sectio coni acutianguli, in qua sint lit-
erae A, B, Γ, Δ , diametrus autem maior sit linea, in

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., litt. Abth. XXIV p. 179 nr. 7.

2) Nam $EZ = ZA$, et altitudo eadem est. quare
 $\Delta EA = 2\Delta AZ$.

ταύτην] scripsi; ποτε των F, vulgo; τουτέστι ποτε τάν ed. Basil.,
Torellius; „quae est circuli diametros“ Cr.

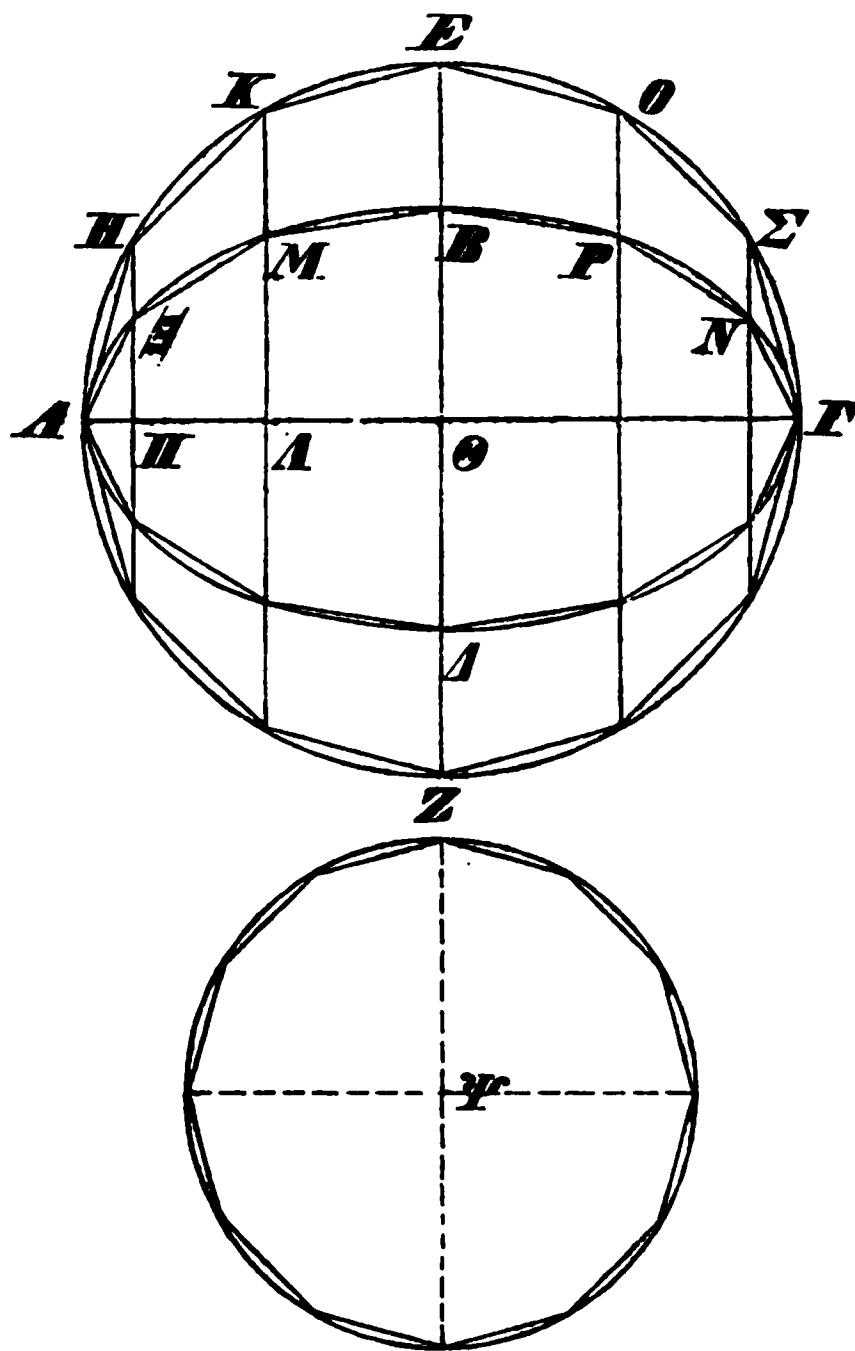
τὰ A, Γ , ἃ δὲ ἐλάσσων, ἐφ' ἃς τὰ B, Δ · ἔστω δὲ κύκλος περὶ διάμετρον τὰν AG . δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς ποτὶ τὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ $B\Delta$ ποτὶ τὰν ΓA , τουτέστι τὰν EZ . ὃν δὴ λόγον ἔχει ἃ $B\Delta$ ποτὶ τὰν EZ , τοῦτον ἔχεται ὁ κύκλος, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ποτὶ τὸν $AE\Gamma Z$ κύκλον. λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Ψ κύκλος τῷ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ.

10

15

20

25



εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσος ὁ Ψ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατόν δὲ ἐστὶν εἰς τὸν Ψ κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι ἀρτιόγωνον μείζον τοῦ $AB\Gamma\Delta$ χωρίου. νοεῖσθω δὲ ἐγγεγραμμένον. ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εἰς τὸν $AE\Gamma Z$ κύκλον εὐθύγραμμον ὁμοῖον τῷ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένῳ, καὶ

8. τᾶ] τη F; corr. Torellius.
15. δέ] scripsi; δη F, vulgo.

16. μείζον F; corr. Torellius.

ae sunt A, Γ , minor autem ea, in qua B, Δ . sit
 item circulus, circum diametrum $A\Gamma$ descriptus. de-
 monstrandum est, spatium sectione conici acutianguli
 comprehensum ad circulum eandem habere rationem,
 quam $B\Delta : \Gamma A$, hoc est $B\Delta : EZ$. iam circulus, in quo
 littera Ψ , ad circulum $A\Gamma Z$ eam habeat ratio-
 nem, quam $B\Delta : EZ$. dico, circulum Ψ aequalem esse
 sectioni conici acutianguli.

nam si circulus Ψ spatio sectione conici acutian-
 guli comprehenso aequalis non est, sit prius, si fieri
 potest, maior. potest igitur fieri, ut circulo Ψ in-
 scribatur polygonum [aequilaterum], cuius anguli pa-
 ra sunt numero, maius spatio $AB\Gamma\Delta$.¹⁾ fingatur igitur
 inscriptum. et etiam circulo $A\Gamma Z$ inscribatur
 figura rectilinea, polygono circulo Ψ inscripto similis,
 ab angulis eius lineae ad $A\Gamma$ diametrum perpen-

1) Nam fieri potest, ut circulo Ψ inscribatur polygonum (p),
 ut spatia relictæ minora sint eo spatio, quo Ψ spatium
 $AB\Gamma\Delta$ excedit; n. de sph. et cyl. I, 6 p. 24. erit igitur:

$$\Psi - p < \Psi - AB\Gamma\Delta : p > AB\Gamma\Delta.$$

ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ καθέτοι ἄχθωσαν ἐπὶ τὰν $ΑΓ$
 διάμετρον, ἐπὶ δὲ τὰ σαρμεῖα, καθ' ἃ τέμνοντι αἱ καθέτοι
 τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶν, εὐθείαι ἐπεξεύχθη-
 σαν. ἐσσεῖται δὴ τι ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ
 5 ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον, καὶ ἔξει αὐτὸ ποτὶ τὸ
 εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῇ $ΑΕΓΖ$ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ $ΒΔ$ ποτὶ τὰν $ΕΖ$. ἐπεὶ γὰρ
 αἱ $ΕΘ$, $ΚΔ$ καθέτοι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τετμήνται
 κατὰ τὰ $Μ$, $Β$, δῆλον, ὅτι τὸ $ΔΕ$ τραπέζιον ποτὶ τὸ
 10 $ΘΜ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ $ΘΕ$ ποτὶ τὰν $ΒΘ$.
 διὰ ταῦτά δὲ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων ἕκαστον τῶν
 ἐν τῇ κύκλῳ ποθ' ἕκαστον τῶν τραπεζίων τῶν ἐν τῇ
 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
 ἂ $ΕΘ$ ποτὶ τὰν $ΒΘ$. ἔχοντι δὲ καὶ τὰ τρίγωνα τὰ
 15 ποτὶ τοῖς $Α$, $Γ$ τὰ ἐν τῇ κύκλῳ ποτὶ τὰ ἐν τῇ τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ τοῦτον τὸν λόγον. ἔξει οὖν
 καὶ ὅλον τὸ εὐθύγραμμον τὸ ἐν τῇ $ΑΕΓΖ$ κύκλῳ
 ἐγγεγραμμένον ποτὶ ὅλον τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμ-
 μον ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ τὸν αὐτὸν λό-
 20 γον, ὃν ἂ $ΕΖ$ ποτὶ τὰν $ΒΔ$. ἔχει δὲ τὸ αὐτὸ εὐθύ-
 γραμμον καὶ ποτὶ τὸ ἐν τῇ $Ψ$ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον
 τοῦτον τὸν λόγον, διότι καὶ οἱ κύκλοι τοῦτον εἶχον
 τὸν λόγον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ εὐθύγραμμον το ἐν
 τῇ $Ψ$ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον τῇ εὐθυγράμμῳ τῇ ἐν
 25 τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ ἐγγεγραμμένῳ· ὅπερ
 ἀδύνατον. μείζον γὰρ ἦν ὅλου τοῦ περιεχομένου χω-
 ρίου ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς.

2. τέμνοντι] scripsi; τεμνονται F, vulgo. 4 δὴ] scripsi.
 δε F, vulgo. τι] τι εὐθύγραμμον ed Basil., Torellius ego
 εὐθύγραμμον lin 5. post ἐγγεγραμμένον addere malui (om F,
 vulgo). 5. αὐτό] scripsi; το αὐτο F, vulgo. litteras H, A. O.
 P, Σ (Ε?), Ν in figura cum F addidi; Π ipse addidi. 9 τὸ ΘΜ,

diculares ducantur, et ad puncta, in quibus lineae perpendiculares sectionem conici acutianguli secant, lineae ducantur. erit igitur figura quaedam rectilinea sectioni conici acutianguli inscripta, et habebit ad figuram rectilineam circulo $AETZ$ inscriptam eandem rationem, quam $B\Delta : EZ$. nam quoniam $E\Theta$, $K\Lambda$, lineae perpendiculares eadem proportionem in punctis M , B sectae sunt, adparet, trapezium AE ad ΘM eam habere rationem, quam $\Theta E : B\Theta$.¹⁾ eadem de causa etiam cetera trapezia singula, quae in circulo sunt, ad singula trapezia, quae in sectione conici acutianguli sunt, eam habent rationem, quam $E\Theta : B\Theta$. sed etiam triangula ad puncta A , Γ in circulo posita ad triangula in sectione conici acutianguli posita eandem rationem habent.²⁾ itaque etiam tota figura rectilinea circulo $AETZ$ inscripta ad totam figuram sectioni conici acutianguli inscriptam eam rationem habet, quam $EZ : B\Delta$.³⁾ sed eadem figura etiam ad figuram circulo Ψ inscriptam hanc rationem habet, quoniam etiam circuli hanc rationem habebant [Eucl. V, 16].⁴⁾ itaque figura circulo Ψ inscripta figurae sectioni conici acutianguli inscriptae aequalis est [Eucl. V, 9]. quod fieri non potest. maior enim erat toto spatio sectione conici acutianguli comprehenso.

1) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11.

2) Habent enim rationem, quam $\Pi H : \Pi \Xi$, quae aequalis est $E\Theta : B\Theta$.

3) $\epsilon\upsilon\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ καὶ συνθέντι καὶ $\epsilon\upsilon\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$; tum quia

$EZ = 2E\Theta$, $B\Delta = 2B\Theta$.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 13.

$\tau\alpha \Theta MF$; corr. Torellius. 13. $\epsilon\chi\omega\nu\tau\iota$ F, uulgo; corr. Torellius.

15. $\tau\tilde{\alpha}$] Torellius; $\tau\eta$ F, uulgo. 20. $\alpha\nu\tau\omicron \tau\omicron$ F; corr. Torellius.

ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν δὴ δυνα-
 τὸν εἰς τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐγγράψαι
 πολύγωνον ἀρτιόπλευρον μείζον τοῦ Ψ κύκλου. ἐγγε-
 γράφθω οὖν, καὶ ἀπὸ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ καθέτοι
 5 ἀχθείσαι ἐπὶ τὰν ΑΓ ἐκβεβλήσθωσαν ποτὶ τὰν τοῦ
 κύκλου περιφέρειαν. πάλιν οὖν ἴσσεύεται τι ἐν τῷ
 ΑΕΓΖ κύκλῳ εὐθύγραμμον ἐγγεγραμμένον, ὃ ἔχει
 ποτὶ τὸ ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμ-
 μένον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂν ΕΖ ποτὶ τὰν ΒΔ. ἐγ-
 10 γραφέντος δὴ καὶ εἰς τὸν Ψ κύκλον ὁμοίου αὐτῷ
 δειχθήσεται τὸ ἐν τῷ Ψ κύκλῳ ἐγγεγραμμένον ἴσον
 εἶναι τῷ ἐν τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἔστιν οὖν οὐδὲ ἐλάσσων
 ὁ Ψ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῆς
 15 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἰ-
 σουμενὸν χωρίον ποτὶ τὸν ΑΕΓΖ κύκλον τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὃν ἂν ΒΔ ποτὶ τὰν ΕΖ.

ε'.

Πᾶν χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου
 20 τομᾶς ποτὶ πάντα κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς τοῦ ὀξυγω-
 νίου κώνου τομᾶς ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου δια-
 μέτρου τετράγωνον.

ἔστω γάρ τι χωρίον περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου
 25 κώνου τομᾶς, ἐν ᾧ τὸ Χ. διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τῆς
 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς αἱ ΑΓ, ΒΔ, μείζων δὲ

3. πολυγωνων F. 6. τι] τη FBC*. 7. ΑΕΓΖ] scripta;
 ΔΕ F, vulgo; ΑΕ Torellina. 8. τό] Torellina; ταν F, vulgo.
 ἐγγεγραφέντος] scripta; ἐγγεγραφετος F, vulgo. 18. ε' To-
 rellina.

sed, si fieri potest, minor sit [circulus Ψ]. rursus
 fieri potest, ut sectioni conici acutianguli inscri-
 batur polygonum [aequilaterum], cuius latera paria
 sunt numero¹⁾, maius circulo Ψ .²⁾ inscribatur igitur,
 lineae ab angulis eius ad AI perpendiculares duc-
 tae producantur ad ambitum circuli. rursus igitur circulo
 AEI figura rectilinea inscripta erit, quae ad figuram
 sectioni conici acutianguli inscriptam eam rationem
 habebit, quam $EI : BA$ [p. 310, 5 sq.]. si igitur
 in circulo Ψ inscribitur figura ei similis, figura
 circulo Ψ inscripta demonstrabitur aequalis esse figurae
 sectioni conici acutianguli inscriptae [p. 310, 16 sq.].
 sed fieri non potest.³⁾ itaque circulus Ψ ne minor
 est spatio sectione conici acutianguli comprehenso.
 patet igitur, hoc spatium ad circulum AEI eam
 rationem habere, quam $BA : EI$.⁴⁾

V.

Quodvis spatium sectione conici acutianguli com-
 prehensum ad quemvis circulum eam rationem habet,
 quam rectangulum diametris sectionis conici acutianguli
 comprehensum ad quadratum diametri circuli.

sit enim spatium aliquod sectione conici acutianguli
 comprehensum, in quo sit littera X . diametri autem
 sectionis conici acutianguli sint AI , BA , maior autem

1) Debat esse: cuius laterum numerus per quattuor di-
 uidi possit; ita etiam p. 308, 19 dictum esse oportuit.

2) Hoc fieri posse, eodem modo intellegitur, quo in circulo
 demonstrauimus p. 309 not. 1.

3) Nam circulus Ψ , figura inscripta maior, minor est figura
 ipsi inscripta.

4) Proprie hoc adpatet, figuram ellipsi comprehensam
 equalem esse circulo Ψ ; tum u. p. 308, 4 et Eucl. V, 7.

ἅ $ΑΓ$. καὶ κύκλος ἔστω, ἐν ᾧ τὸ $Ψ$, διάμετρος αὐτοῦ ἅ $ΕΖ$. δεικτέον, ὅτι τὸ $Χ$ χωρίον ποτὶ

κύκλον τὸν ἔχει λόγον, περιεχόμενον τὰν $ΑΓ$, $ΒΔ$ πᾶν ἀπὸ τῆς $ΕΖ$ γωνιον.

περιγεγράφει κύκλος περὶ τὸν τὰν $ΑΓ$. $Χ$ χωρίον ποτὶ κύκλον, οὗ διάμετρος ἅ $ΑΓ$, τὸν ἔχει λόγον, περιεχόμενον τὰν $ΑΓ$, $ΒΔ$ πᾶν ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ γωνιον. δεδείκται ἔχον, ὃν ἅ $ΒΔ$

τὰν $ΑΓ$. ἔχει δὲ καὶ ὁ κύκλος, οὗ διάμετρος ἅ $ΑΓ$, ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ διάμετρος ἅ $ΕΖ$, τὸν αὐτὸν ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΖ$ τετράγωνον. οὖν, ὅτι τὸ $Χ$ χωρίον ποτὶ τὸν $Ψ$ κύκλον αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΓ$, $ΒΔ$ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΕΖ$ τετράγωνον.

ς'.

Τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου μᾶς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἄλλαλα, ὃν τὰ

1. τό] om. F; corr. B. 23. τᾶς] (alt.) της F. 27. ζ'

AG . et sit circulus, in quo sit littera Ψ , et diameter eius EZ . demonstrandum est, esse

$$X : \Psi = AG \times BA : EZ^2.$$

circumscribatur igitur [circum spatium X] circulus, cum diametrum AG descriptus. habebit igitur spatium X ad circulum, cuius diameter est AG , eandem rationem, quam habet $AG \times BA : AG^2$. nam demonstratum est, spatium X ad circulum, cuius diameter est AG , eam habere rationem, quam $BA : AG$ [prop. 4]. etiam circulus, cuius diameter est AG , ad circulum, cuius diameter est EZ , eam rationem habet, quam $AG^2 : EZ^2$ [Eucl. XII, 2]. adparet igitur, esse $\Psi = AG \times BA : EZ^2$ [Eucl. V, 22].

VI.

Spatia sectione conii acutianguli comprehensa eam per se rationem habent, quam rectangula diametris

28. τομᾶν Torellius.
corr. ed. Basil.

29. ποτ' ἄλλαλα] ποτι τα αλλα

εχόμενα ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶν τῶν ὀξυγωνίων τομᾶν ποτ' ἄλλαλα.

- ἔστω περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου 1
 μᾶς, ἐν οἷς τὰ A , B . ἔστω δὲ καὶ τὸ μὲν
 5 εχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου τομᾶς τᾶς περιεχούσας τὸ A χωρίον, 1
 περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων τᾶς ἐτέρας
 δεικτέον, ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τ
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ EZ .
 10 λελάφθω δὴ κύκλος τις, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ἀπὸ
 διαμέτρου αὐτοῦ τετράγωνον ἔστω τὸ $ΚΑ$.
 τὸ μὲν A χωρίον ποτὶ τὸν Ψ κύκλον τὸν
 γον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ $ΚΑ$, ὁ δὲ Ψ κύκλος
 B χωρίον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ $ΚΑ$ ποτὶ
 15 δῆλον οὖν, ὅτι τὸ A χωρίον ποτὶ τὸ B τ
 ἔχει λόγον, ὃν τὸ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὸ EZ .

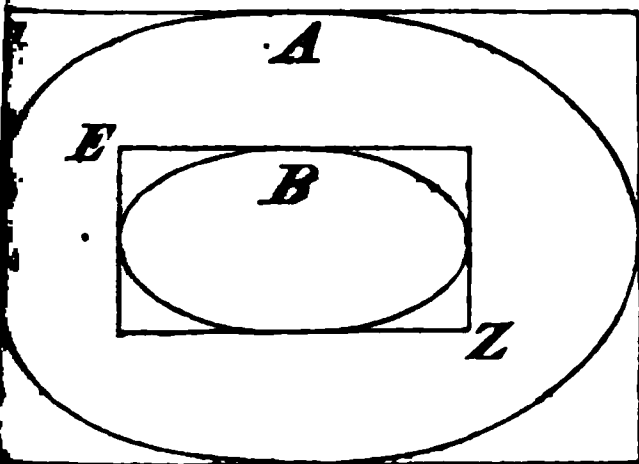
ΠΟΡΙΣΜΑ.

- Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι τὰ περιεχόμενα
 ὑπὸ ὁμοίαν ὀξυγωνίων κώνων τομᾶν τὸν
 20 γον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει
 λάλας αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι τᾶν τομᾶν.

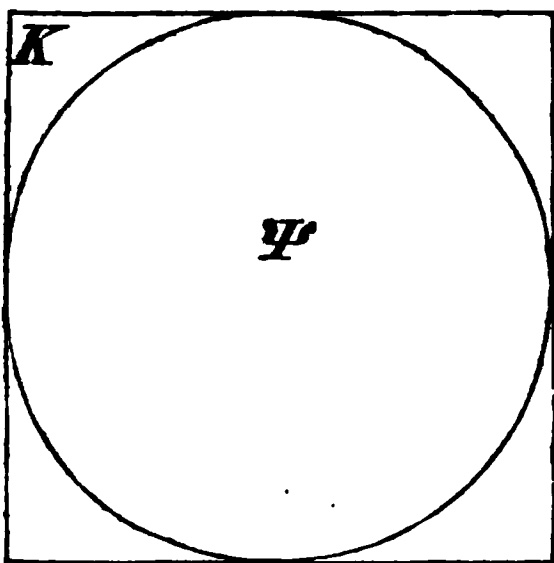
1. τᾶν τῶν ὀξυγωνίων κώνων] scripsi cum marg
 sil.; τμαμα των οξυγωνιων κωνων F, vulgo; τᾶν τοῦ
 κώνου Torellius. 3. τομᾶν Torellius. 5. τᾶς] τα F
 11. $ΚΑ$] $ΚΑ$ F. δῆ] scripsi; δε F, vulgo. 17. [] m
 εχωντι bis F; corr. BV.

tionum conorum acutiangulorum comprehensa inter
habent.

sint spatia sectione cono acutianguli comprehensa,



in quibus sint litterae A, B . rectangulum autem $\Gamma\Delta$ diametris contineatur sectionis cono acutianguli, quae A spatium comprehendit, rectangulum autem EZ



Δ contineatur diametris alterius sectionis. demonstrandum est, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$.

sumatur igitur circulus aliquis, in quo sit littera Ψ , et in diametro eius construatur

Δ quadratum $K\Delta$. erit

itur $A : \Psi = \Gamma\Delta : K\Delta$ [prop. 5], et etiam

$\Psi : B = K\Delta : EZ$ [prop. 5; Eucl. V, 16].

adparet igitur, esse $A : B = \Gamma\Delta : EZ$ [Eucl. V, 22].

COROLLARIUM.

Hinc autem adparet, spatia sectionibus conorum acutiangulorum similibus comprehensa eandem inter se habere rationem, quam quadrata diametrorum sectionum, quae sibi respondeant.¹⁾

1) Nam similes ellipses eae sunt, quarum qui sibi respondeant axes proportionales sint.

ξ'.

Ὁξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας ὀρθᾶς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ
 5 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, δυνατόν ἐστι κώνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας. οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ δοθείσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

δεδόσθω τις ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, καὶ ἀπὸ τοῦ
 10 κέντρου αὐτᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἀνεστακούσα ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ. διὰ δὲ τᾶς ἀνεστακούσας εὐθείας καὶ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου ἐπίπεδόν τι ἐκβεβλήσθω, καὶ ἔστω ἐν αὐτῷ ἡ μὲν ἐλάσσων διάμετρος ἡ AB , τὸ δὲ κέντρον τᾶς
 15 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ Δ , ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακούσα ὀρθὰ ἡ $\Gamma\Delta$, πέρας δὲ αὐτᾶς τὸ Γ ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ νοείσθω περὶ διάμετρον τὴν AB γεγραμμένα ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὴν $\Gamma\Delta$. δεῖ δὴ κώνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ
 20 σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

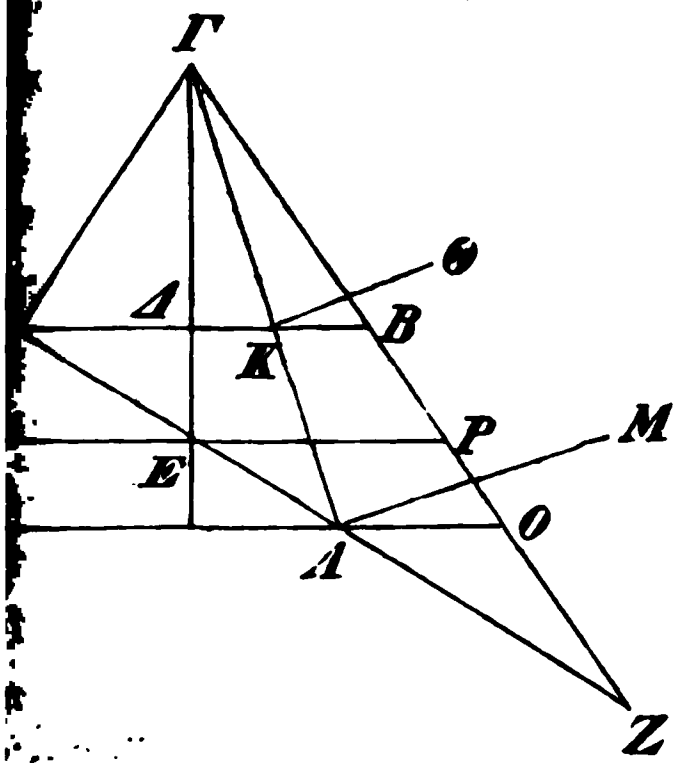
ἀπὸ δὴ τοῦ Γ ἐπὶ τὰ A, B εὐθεῖαι ἀχθείσαι ἐκβεβλήσθων, καὶ ἀπὸ τοῦ A διάχθω ἡ AZ , ὥστε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν AE, EZ ποτὶ τὸ τετράγωνον
 25 τὸ ἀπὸ τᾶς $E\Gamma$ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἡμισείας τᾶς μείζονος διαμέ-

1. ἡ Torellius. 6. εὐθείας] repetit F. 9. κώνου] om F; corr. B. 22. δὴ] Torellius; δε F, vulgo. εὐθείαι ἀχθείσαι ἐκβεβλήσθων] scripsi; εὐθεῖαι ἀχθείσαι ἐκβεβλήσθων F, vulgo 24. τῶν] τῶν per comp F; corr. Torellius. 25. ἔχει F; corr. Torellius. 26. ἡμισείας τᾶς] scripsi; τᾶς om F, vulgo.

VII.

sectione conici acutianguli et linea a centro
conici acutianguli erecta perpendiculari ad pla-
quo est sectio conici acutianguli, fieri potest,
iatur conus uerticem habens terminum lineae
in cuius superficie sit data sectio conici acu-

sit sectio coni acutianguli et linea a centro
perpendicularis erecta ad planum, in quo est



sectio coni acuti-
anguli. et per li-
neam erectam dia-
metrumque mino-
rem ducatur pla-
num, et in eo sit
diametrus minor
 AB , et centrum
sectionis coni
acutianguli Δ , et
linea a centro
perpendicularis

¶ *Et terminus eius Γ . sectio autem conii acutian-*
gatur circum diametrum AB descripta in plano
lineam perpendiculari. oportet igitur conum
habet verticem habentem punctam Γ , in cuius super-
ficie sectio conii acutianguli sit.

Æne igitur a Γ puncto ad puncta A, B ductae
 antur, et ab A puncto ducatur linea AZ , ita
 p $AE \times EZ : E\Gamma^2$ aequalis sit rationi, quam
 quadratum dimidia^e diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$.
 item fieri potest, quoniam

τρου ποτὶ τὸ ἀπὸ $\Delta\Gamma$ τετράγωνον. δυνατόν δὲ
 ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ
 $ΑΔ$, $ΔΒ$ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$
 γωνον. ἀπὸ δὲ τῆς AZ ἐπίπεδον ἀνεστακέντω
 5 ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $ΑΓ$, AZ . ἐν
 ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον
 AZ , καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κῶνος ἔστω κα-
 ἔχων τὸ Γ σαρμεῖον. ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 τούτου δειχθῆσεται ἔουσα ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κῶνος
 10 εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου,
 καὶ ὡν, εἴμην τι σαρμεῖον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου
 τομῆς, ὃ μὴ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κῶνου. νῦν
 δὴ τι σαρμεῖον λελαμμένον ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου
 νου τομῆς τὸ Θ , ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ
 15 κῶνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἡ ΘK ἐπὶ
 AB . ἰσσεύεται δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον
 ᾧ ἐντι αἱ $ΑΓ$, ΓZ . ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπὶ τὸ K
 ἄχθεισα ἐκβεβλήσθω, συμπιπτέτω δὲ αὐτὰ τῇ AZ
 τὸ A , καὶ ἀπὸ τοῦ A ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τῇ $Z A$
 20 ἐν τῷ κύκλῳ τῷ περὶ τὰν AZ . τὸ δὲ M νῦν
 μετέωρον ἐπὶ τῆς περιφερείας αὐτοῦ. ἄχθω
 παρὰ τὰν AB διὰ μὲν τοῦ A ἡ ΞO , διὰ δὲ
 ἡ ΠP . ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὑπὸ τῶν EA , EZ περι-
 νου ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$ τετράγωνον τὸν αὐτὸν
 25 λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς μείζονος δια-
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $E\Gamma$ ποτὶ
 τὰν EP , EP , ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta\Gamma$ ποτὶ τὸ ὑπὸ

1. δέ] *supra scriptum manu 1 F.* 2. μείζω *F.*
 AB *F*; *corr. B.* 5. ἐντι] *εντη F.* 8. δὴ *scripsi*
vulgo. 9. ονσα *F, vulgo.* ὀξυγωνιον *F.* 10. γὰρ]
om. F, vulgo; „nam si non“ *Cr.* 13. δὴ] *scripsi; δε F,*
„itaque“ Cr. 17. ΓAZ *ed. Basil, Torellins.* 18. δέ]

$$AE \times EZ : E\Gamma^2 > A\Delta \times \Delta B : \Delta\Gamma^2.^1)$$

Ex quo a linea AZ planum erigatur perpendicularare ad
planum, in quo sunt lineae $A\Gamma$, AZ . in hoc autem
plano circulus describatur circum diametrum AZ , et
ex hoc circulo conus construatur uerticem habens
in puncto Γ . iam demonstrabimus, in huius conici super-
ficie esse sectionem [datam] conici acutianguli.

Et nam si in superficie conici non est, necesse est esse
punctum aliquod in sectione conici acutianguli, quod
non sit in conici superficie. fingatur igitur punctum ali-
quod Θ sumptum in sectione conici acutianguli, quod
in superficie conici non sit, et a Θ puncto ducatur linea
 ΘK ad lineam AB perpendicularis. haec igitur ad
planum, in quo lineae $A\Gamma$, ΓZ sunt, perpendicularis
erit [Eucl. XI def. 4]. a puncto Γ autem ad K linea
recta producatur, et lineae AZ in puncto A incidat,
et a puncto A ad lineam ZK perpendicularis ducatur
linea AM in circulo circum diametrum AZ descripto.
In autem punctum fingatur sublime in ambitu eius.
ducatur autem praeterea lineae AB parallela per A
in punctum linea ΞO , per E autem linea ΠP . iam quo-
modo $EA \times EZ : E\Gamma^2$ eandem rationem habet, quam
quadratum dimidiaei diametri maioris ad $\Delta\Gamma^2$ [ex hy-
pothesi], et $E\Gamma^2 : E\Pi \times EP = \Delta\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B^2)$,

1) Quo modo Archimedes hanc condicionem inuenerit, ne-
scimus; ueram eam esse, ostendit Nizze p. 162—63.

2) Est enim $E\Gamma : E\Pi = \Delta\Gamma : A\Delta$ (Zeitschr. f. Math., hist.
Abth. XXIV p. 178 nr. 4) $\therefore E\Gamma^2 : E\Pi^2 = \Delta\Gamma^2 : A\Delta^2$; sed
 $E\Pi^2 = E\Pi \times EP$, et $A\Delta^2 = A\Delta \times \Delta B$.

¶ F, uulgo. 19. $\alpha\chi\theta\omega$] $\alpha\nu\epsilon\sigma\tau\alpha\kappa\acute{\epsilon}\tau\omega$? 26. $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$ $\tau\acute{\alpha}\nu$] scripsi;
om. F, uulgo*; $\acute{\upsilon}\pi\acute{o}$ ed. Basil., Torellius.

$ΑΔ, ΔΒ$, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΕ, ΕΖ$
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΠΕ, ΕΡ$, ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ
 τῆς ἡμισείας τῆς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν
 $ΑΔ, ΔΒ$. ἔστιν δέ, ὥς μὲν τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΕ, ΕΖ$
 5 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΕΠ, ΕΡ$, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΑ, ΑΖ$
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΞ, ΑΟ$. ὥς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς ἡμι-
 σείας τῆς μείζονος διαμέτρου ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΔ,$
 $ΔΒ$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ
 τῶν $ΑΚ, ΚΒ$. τὸν αὐτὸν ἄρα ἔχει λόγον τὸ ὑπὸ τῶν
 10 $ΑΑ, ΑΖ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΞΑ, ΑΟ$, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς
 $ΘΚ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΚ, ΚΒ$. ἔχει δὲ
 καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΞΑ, ΑΟ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετρά-
 γωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ $ΑΚ, ΚΒ$ ποτὶ τὸ
 ἀπὸ τῆς $ΚΓ$ τετράγωνον. ἔχει ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΑ,$
 15 $ΑΖ$ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΓΑ$ τετράγωνον
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 $ΚΓ$. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν $ΑΑ, ΑΖ$ περιεχομένῳ ἴσον ἐστὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΜ$ τετράγωνον· ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ τῳ
 περὶ τῶν $ΑΖ$ κάθετος ἄχθῃ ἡ $ΑΜ$. τὸν αὐτὸν ἄρα
 20 ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΜ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς $ΑΓ$, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΚΓ$.
 ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐστὶν τὰ $Γ, Θ, Μ$ σαρμεῖα. ἡ δὲ
 $ΓΜ$ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν, ὅτι
 καὶ τὸ $Θ$ σαρμεῖον ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται τοῦ κώ-
 25 νου. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. οὐκ ἄρα ἐστὶ σαρμεῖον
 οὐδὲν ἐπὶ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, ὃ οὐκ
 ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ προειρημένου κώνου. ὅλα

1. $ΔΒ$] $ΑΒ$ F; corr. B, Cr. 3. τῆς μείζονος] Torellius:
 τῆς μείζονος F, vulgo. 4. $ΕΖ$] $ΕΓ$ F; corr. Torellius 6
 $ΑΞ$] $ΑΞ$ F. 8. $ΔΒ$] $ΑΒ$ F; corr. B, Cr. 10. $ΞΑ$] $ΖΑ$ F
 13. ὑπὸ] ὑπὸ τῶν B, ed. Basil., Torellius. 19. ἄρα] om. F;
 corr. Torellius. 25. ὑπέκειτο Torellius.

et $AE \times EZ : \Pi E \times EP$ eandem rationem, quam
dratum dimidiae diametri maioris ad $AA \times AB$
[cl. V, 22]. est autem

$$E \times EZ : E \Pi \times EP = AA \times AZ : A\Xi \times AO.^1)$$

ut quadratum dimidiae diametri maioris ad

$$AA \times AB,$$

est $\Theta K^2 : AK \times KB$ [Apollon. I, 21]. itaque erit

$$AA \times AZ : \Xi A \times AO = \Theta K^2 : AK \times KB.$$

etiam

$$\Xi A \times AO : \Gamma A^2 = AK \times KB : K\Gamma^2.^2)$$

re

$$AA \times AZ : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

$AA \times AZ = AM^2$; linea enim AM in semicir-
culo circum AZ descripto perpendicularis est [tum u.
Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16].

igitur

$$\Gamma^2 : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [hoc est } AM : \Gamma A = \Theta K : K\Gamma].$$

ne in eadem linea posita sunt puncta Γ, Θ, M .³⁾

linea ΓM in superficie coni est [Apollon. I, 1].

aret ergo, etiam punctum Θ in superficie coni esse.

posuimus autem, non esse. itaque nullum punctum

in sectione coni acutianguli, quod in superficie

1) Nam cum $\Pi E \neq \Xi A$, erit (p. 321 not. 2)

$$AE : E \Pi = AA : A\Xi,$$

tum $AO \neq EP$, erit etiam (ibid.) $EZ : EP = AZ : AO$. tum
multiplicando inuenitur proportio, quam quaerimus.

2) Nam $\Gamma A : \Xi A = \Gamma K : AK$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth.
IV p. 178 nr. 4) et $\Gamma A : AO = \Gamma K : KB$. itaque multipli-
cando $\Gamma A^2 : \Xi A \times AO = \Gamma K^2 : AK \times KB$; tum $\epsilon\nu\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\xi$ (Eucl.
16).

3) Nam ΓAM triangulum est, in quo transversalis est $K\Theta$,
ex proportione illa $AM : \Gamma A = \Theta K : \Gamma K$ sequitur (cfr. not. 2).

οὖν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ
ἐστὶν τοῦ αὐτοῦ κώνου.

ἦ'.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς μὴ
5 ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυ-
γωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἐστὶν ὀρθὸν ἀν-
εστακὸς διὰ τᾶς ἐτέρας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπίπεδον,
ἐν ᾧ ἐστὶν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, δυνατόν
ἐστι κῶνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀν-
10 εστακούσας εὐθείας, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ δο-
θεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ.

ἔστω δὴ διάμετρος μὲν τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
τομᾶς ἃ BA , κέντρον δὲ τὸ Δ , καὶ ἃ $\Delta\Gamma$ ἀπὸ τοῦ
κέντρου ἀνεστακούσα, ὡς εἰρήται. ἃ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου
15 κώνου τομὰ νοείσθω περὶ διάμετρον τὰν AB ἐν ἐπι-
πέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $AB, \Gamma\Delta$.
δεῖ δὴ κῶνον εὐρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ Γ σάμελον,
οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
τομὰ.

20 οὐ δὴ ἐντι ἴσαι αἱ $A\Gamma, \Gamma B$, ἐπεὶ ἃ $\Gamma\Delta$ οὐκ ἐστὶν
ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου
κώνου τομὰ. ἔστω οὖν ἴσα ἃ $E\Gamma$ τᾷ ΓB . ἃ δὲ N
εὐθεῖα ἴσα ἔστω τᾷ ἡμισείᾳ τᾶς ἐτέρας διαμέτρου, ἣ
ἐστὶ συζυγὴς τᾷ AB . καὶ διὰ τοῦ Δ ἄχθω ἃ ZH
25 παρὰ τὰν EB . ἀπὸ δὲ τᾶς EB ἐπίπεδον ἀνεστακὲς
ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $A\Gamma, \Gamma B$, καὶ
ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν

3. θ' Torellius.

7. ποτί] τι supra scriptum manu 1 F.

8. ἃ τοῦ] αὐτου F; corr. ed. Basil. 9. ἀνεστακούσας F. 12.

δὴ] Torellius; δε F, vulgo. 24. τᾷ] ἃ F; corr. Torellius.

coni, quem commemorauimus, non sit. ergo tota sectio coni acutianguli in eiusdem coni superficie est.

VIII.

Data sectione coni acutianguli et linea a centro sectionis coni acutianguli non perpendiculari erecta in plano, quod per alteram diametrum erectum est ad planum perpendiculare, in quo est sectio coni acutianguli, fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens terminum lineae erectae, in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

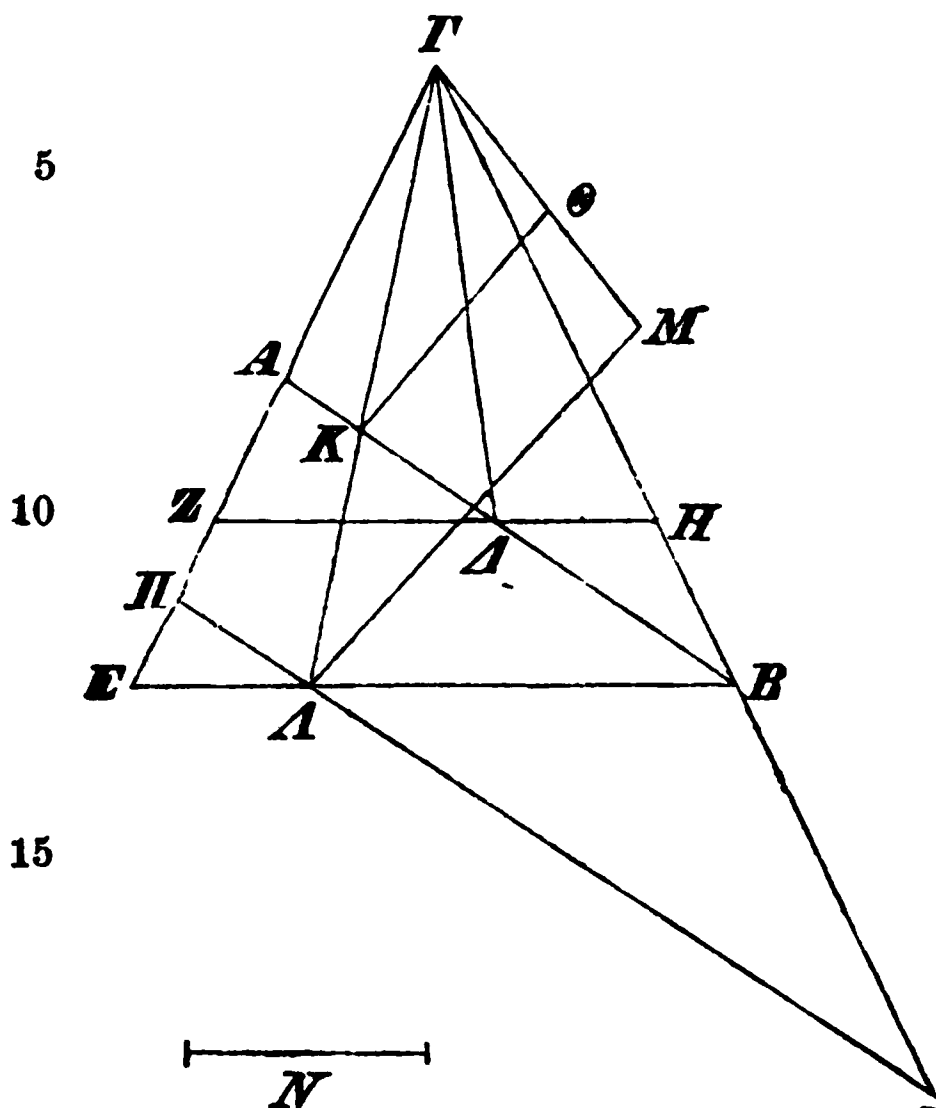
sit igitur BA diametrus sectionis coni acutianguli, centrum autem Δ , et linea $\Delta\Gamma$ a centro erecta sit, ita ut diximus. sectio autem coni acutianguli fingatur circum diametrum AB descripta in plano, quod perpendiculare est ad planum, in quo sunt lineae AB , $\Gamma\Delta$. oportet igitur conum inueniri uerticem habentem punctum Γ , in cuius superficie sit sectio coni acutianguli data.

lineae igitur $\Delta\Gamma$, ΓB aequales non sunt, quoniam linea $\Gamma\Delta$ ad planum, in quo est sectio coni acutianguli, perpendicularis non est.¹⁾ sit igitur $E\Gamma = \Gamma B$. et linea N aequalis sit dimidia alteri diametro, quae cum diametro AB coniugata est. et per Δ ducatur ZH lineae EB parallela. ab EB autem planum erigatur perpendiculare ad planum, in quo sunt lineae $\Delta\Gamma$, ΓB , et in hoc plano describatur²⁾ circum diametrum EB , si

1) Si $\Gamma\Delta$ perpendicularis esset, $\Delta\Gamma$ et ΓB recti coni latera essent.

2) Sequentia uerba subditiua esse ($\kappa\upsilon\nu\lambda\omicron\varsigma\ \eta\ \epsilon\lambda\lambda\epsilon\iota\psi\iota\varsigma$; u. not. crit. ad p. 326 lin. 1) ostendi Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 43 sq.; Philologisk Samfund Mindeskrift (Hauniae 1879)

*ΕΒ, εἰ μὲν ἴσον ἐστὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς Λ
τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΖΔ, ΔΗ, κύκλος, εἰ δὲ μὴ
Γ ἐστὶν ἴσον, ὁξυ*



ἔστιν ἴσον, ὅξυ
 γωνίου κώνου
 τομὰ τοιαύτα,
 ὥστε τὸ τετράγω-
 νον τὸ ἀπὸ τῆς
 ἑτέρας διαμέτρου
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 EB τὸν αὐτὸν
 ἔχειν λόγον, ὃν
 ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς
 N τετράγωνον
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν
 $Z\Delta, \Delta H$. κῶνος
 δὲ λελάφθω κο-
 ρυφὰν ἔχων τὸ Γ
 σαμεῖον, οὗ ἐν τῇ
 ἐπιφανείᾳ ἐσσεί-

20 ται ὁ κύκλος ἢ ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἅ περὶ
 διάμετρον τὰν EB . δυνατόν δέ ἐστι τοῦτο, ἐπεὶ ἀπὸ
 τοῦ Γ ἐπὶ μέσαν τὰν EB ἀχθεῖσα ὀρθὰ ἐντι ποτὶ
 τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν EB . ἐν ταύτῃ δὴ τῇ ἐπι-
 φανείᾳ ἐστὶ καὶ ἅ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἅ
 25 περὶ διάμετρον τὰν AB . εἰ γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖται
 τι σαρμεῖον ἐπὶ τῇ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾷ, ὃ
 οὐκ ἐσσεῖται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. νοείσθω τι
 σαρμεῖον λελαμμένον τὸ Θ , ὃ οὐκ ἐστιν ἐν τῇ ἐπιφα-
 νείᾳ τοῦ κώνου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ κάθετος ἄχθω ἡ ΘK

1. EB] EB κυκλος η ελλειψις F, vulgo; ultima uerba de-
leui. 5. τομά] τομαν FBC*. 11. ἔχειν] εχει F; corr. Torellius.

$= Z\Delta \times \Delta H$, circulus¹⁾, sin minus, sectio coni acutianguli eiusmodi, ut quadratum alterius diametri EB^2 eandem rationem habeat, quam

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H.^2)$$

sumatur conus uerticem habens punctum Γ , in cuius superficie sit circulus uel sectio coni acutianguli circum diametrum EB descripta. hoc autem fieri potest, si [linea]³⁾ a puncto Γ ad mediam lineam EB ducta perpendicularis sit ad planum in EB linea positum.⁴⁾ in hac igitur superficie erit sectio coni acutianguli circum diametrum AB descripta. nam si non sit, erit punctum aliquod in sectione coni acutianguli, quod in coni superficie non sit. fingatur punctum aliquod Θ sumptum, quod in superficie coni non sit, a Θ puncto ducatur ΘK ad AB perpendicularis.

18. Nizzius minus bene pro ἔλλειψις restitui uoluit ὀξυγων κώνον τομά.

1) Tum oriatur conus, cuius basis est circulus ille, uertex uero Γ , in cuius superficie erit ellipsis data.

2) H. e. ellipsis similis ellipsi circum ZH diametrum descriptae, in qua linea N perpendicularis est in puncto Δ . sit enim EB ellipsis diametrus altera d , prioris autem d_1 . erit igitur $\frac{1}{2}d^2 : \frac{1}{2}ZH^2 = N^2 : Z\Delta \times \Delta H$ (Apoll. I, 21) $= d_1^2 : EB^2$.

Metri igitur proportionales sunt; tum u. p. 317 not. 1.

3) In Graecis uocabulum εὐθεῖα omissum est, quod saepe fit; u. index s. u. εὐθεῖα.

4) Nam planum per EB positum perpendiculare est ad planum per $A\Gamma$, ΓB positum, et EB eorum sectio communis; tum u. Eucl. XI def. 4 (perpendicularis autem ab Γ ad EB ducta hanc in duas partes aequales secabit, quia $\Gamma E = \Gamma B$); itaque uti possumus prop. 7.

19. κώνος δέ] scripsi; δέ om. F, uulgo. 20. τομά ἄ] scripsi;

ἄ om. F, uulgo. 23. ταυτη F; corr. Torellius. 24. τομά

ἄ] ἄ addidi; om. F, uulgo. 25. ἐσσεῖται τι] ἐσσεῖται F; corr.

27. ἐσσεῖται] ἐσται per comp. F, uulgo.

ἐπὶ τὰν AB . ἃ δὲ $ΓΚ$ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω
 συμπίπτει τῇ EB κατὰ τὸ A . διὰ δὲ τοῦ A ἄλ-
 τις ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν EB ποτ' ὀρθ-
 τῇ EB ἢ AM . τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν
 5 ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. ἄχθω δὲ καὶ διὰ τοῦ A πα-
 τὰν AB ἢ $ΠΡ$. ἔστιν δὴ, ὥς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς N
 τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ZΔ$, $ΔΗ$, οὕτως τὸ ἀ-
 τῆς AM ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΕΔ$, AB , ὥς δὲ τὸ ὑ-
 τὰν $ZΔ$, $ΔΗ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΔ$, $ΔΒ$, οὕτως
 10 ὑπὸ $ΕΔ$, AB ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΠΑ$, AP . ἔσσει
 οὖν, ὥς τὸ ἀπὸ τῆς N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ $Α$
 $ΔΒ$ περιεχόμενον, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς AM τετράγωνον
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΠΑ$, AP . ἔχει δέ, ὥς τὸ ἀπὸ τῆς
 N τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΑΔ$, $ΔΒ$, οὕτως
 15 ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν AK , K
 ἐπεὶ ἐν τῇ αὐτῇ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ καθέτοι ἐ-
 ἄγμιναι ἐπὶ διάμετρον τὰν AB . τὸν αὐτὸν ἄρα ἔ-
 λόγον τὸ ἀπὸ τῆς AM τετράγωνον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 $ΠΑ$, AP , ὅν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $Α$
 20 KB . ἔχει δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΠΑ$, AP ποτὶ τὸ ἀ-
 τῆς $ΓΑ$ τετράγωνον τὸν αὐτὸν λόγον, ὅν τὸ ὑπὸ τὰν
 AK , KB ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $KΓ$. τὸν αὐτὸν οὖν ἔ-
 γον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς AM τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀ-
 τῆς $ΑΓ$ τετράγωνον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ ποτὶ τὸ ἀ-
 25 τῆς $KΓ$. ὥστε ἐπ' εὐθείας ἐντὶ τὰ $Γ$, $Θ$, M σαρ-
 ἢ δὲ $ΓΜ$ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου. δῆλον οὖν
 ὅτι καὶ τὸ $Θ$ σαρμεῖον ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ τοῦ κώνου
 ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερόν οὖν ἔστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

2. τὸ A] το AF ; corr. B*. 3. τῇ κατὰ] scripsi; κα-
 F, unlg. 4. τῇ] (prius) τῆς F, corr. Torellius. 15. τὰ
 τῶν per comp. F; corr. Torellius. 21. τὸ ὑπὸ τὰν AK] πο-
 ἢ F; corr. ed. Basil., Cr. 22. οὖν] supra scriptum manu 1.

ea ΓK ducta producat et lineae EB in puncto
 idat. et per A ducatur linea AM ad lineam
 perpendicularis in plano perpendiculari in linea
 posito. M autem punctum fingatur sublime in
 cie coni. ducatur autem etiam per A punctum
 PP lineae AB parallela. erit igitur

$$N^2 : Z\Delta \times \Delta H = AM^2 : EA \times AB^1),$$

eterea erit

$$\Delta H : A\Delta \times \Delta B = EA \times AB : \Pi A \times AP.^2)$$

eritur

$$A\Delta \times \Delta B = AM^2 : \Pi A \times AP \text{ [Eucl. V, 22].}$$

item $N^2 : A\Delta \times \Delta B = \Theta K^2 : AK \times KB$, quo-
 in eadem sectione coni acutianguli perpendi-
 ductae sunt ad diametrum AB [Apollon. I, 21].

$$AM^2 : \Pi A \times AP = \Theta K^2 : AK \times KB. \text{ est autem}$$

$$\Pi A \times AP : \Gamma A^2 = AK \times KB : K\Gamma^2 \text{ [cfr.}$$

3 not. 2]. erit igitur etiam

$$AM^2 : \Gamma A^2 = \Theta K^2 : K\Gamma^2 \text{ [Eucl. V, 22]}$$

$M : \Gamma A = \Theta K : K\Gamma$. itaque in eadem linea recta
 puncta Γ, Θ, M [p. 323 not. 3]. linea uero ΓM
 superficie coni est [Apollon. I, 1]. adparet igitur,
 punctum Θ in superficie coni esse. supposuimus
 non esse. adparet igitur id, quod demonst-
 erat.

1) Nam

$EA \times AB = d_1^2 : EB^2$ (Apollon. I, 21) $= N^2 : Z\Delta \times \Delta H$
 [327 not. 2).

2) Nam cum $Z\Delta\Delta \sim E\Pi A$, erit $Z\Delta : A\Delta = EA : \Pi A$, et
 $\Delta HB \sim \Delta BP$, erit etiam $\Delta H : \Delta B = AB : AP$ (Eucl. VI, 4).
 Multiplicando igitur sequitur, quod quaeritur.

θ'.

Ὁξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἐστὶν ἀπὸ τᾶς ἐτέρας δια-
 5 μέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, δυνατόν ἐντι κύλινδρον εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ ἀνεστακούσῃ γραμμᾷ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ δοθείσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

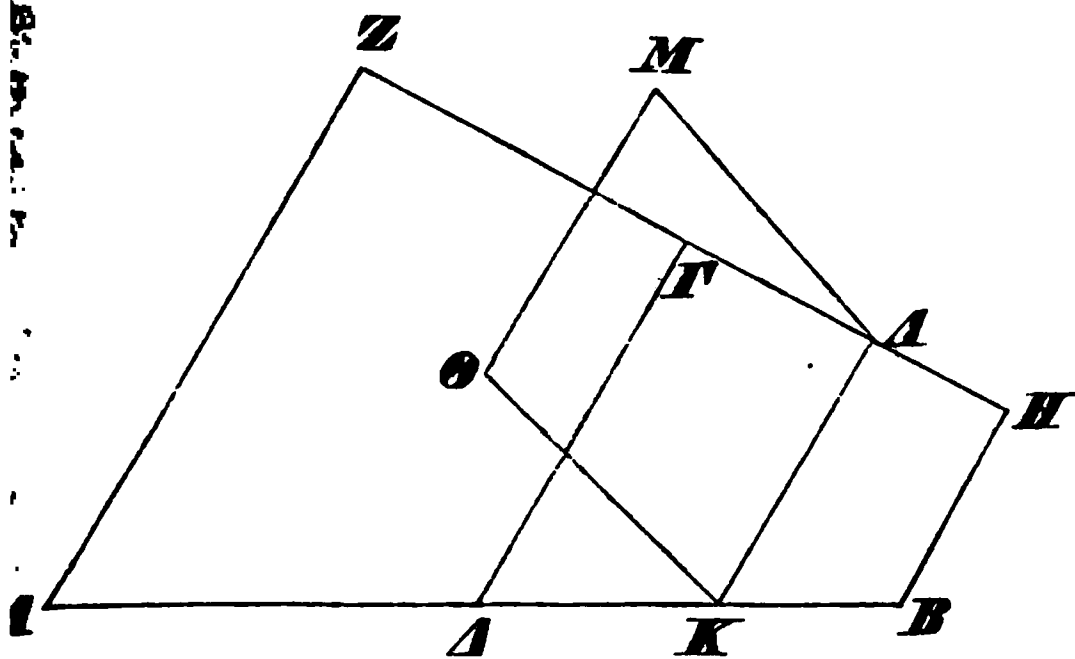
- 10 ἔστω τᾶς δοθείσας τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἡ ἐτέρα διάμετρος ἡ BA , κέντρον δὲ τὸ Δ , ἡ δὲ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ἔστω ἀνεστακούσα ἀπὸ τοῦ κέντρου, ὡς εἰρή-
 ται. ἡ δὲ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ νοείσθω περὶ
 διάμετρον τὴν AB ἐν ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον
 15 τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB , $\Gamma\Delta$. δεῖ δὲ κύλινδρον εὑρεῖν
 τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τᾷ $\Gamma\Delta$, οὗ ἐν τᾷ ἐπι-
 φανείᾳ ἐσσεῖται ἡ δοθείσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ.

ἀπὸ δὲ τῶν A , B σημείων ἄχθων παρὰ τὴν $\Gamma\Delta$
 αἱ AZ , BH . ἡ δὲ ἐτέρα διάμετρος τᾶς τοῦ ὀξυγω-
 20 νίου κώνου τομᾶς ἥτοι ἴσα ἐντὶ τῷ διαστήματι τὰς
 AZ , BH ἢ μείζων ἢ ἐλάσσων. ἔστω δὲ πρότερον
 ἴσα τᾷ ZH , ἡ δὲ ZH ἔστω ποτ' ὀρθᾶς τᾷ $\Gamma\Delta$. ἀπὸ
 δὲ τᾶς ZH ἀνεστακέτω ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὴν $\Gamma\Delta$.

1. ε' Torellius. 3 τᾶς] τ cum comp. ας addita insuper littera σ F. μὴ ὀρθᾶς] om. F, vulgo; corr. Torellius; omittit nequit propter lin. 12: ὡς εἰρήται. 10. ἡ ἐτέρα] scripsi: ἑτέρα F, vulgo. 18. ἄχθων] scripsi; ἀχθω F, vulgo. 20. τᾶν] των F; corr. Torellius.

IX.

altera diametrus datae sectionis coni acutianguli
intrum autem Δ , linea autem $\Gamma\Delta$ a centro erecta
ut diximus. et sectio coni acutianguli fingatur
diametrum AB descripta in plano, ad id planum
perpendiculari, in quo sunt lineae $AB, \Gamma\Delta$. oportet igitur
existimari cylindrum axem habentem in producta linea
cuius superficie sit data sectio coni acutianguli.
que a punctis A, B ducantur lineae AZ, BH
 $\Gamma\Delta$ parallelae. altera igitur diametrus sectionis
acutianguli aut aequalis est distantiae linearum



BH aut maior aut minor. prius igitur aequalis
 eae **ZH**, et **ZH** perpendicularis sit ad lineam $\Gamma\Delta$.
 in ea **ZH** erigatur planum ad lineam $\Gamma\Delta$ perpen-

καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διὰ
 τὰν ZH , καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρον
 ἄξονα ἔχων τὰν $\Gamma\Delta$. ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ
 5 δρου τούτου ἐστὶν ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τοῦ
 γὰρ μή ἐστιν, ἐσσεῖται τι σαρμειὸν ἐπὶ τῆς τοῦ
 νίου κώνου τομῆς, ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ
 κυλίνδρου. νοείσθω δὲ τι σαρμειὸν λελαμμένον
 τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς τὸ Θ , ὃ οὐκ
 ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου, καὶ ἀπὸ τοῦ Θ
 10 κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν AB . ἐσσεῖται δὲ αὐτὸς
 ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB , $\Gamma\Delta$. ἀπὸ
 K ἄχθω παρὰ τὰν $\Gamma\Delta$ ἡ KA , καὶ ἀπὸ τοῦ A
 κέτω ἡ AM ποτ' ὀρθὰς τῇ ZH ἐν τῷ κύκλῳ
 τὰν ZH . τὸ δὲ M νοείσθω μετέωρον ἐν τῇ
 15 φερείᾳ τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ διάμετρον τῆς
 τὸν αὐτὸν δὲ ἔχει λόγον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ
 ΘK καθέτου ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν AK , KB περιεχόμενον
 καὶ τὸ ἀπὸ $Z\Gamma$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν AD , DB περιεχόμενον,
 ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν αἱ ZH τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ
 20 δὲ καὶ τὸ ὑπὸ τὰν ZA , AH περιεχόμενον καὶ
 ὑπὸ AK , KB περιεχόμενον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς
 τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ AD . ἴσον οὖν ἐντι
 τὰν ZA , AH περιεχόμενον τῷ ἀπὸ τῆς ΘK
 γώνῳ. ἐστὶν δὲ ἴσον καὶ τῷ ἀπὸ AM . ἴσαι αἱ
 25 αἱ ΘK , MA καθετοί· παραλλήλοι οὖν ἐντι
 $M\Theta$. ὥστε καὶ αἱ AG , $M\Theta$ παραλλήλοι ἴσαι
 καὶ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἄρα ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου

10. δὲ] scripsi; δε F, vulgo. 13. τῇ] τῆς F;
 17. τὰν] των per comp. F; corr. Torellius. 18. A
 scripsi; ADB F, vulgo. 21. ὅν] λόγον, ὅν ed. Basil.
 lius; „eam, quam“ Cr. 22. AD] AD της ελλειψεως
 (τῆς Torellius); corr. Nizze; cfr. p. 325 not. 2. 23.

diculare, et in hoc plano circulus sit circum diametrum ZH descriptus, et in hoc circulo cylindrus construatur axem habens $\Gamma\Delta$. in huius igitur cylindri superficie est sectio conii acutianguli [data]. nam si non est, erit punctum aliquod in sectione conii acutianguli, quod in superficie cylindri non sit. fingatur igitur punctum aliquod Θ sumptum in sectione conii acutianguli, quod non sit in superficie cylindri, et a puncto Θ ducatur ΘK ad lineam AB perpendicularis. haec igitur perpendicularis erit ad planum, in quo sunt lineae AB , $\Gamma\Delta$ [Eucl. XI def. 4]. et a K puncto ducatur KA lineae $\Gamma\Delta$ parallela, et in puncto A erigatur AM ad lineam ZH perpendicularis in circulo circum ZH descripto. M autem punctum fingatur sublime in ambitu semicirculi circum diametrum ZH descripti. itaque erit $\Theta K^2 : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta \times \Delta B$, quoniam ZH aequalis est alteri diametro.¹⁾ sed etiam est

$$ZA \times AH : AK \times KB = Z\Gamma^2 : A\Delta^2.^2)$$

quare $ZA \times AH = \Theta K^2$;³⁾ sed etiam

$$ZA \times AH = AM^2.^4)$$

quare lineae perpendiculares ΘK , MA aequales sunt. itaque $AK \neq M\Theta$ [Eucl. I, 33]. quare etiam $\Delta\Gamma \neq M\Theta$ [Eucl. XI, 9]. itaque ΘM in superficie cylindri est,

1) Itaque $Z\Gamma$ dimidia alteri diametro ellipsis aequalis est; et $A\Delta = \Delta B$; tum u. Apollon. I, 21.

2) Nam $ZA : AK = Z\Gamma : A\Delta$, quia $\Delta\Gamma \neq AZ$, et $AH : KB = \Gamma A : \Delta K$ (quia $AK \neq \Delta\Gamma$) = $Z\Gamma : A\Delta$ (quia $AK \neq \Delta\Gamma$); u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Quia $A\Delta = \Delta B$, et igitur $A\Delta \times \Delta B = A\Delta^2$.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16.

ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ M ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ῥόντος ἄκται παρὰ τὸν ἄξονα. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Θ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶν αὐτοῦ. ὑπέκειτο δὲ μὴ εἶμεν. φανερόν οὖν ἐστίν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

5 δῆλον δὴ, ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων ὀρθὸς ἐσσεύεται, εἴ καὶ ἡ ἄ ἐτέρα διάμετρος ἴσα τῷ διαστήματι τῶν ἀπὸ τῶν περάτων τῆς ἐτέρας διαμέτρου ἀγμέναν παρὰ τὰν ἀνεστακοῦσαν εὐθεΐαν.

ἔστω πάλιν ἡ ἐτέρα διάμετρος μείζων τῆς ZH ,
10 καὶ ἴσα ἔστω ἡ PZ τῇ ἐτέρᾳ διαμέτρῳ. ἀπὸ δὲ τῆς PZ ἐπίπεδον ἀνεστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τούτου, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB , $\Gamma\Delta$, καὶ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τούτῳ κύκλος ἔστω περὶ διάμετρον τὴν PZ , ἀπὸ δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὴν ΔP .

15 ἐν δὲ τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου τούτου διὰ τῶν αὐτῶν δειχθῆσεται εἶσα ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ.

ἀλλ' ἔστω ἐλάσσων ἡ ἐτέρα διάμετρος τῆς ZH .
ᾧ δὲ μείζον δυνάται ἡ $Z\Gamma$ τῆς ἡμισείας τῆς ἐτέρας
διαμέτρου ἔστω τὸ ἀπὸ τῆς $\Gamma\Xi$ τετράγωνον. καὶ ἀπὸ
20 τοῦ Ξ ἀνεστακέτω γραμμὰ ἴσα τῇ ἡμισείᾳ τῆς ἐτέρας

5. δῆλον] δηλ F. περιλαμβάνων] scripsi; περιλαμβανων
ταν ελλειψιν F, vulgo; περιλ. ταν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῇ
Nizze; u. p. 325 not. 2. 6. ἡ ἄ] scripsi; η F, vulgo. 7.
τῶν] scripsi; ταν F, vulgo. 9. ε' F; corr. ed. Basil., Cr;
cfr Quaest. Arch. p. 123—24. ἄ] addidi; om. F, vulgo. 12.
αἱ AB , $\Gamma\Delta$] ἃ $B\Gamma\Delta$ F; corr. Torellius. in figura litteras par-
tim permutavit, partim om. F. 16. ουσα F, vulgo. 17. αἱ
F; corr ed. Basil., Cr. 18. μείζων F; corr. Torellius.

διαμέτρου ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ AB ,
 $\Gamma\Delta$, αἱ ΞN , τὸ δὲ N νοείσθω μετέωρον. αἱ οὖν $ΓΝ$
 ἴσα ἐντὶ τᾷ ΓZ . ἐν δὴ τῷ ἐπιπέδῳ, ἐν ᾧ ἐντι
 ZH , ΓN , κύκλος γεγράφθω περὶ διάμετρον τὰν ZH
 5 ἥξει δὲ οὗτος διὰ τοῦ N · καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου κύ-
 λινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὰν $\Gamma\Delta$. ἐν δὴ τᾷ ἐπιφανείᾳ
 τοῦ κυλίνδρου τούτου ἐστὶν αἱ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου
 τομά. εἰ γὰρ μὴ ἐστὶν, ἐσσεῖται τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾷ
 ὃ οὐκ ἐστὶν ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου. λελάφθη
 10 δὴ τι σαμεῖον ἐπ' αὐτᾷς τὸ Θ , καὶ αἱ ΘK κάθετοι
 ἄχθω ἐπὶ τὰν AB , καὶ ἀπὸ τοῦ K παρὰ τὰν $\Gamma\Delta$ ἔστω
 αἱ KA , καὶ ἀπὸ τοῦ A ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ZH ἐν τῷ
 ἡμικυκλίῳ τῷ περὶ διάμετρον τὰν ZH αἱ AM . νοείσθω
 δὲ τὸ M ἐπὶ τᾷς περιφερείας τᾷς τοῦ ἡμικυκλίου τοῦ περὶ
 15 τὰν ZH , καὶ ἀπὸ τοῦ M κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν KA
 ἐκβληθεῖσαν αἱ MO . ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ

3. ἐντὶ τᾷ] εντα F; corr. B. 4. τὰν] τα F; corr. Torellius.
 5. κύλινδρος] του κυλινδρου F; corr. B*, Cr. 6. τῶν] των
 scripsi; των per comp. FAD; τόν BC, ed. Basil., Torellius
 figuram minus bene delineavit F. 12. τᾷ] τας F; corr. To-
 rellius. 13. τὰν ZH] ταν ZMH F; corr. B, Cr. 14. περι-
 φερείας τᾷς] addidi; om. F, vulgo; „in arcu semicirculi“ Cr.

ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $AB, \Gamma\Delta$, ἐπεὶ ποτ' ὀρθὰς
 αἱ $ΚΑ$ τῇ ZH . ἔστιν δὴ, ὥς μὲν τὸ ἀπὸ τῆς $Α$
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΜΑ$, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΞN ποτὶ
 ἀπὸ τῆς $ΝΓ$, ὥς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς $ΜΑ$ ποτὶ τὸ
 5 τῶν AK, KB , οὕτως τὸ ἀπὸ ΓN ποτὶ τὸ ἀπὸ
 $A\Delta$, ἐπεὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς $ΜΑ$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ
 AZ, AH περιεχομένῳ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΓN τῷ
 τῆς $ΓΖ$. ἔστιν ἄρα, ὥς τὸ ἀπὸ τῆς $ΜΟ$ τετράγωνον
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν AK, KB , οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Ξ
 10 ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $A\Delta$. ἐντι δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΚΘ$ τετράγωνον
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν AK, KB , ὥς τὸ ἀπὸ τῆς $Α$
 ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $A\Delta$, ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν αἱ ΞN τῇ ἡμίσυ
 τῆς ἐτέρας διαμέτρου. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσαι ἐντὶ
 $ΜΟ, ΘΚ$ καθετόι, ὥστε παραλλήλοι αἱ $ΚΟ, Θ$
 15 ἐπεὶ δὲ αἱ $ΜΘ$ παρὰ τὸν ἄξονά ἐντι τοῦ κυλίνδρου
 καὶ τὸ $Μ$ σαρμαῖον ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ, ἀναγκαῖον
 καὶ τὰν $ΜΘ$ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εἶμεν τοῦ κυλίνδρου
 φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τὸ $Θ$ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστὶ
 αὐτοῦ. οὐκ ἦν δέ. δῆλον οὖν, ὅτι ἀναγκαῖον ἐστὶ
 20 τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ εἶναι
 τοῦ κυλίνδρου.

1. ποτ'] ποτι F. 7. τό] τω F; corr. Torellius. 9.
 ὑπό] υπο F; corr. Torellius. 13. ἴσαι] ἴσα F; corr. To-
 lus. 14. παραλλήλοι] scripsi; ἴσαι F, pulgo. $ΚΟ$]
 F; corr. Torellius. 15. ἐντι] εν τη F; corr. B.

perpendicularis erit ad planum, in quo sunt $AB, \Gamma\Delta$,
quia $KA \perp ZH$.¹⁾ erit igitur

$$MO^2 : MA^2 = EN^2 : N\Gamma^2, ^2)$$

$MA^2 : AK \times KB = \Gamma N^2 : A\Delta^2$, quoniam

$$MA^2 = AZ \times AH \text{ et } \Gamma N^2 = \Gamma Z^2. ^3)$$

erit igitur [Eucl. V, 22]

$$MO^2 : AK \times KB = EN^2 : A\Delta^2;$$

et autem etiam $K\Theta^2 : AK \times KB = EN^2 : A\Delta^2$,
quoniam EN aequalis est dimidiaae alteri diametro
[Pollon. I, 21]. itaque adparet esse $MO = \Theta K$;
et etiam $KO \neq \Theta M$ [Eucl. I, 33].⁴⁾ quoniam autem
recta $M\Theta$ axi cylindri parallela est⁵⁾, et punctum M
in superficie eius positum, necesse est, etiam lineam
 ΘK in superficie cylindri esse. adparet igitur, etiam
punctum Θ in superficie eius esse. sed [ex hypothesi]
non erat. adparet igitur necesse esse, sectionem coni
hyperbolicam in superficie cylindri esse.

1) Quia $KA \neq \Gamma\Delta$ et $\Gamma\Delta \perp ZH$. quoniam igitur $KA \perp ZH$
et $AM \perp ZH$, erit $ZH \perp \Theta MOK$ (Eucl. XI, 4); itaque

$$ABHZ \perp \Theta MOK \text{ (Eucl. XI, 18);}$$

et quoniam $MO \perp KA$, erit (Eucl. XI def. 4) $MO \perp ABHZ$.

2) Nam $EN \neq MO$ (Eucl. XI, 6) et $N\Gamma \neq MA$; itaque
 $EN = M$ (Eucl. XI, 10) et $\angle ENO = 90^\circ$. itaque $N\Gamma EN \sim MAO$,
erit (Eucl. VI, 4) $MO : MA = EN : N\Gamma$.

3) Nam $AZ \times AH : AK \times KB = \Gamma Z^2 : A\Delta^2$ (p. 333 not. 2)
et $MA^2 = AZ \times AH$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p.
31 nr. 16) et $\Gamma N = \Gamma Z$ (p. 337 not. 1).

4) Nam $MO \neq \Theta K$, quia utraque ad $ABHZ$ perpendicu-
laris est (tum u. Eucl. XI, 6); nam de MO u. not. 1; de ΘK
requiritur inde, quod ellipsis ad $ABHZ$ perpendicularis est et
 $\Theta K \perp AB$ (Eucl. XI def. 4). lin. 14 pro ἵσαί requiritur, quod
substitui, παράλληλοι ; cfr. p. 332, 25. permutata sunt com-
mendia horum uerborum.

5) Nam $KO \neq \Delta\Gamma$; tum u. Eucl. XI, 9.

ι'.

Ὅτι μὲν πᾶς κῶνος ποτὶ κῶνον τὸν συγκείμεν
ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἔκ τ
τῶν ὑψέων, ἀποδεικνύται ὑπὸ τῶν πρότερον. ἃ αὖ
5 δὲ ἀπόδειξις ἐντι καί, διότι πᾶν ἀπότμαμα κώνου π
ἀπότμαμα κώνου τὸν συγκείμενον λόγον ἔχει ἔκ
τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἔκ τοῦ τῶν ὑψέων.

καὶ ὅτι πᾶς τόμος κυλίνδρου τριπλασίων ἐστὶ τ
ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτ
10 τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον, ἃ αὐτὰ ἀπόδειξις, ὅπερ κ
ὅτι ὁ κύλινδρος τριπλάσιός ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσ
ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ια'.

Εἴ κα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαί
15 διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἃ τομὰ ἐσσεῖ
ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἃ αὐτὰ τῷ περιλαμβανού
τὸ σχῆμα. διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἐσσεύεται ἃ κοινὰ το
τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ δ
τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνο
20 εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξον
ἃ τομὰ κύκλος ἐσσεύεται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τ
ἄξονος.

εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθ
διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἢ διὰ τᾶς κορυφ
25 τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἃ τομὰ ἐσσε

1. ιβ' F; ια' Torellius. 3. τοῦ] (alt.) των per comp.
corr. BD. 5. διότι] ὅτι Nizze. 13. ιγ' F; ιβ' Torellius
15. αξωνος F. παρὰ] per comp. F. 16. κωνου] κωνοειδους
corr. Torellius. ἃ] addidi; om. F, uulgo. 20. τμηθῇ]
corr. Torellius. 24. ἢ διὰ] ἢ om. F; corr. Torellius.

X.

Quemuis conum ad [alium] conum rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere, a prioribus demonstratum est.¹⁾ eodem autem modo demonstratur, etiam quoduis segmentum coni ad [aliud] segmentum coni rationem ex ratione basium et ratione altitudinum compositam habere.

et quoduis frustum cylindri triplo maius esse segmento coni basim habenti eandem, quam frustum, et altitudinem aequalem, eodem modo demonstrabitur, quo demonstratur, cylindrum triplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam cylindrus, et altitudinem aequalem.²⁾

XI.

a) Si conoides rectangulum plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit sectio coni rectanguli eadem, quae figuram comprehendit; diametrus autem eius sectio communis erit plani figuram secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

b) Si conoides obtusiangulum secatur plano uel per axem posito uel axi parallelo uel per uerticem coni conoides comprehendentis posito, sectio erit coni obtu-

1) Sequitur ex Eucl. XII, 11 et 14 coniunctis; cfr. de sph. et cyl. I lemm. 1 p. 80.

2) Hoc demonstraerat Eudoxus; u. de sph. et cyl. I p. 4; cfr. Eucl. XII, 10.

ται ἀμβλυγωνίου κώνου τομά, εἰ μὲν κα διὰ τοῦ ἄξονος,
 ἃ αὐτὰ τῷ περιλαμβανούσῃ τὸ σχῆμα, εἰ δέ κα παρὰ
 τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτῶ, εἰ δέ κα διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ
 κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, οὐχ ὁμοία. διὰ
 5 μετρος δὲ τῆς τομῆς ἐσσεῖται ἃ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπι-
 πέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ
 τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ κα τμαθῇ ὀρθῶ τῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα,
 ἃ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ
 10 ἄξονος.

εἰ κα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὁποτεροοῦν
 ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἃ
 τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά, εἰ μὲν κα διὰ
 τοῦ ἄξονος, αὐτὰ ἃ περιλαμβάνουσα τὸ σχῆμα, εἰ δέ
 15 κα παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτῶ. διάμετρος δὲ τῆς
 τομῆς ἐσσεῖται ἃ κοινὰ τομὰ τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμ-
 νοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος
 ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

εἰ δέ κα τμαθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξο-
 20 να, ἃ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ
 ἄξονος.

εἰ κα τῶν εἰρημένων σχημάτων ὁποιοοῦν ἐπι-
 πέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τῶν σαμείων
 τῶν ἐν τῷ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος μὴ ἐπὶ τῆς τομῆς
 25 ἑόντων καθέτοι ἀγομέναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἐντὸς
 πεσοῦνται τῆς τοῦ σχήματος τομῆς.

τούτων δὲ πάντων φανεραὶ ἐντι αἱ ἀποδείξεις.

1. κα] addidi; om F, vulgo. 2. ἃ] addidi; om F, u. 20
 παραλαμβάνουσα (παρα per comp.) F; corr. Torellius. κα]
 scripsi; κα F, vulgo. 3. κα] scripsi; κα F, vulgo. 4. κω-
 νοειδές F. 8. τμηθῇ F; corr. Torellius. 12. ἐπιπέδῳ F
 τμηθῇ F; corr. Torellius. 13. κα] scripsi; κα F, vulgo. 15.

anguli sectio, si per axem, eadem, quae figuram apprehendit, sin axi parallelo, ei similis, sin autem uerticem conï conoides comprehendentis, non similis. Metrus autem sectionis erit communis sectio plani curam secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

si plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

c) Si utralibet figurarum sphaeroideôn plano secatur per axem posito uel axi parallelo, sectio erit conï utianguli sectio, si per axem, ipsa sectio figuram comprehendens, si plano axi parallelo, ei similis. Metrus autem sectionis erit sectio communis plani curam secantis et plani per axem ducti ad planum secans perpendicularis.

sin plano ad axem perpendiculari secatur, sectio erit circulus centrum in axe positum habens.

d) Si quaelibet figurarum, quas commemorauimus, plano per axem posito secatur, lineae a punctis in superficie figurae positæ, sed quae in sectione non sunt, ad planum secans perpendiculares ductae intra sectionem figurae cadent.

harum autem omnium rerum demonstrationes manifestae sunt.¹⁾

1) Nonnullas harum propositionum demonstraerunt Commandinus annotat. fol. 37, Riualtus p. 271, Torellius p. 314 sq., Gizzius p. 168 sq.

α] scripsi; και F, uulgo. 16. τομά] om. F; corr. Torellius.
 θ. α] scripsi; και F, uulgo. τηθη F; corr. Torellius. 23.
 τηθη F; corr. Torellius. 25. ζωντων F; corr. Torellius.
 Η. φανερά] scripsi; φανερων F, uulgo.

ιβ'.

Εἰ καὶ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ, μήτε διὰ τοῦ ἄξονος μήτε παρὰ τὸν ἄξονα μήτε ποτὶ ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἢ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου
 5 τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἢ μείζων ἐσσεῖται ἢ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ τὰς γενομένας τομὰς τῶν ἐπιπέδων τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον· ἢ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐσσεῖται τῷ διαστήματι τῶν
 10 ἀχθεισῶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τῶν περάτων τὰς μείζονος διαμέτρου.

τετμάσθω γὰρ τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον ἔστω τοῦ
 15 μὲν κωνοειδέος τομὰ ἢ $ΑΒΓ$, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἢ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τὰς τομὰς ἢ $ΒΔ$. δεικτίον. ὅτι ἢ τομὰ τοῦ κωνοειδέος ἢ ἀπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῖ κατὰ τὴν $ΑΓ$ ὀξυγωνίου ἐστὶ κώνου τομὰ, καὶ διά-
 20 μετρος αὐτᾶς ἢ μείζων ἐστὶν ἢ $ΑΓ$, ἢ δὲ ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἐντὶ τῇ $ΔΑ$ τὰς μὲν $ΓΑ$ παρὰ τὴν $ΒΔ$ εὐθείας, τὰς δὲ $ΔΑ$ καθέτου ἐπὶ τὴν $ΓΑ$.

νοείσθω τι σημεῖον ἐπὶ τὰς τομὰς λελαμμένον τὸ K , καὶ ἀπὸ τοῦ K κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὴν $ΓΑ$ ἢ $KΘ$.
 25 ἐσσεῖται οὖν ἢ $KΘ$ κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν ᾧ ἐστὶν ἢ $ΑΓΒ$ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, διότι καὶ

1. ιδ' F; ιγ' Torellius. 2. τμηθῇ F; corr. Torellius. 6. τὰς] F; ἀπὸ τὰς vulgo. 9. διάμετρος] α διαμετρος F; corr. ed. Basil. 12. τετμησθῶ F, qui omnino in sequentibus usque ad finem huius libri semper τμημα, τμηθῇ, τμηθεντος, τετμησθῶ cet. praebeet; quod plerumque corr. Torellius. itaque hinc iam hanc discrepantiam notare supersedeo. 13. ἄλλῳ]

XII.

Si conoides rectangulum plano neque per axem
 neque axi parallelo neque ad axem perpendi-
 ci secatur, sectio erit sectio coni acutianguli, maior
 enim diametrus eius erit pars intra conoides com-
 munita eius [lineae], quae [communis] sectio est
 inter figuram secantis et plani per axem ducti ad
 id planum perpendicularis; minor autem diametrus
 minoris erit distantiae linearum, quae a terminis dia-
 metri maioris axi parallelae ducuntur.

Secetur enim conoides rectangulum plano ita, ut dic-
 tum est, posito. eodem autem alio plano ad planum secans
 perpendiculari per axem secto sectio conoidis sit $AB\Gamma$,
 inter autem figuram secantis linea ΓA . axis autem
 conoidis et diametrus sectionis [prop. 11, a] sit $B\Delta$.
 monstrandum, sectionem conoidis plano in $A\Gamma$ linea
 ducto effectam¹⁾ sectionem esse coni acutianguli, et
 diametrum $A\Gamma$ maiorem esse eius diametrum, minorem
 autem aequalem esse lineae $A\Delta$, ducta linea $\Gamma\Delta$
 ad lineam $B\Delta$ parallela, linea autem $A\Delta$ ad lineam $\Gamma\Delta$
 perpendiculari.

Figuratur punctum aliquod in sectione sumptum K ,
 a K puncto ducatur $K\Theta$ ad ΓA perpendicularis.
 igitur linea $K\Theta$ ad id planum perpendicularis, in
 id est sectio coni rectanguli $A\Gamma B$, quia planum

1) $\alpha \acute{\alpha}\pi\omicron \tau\omicron\upsilon$ lin. 18 corruptum uidetur; fortasse $\alpha \acute{\upsilon}\pi\omicron \tau\omicron\upsilon$
 addendum est.

$\alpha\lambda\lambda\omega$ F; corr. Torellius. 15. $B\Gamma$ F; corr. ed. Basil.*
 $\Gamma\Delta$ F; corr. BC. 18. $\tau\omicron\upsilon \kappa\alpha\tau\acute{\alpha}$] scripsi; $\tau\omicron\upsilon$ om. F, vulgo.
 $\tau\acute{\alpha}\nu$] $\kappa\alpha\nu \acute{\alpha}$ F; corr. Torellius. 21. $\tau\tilde{\alpha}$] $\acute{\alpha}$ F; corr. B mg.
 $\eta\chi\theta\omega$ F; corr. Torellius.

ans et ipsum ad idem planum perpendiculare [Eucl. XI
4]. et per Θ ducatur linea EZ rectos angulos ad
efficiens, et per lineas EZ , $K\Theta$ planum ducatur.
autem ad $B\Delta$ perpendiculare erit.¹⁾ itaque conoides
ad axem perpendiculari sectum erit. sectio igitur
circularis erit, et centrum eius punctum Δ [prop. 11, a].
igitur $K\Theta^2 = Z\Theta \times \Theta E$.²⁾ ducantur autem sec-
torem conici contingentes linea MN lineae AG parallela,
que contingat in puncto N , et linea BT lineae EZ
parallela. erit igitur

$$A\Theta \times \Theta \Gamma : E\Theta \times \Theta Z = NT^2 : BT^2.$$

enim demonstratum est [prop. 3]. sed $NT = TM$,
quia $BP = BM$.³⁾ erit igitur

$$A\Theta \times \Theta \Gamma : K\Theta^2 = TM^2 : TB^2.$$

are etiam

$$K^2 : A\Theta \times \Theta \Gamma = BT^2 : TM^2 \text{ [Eucl. V, 7 πρόρισμα].}$$

1) Nam cum $K\Theta \perp AB\Gamma$, planum per $K\Theta$, EZ positum
 $AB\Gamma$ perpendiculare erit (Eucl. XI, 18); tum u. Eucl. XI
4.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 16. uerba
uentia lin. 8—11 Nizzius recte ob formam prauam ($\mu\acute{\epsilon}\sigma\eta$
 $\epsilon\lambda\omicron\gamma\omicron\nu\ \tau\tilde{\omega}\ \acute{\upsilon}\pi\omicron\ \tau\tilde{\alpha}\nu\ E\Theta, \Theta Z$) damnauit. augent suspicionem
mae uulgares $\tau\tilde{\eta}\varsigma, \omicron\tilde{\upsilon}\varsigma\alpha, \mu\acute{\epsilon}\sigma\eta$.

3) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 53 nr. 16. tum
Eucl. VI, 2; nam PN lineae BT parallela ducta est.

adius: καὶ δύναται ἴσον. γίνεταί] γὰρ σστὶ F per com-
media; corr. B. 21. τᾱς] ταν F; corr. Torellius. 24. BM]
MF; corr. man. 2.

ἀπὸ τῆς TM . ἐπεὶ οὖν ὁμοῖά ἐντι τὰ $ΓΑΛ$, $ΤΜΒ$
 τρίγωνα, τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ καθέτου τετράγωνον ποτὶ
 τὸ ὑπὸ τῶν $ΑΘ$, $ΘΓ$ περιεχόμενον τὸν αὐτὸν ἔχει
 λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΛ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ
 5 τῆς $ΑΓ$ τετράγωνον. ὁμοίως δειχθησόνται καὶ τὰ
 ἀπὸ τῶν ἄλλαν καθέτων τετράγωνα τῶν ἀγομένων
 ἀπὸ τῆς τομῆς ἐπὶ τὴν $ΑΓ$ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ
 τῶν τῆς $ΑΓ$ τμαμάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν
 τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΛ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$.
 10 δῆλον οὖν, ὅτι ἡ τομὴ ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου τομὴ,
 διαμέτροι δὲ αὐτῆς ἐντι ἡ μὲν μείζων ἡ $ΑΓ$, ἡ δὲ
 ἐλάσσων ἴσα τῇ $ΑΛ$.

ιγ'.

Εἴ κα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ
 15 συμπύκνουντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς τοῦ πε-
 ριέχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ' ὀρθῶς τῷ ἄξονι, ἡ
 τομὴ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομὴ. διάμετρος δὲ
 αὐτῆς ἡ μείζων ἐσσεῖται ἡ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κω-
 νοειδεῖ ἀπὸ τῆς γενομένης τομῆς τῶν ἐπιπέδων τοῦ
 20 τε τέμνοντος τὸ σχῆμα καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ
 ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

τεμνέσθω γὰρ τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ
 ὡς εἰρήται, καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ τμαθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν κω-
 25 νοειδέος τομὴ ἔστω ἡ $ΑΒΓ$ ἀμβλυγωνίου κώνου τομὴ
 τοῦ δὲ τέμνοντος τὸ σχῆμα ἐπιπέδου ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖα
 ἄξων δὲ τοῦ κωνοειδέος καὶ διάμετρος τῆς τομῆς ἡ

1. $TAB F$; corr. ed. Basil.* 2. τὸ ἀπὸ τῆς $ΘΚ$ usque
 ad τὸ ἀπὸ τῆς $ΑΓ$ lin. 5 om. F ; corr. Commandinus. 5. τε-
 τράγωνον] addidi; om. F , vulgo. ὁμοίως] syllab. ως per comp

quoniam $\Gamma A A \sim T M B^1$), erit

[$B T : T M = A A : A \Gamma$ (Eucl. VI, 4);

ne erit] $\Theta K^2 : A \Theta \times \Theta \Gamma = A A^2 : A \Gamma^2$. eodem modo demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum lineam a sectione ad $A \Gamma$ lineam perpendicularium ductam ad rectangula partibus lineae $A \Gamma$ comprehensa eadem habere rationem, quam $A A^2 : A \Gamma^2$. adparet igitur, sectionem esse conici acutianguli sectionem, diametros autem eius maiorem $A \Gamma$ lineam, minorem quoque lineae $A A$ aequalem [Apollon. I, 21].

XIII.

Si conoides obtusiangulum plano secatur, quod non per axem, sed in quibus lateribus conici conoides comprehendentis incidit ad axem non perpendicularare, sectio erit conici obtusianguli sectio, maior autem diameter eius erit intra conoides comprehensa eius lineae, quae communis] sectio est plani figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

secetur enim conoides obtusiangulum plano ita, ut utrumque est. et eodem alio plano per axem ad secans planum perpendiculari secto sectio conoidis sit $A B \Gamma$ in obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem figuram secantis linea $A \Gamma$. axis autem conoidis et diameter sectionis sit $B A$. fingatur igitur punctum

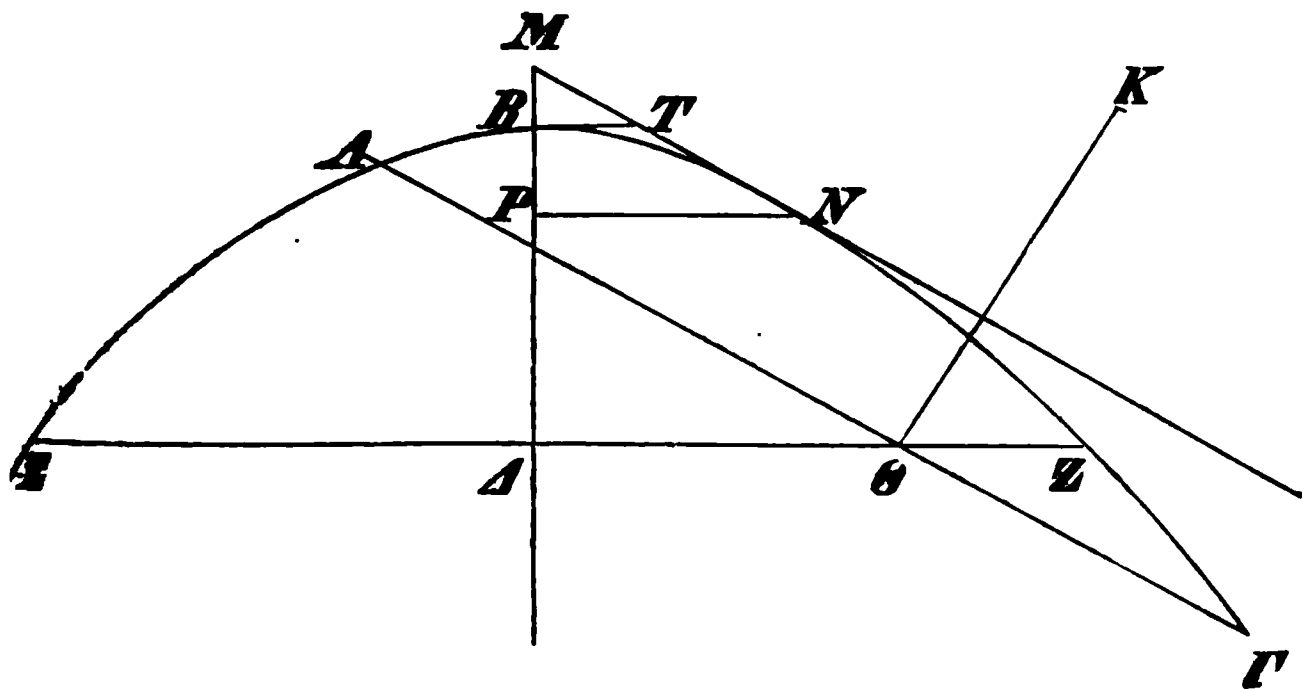
1) Nam $\angle B = \angle A = 90^\circ$ et $\angle A = \angle T$, quia $A \Gamma \nparallel M N$ et $B T \nparallel A A$.

. $\delta\epsilon\iota\chi\theta\acute{\eta}\sigma\epsilon\tau\alpha\iota$ Nizzius cum D. 8. $\epsilon\chi\omicron\nu\tau\iota$ F; corr. AB.
 9. $\tau\omicron\mu\acute{\alpha}$] (alt.) $\tau\omicron\mu\alpha\varsigma$ FC*. 11. $\delta\iota\alpha\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$ F; corr. B.
 12. $\tau\iota$] scripsi; $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ F, uulgo. 13. $\epsilon\epsilon'$ F, $\epsilon\delta'$ Torellius. 14.
 15. $\mu\acute{\epsilon}\delta\omega$] om. F; corr. B. 16. $\kappa\omicron\nu\omicron\epsilon\iota\delta\epsilon\varsigma$ F. 27. $\kappa\omicron\nu\omicron\epsilon\iota\delta\epsilon\omicron\varsigma$ F.

- $ΒΔ$. νοείσθω δὴ τι ἐπὶ τᾷς τομαῖς λελαμμένον σημεῖον
 τὸ K , καὶ ἀπὸ τοῦ K κάθετος ἄχθω ἐπὶ τὰν $ΑΓ$ ἢ
 $KΘ$. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὀρθὰ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τό, ἐν
 ᾧ ἐντι ἢ $ΑΒΓ$ κώνου τομά. διὰ δὲ τοῦ $Θ$ ἄχθω ἢ
 5 EZ ποτ' ὀρθὰς τᾷ $ΒΔ$, καὶ διὰ τὰν EZ , $KΘ$ εὐθείαν
 ἐπίπεδον ἄχθω τέμνον τὸ κωνοειδές. τετμησέται δὴ
 ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ὥστε ἢ τομὰ κύκλος
 ἐσσεῖται, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ $Δ$. ἢ ἄρα κάθετος ἢ
 $KΘ$ ἴσον δυνασέεται τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν $ΘΕ$.
 10 $ΘΖ$. ἄχθω δὲ πάλιν ἢ μὲν MN παρὰ τὰν $ΑΓ$ ἐπι-
 ψάνουσα τᾷς τοῦ κώνου τομαῖς κατὰ τὸ N , ἢ δὲ $ΒΤ$
 παρὰ τὰν EZ . τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ $EΘ$, $ΘΖ$
 ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΑΘ$, $ΘΓ$ τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὅν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾷς $ΒΤ$ ποτὶ
 15 τὸ ἀπὸ τᾷς TN . ὥστε τὸ ἀπὸ τᾷς $KΘ$ καθέτου τε-
 τράγωνον ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΑΘ$, $ΘΓ$ τὸν
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν τὸ ἀπὸ τᾷς $ΒΤ$ ποτὶ τὸ ἀπο
 τᾷς TN . ὁμοίως οὖν δειχθησοῦντι καὶ τὰ ἀπὸ τὰν
 ἄλλαν καθέτων τὰν ἀπὸ τᾷς τομαῖς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν
 20 $ΑΓ$ ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων τᾷς $ΑΓ$.
 ὧν αἱ καθέτοι ποιοῦντι, τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὅν
 τὸ ἀπὸ τᾷς $ΒΤ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾷς TN .
 καὶ ἐστὶν ἐλάσσων ἢ $ΒΤ$ τᾷς TN , διότι καὶ ἢ $ΜΤ$
 ἐλάσσων ἐστὶν τᾷς TN . καὶ γὰρ ἢ $ΜΒ$ ἐλάσσων
 25 τᾷς $ΒΡ$. τοῦτο γὰρ ἐστὶν ἐν ταῖς τοῦ ἀμβλυγωνίου

3. ἐπιπεδῶ F; corr. BC.* 8. ἐσσεῖται F. 9. $ΘΕ$, $ΘΖ$
 scripsi; $ΘΕ$, EZ FBC*, $EΘ$, $ΘΖ$ vulgo. 10. δέ] Nirzius.
 δὴ F, vulgo. 13. τὰν] των per comp. F; corr. Torellius.
 14. ποτὶ] προς per comp. F; corr. Torellius. 18. δειχθήσεται
 Nirzius. 19. τᾷς] supra m. 1 F. ἀγομένων F; corr. To-
 rellius. 21. ὧν] ἢ Torellius.

aliquod K in sectione sumptum, et a K puncto ducatur $K\Theta$ ad $A\Gamma$ perpendicularis. erit igitur ad id planum perpendicularis, in quo est conici sectio $AB\Gamma$



[Eucl. XI def. 4]. et per Θ ducatur EZ ad $B\Delta$ perpendicularis, et per lineas EZ , $K\Theta$ planum ducatur conoides secans. itaque sectum erit plano ad axem perpendiculari [p. 347 not. 1]; quare sectio circulus erit, et centrum eius Δ punctum [prop. 11, b]. itaque erit $K\Theta^2 = \Theta E \times \Theta Z$ [p. 347 not. 2]. ducatur autem rursus linea MN lineae $A\Gamma$ parallela sectionem conici in N puncto contingens, et linea BT lineae EZ parallela. erit igitur

$$E\Theta \times \Theta Z : A\Theta \times \Theta \Gamma = BT^2 : TN^2 \text{ [prop. 3].}$$

quare erit $K\Theta^2 : A\Theta \times \Theta \Gamma = BT^2 : TN^2$. eodem modo igitur demonstrabimus, etiam quadrata ceterarum linearum a sectione ad $A\Gamma$ lineam perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae $A\Gamma$ a perpendicularibus effectis comprehensa eandem habere rationem, quam $BT^2 : TN^2$. est autem $BT < TN$, quia $MT < TN$ [et $MT > BT$]. nam etiam $MB < BP$;

enim sectionibus conici obtusianguli proprium est.¹⁾ adparet igitur, sectionem esse conici acutianguli sectionem, et maiorem eius diametrum lineam AG .²⁾

XIV.

Si sphaeroides oblongum plano ad axem non perpendiculari secatur, sectio erit conici acutianguli sectio, maior autem diametrus eius erit pars intra sphaeroides comprehensa eius lineae, quae [communis] sectio est conici figuram secantis et plani per axem ad secans planum perpendicularis.

hoc, si per axem uel plano axi parallelo secatur, etiam adparet [prop. 11, c]. secetur autem alio plano. eodem autem plano per axem ad secans planum perpendiculari secto, sphaeroidis sectio sit $AB\Gamma\Delta$ conici acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem sphaeroidis secantis linea ΓA . axis autem sphaeroidis et diametrus sectionis conici acutianguli sit $B\Delta$, centrum autem X , et minor diametrus sit ΠP . ducatur autem

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 27. nam $MB : BP = MT : TN$ (Eucl. VI, 2).

2) Ellipsis, cuius altera diametrus est linea AG , est propter Apollon. I, 21, quia quadrata linearum ordinate ductarum ad rectangula partibus lineae AG ab ipsis effectis comprehensa semper eandem rationem habent. itaque etiam quadratum lineae ad medium punctum lineae AG ordinate ductae (p) ad $\frac{1}{4}AG^2$ eandem rationem habet, quam $BT : TN$. iam cum $BT < TN$, erit etiam $p^2 < \frac{1}{4}AG^2$. quare AG maior erit diametrus. sequentia uerba nunc delere malui, quam cum Nizzio transponere.

$\alpha\delta\epsilon\tau\omicron\nu\ \omicron\upsilon\sigma\eta\varsigma\ \tau\acute{\alpha}\varsigma\ NP\ \acute{\epsilon}\nu\ \tau\acute{\alpha}\ \dots\ \tau\omicron\mu\acute{\alpha}$ lin. 3—4 post BP p. 350, lin. 25 transposuit additis: $\acute{\epsilon}\pi\iota\ \tau\acute{\alpha}\nu\ B\Delta$ et deletis $\delta\iota\acute{\alpha}\mu\epsilon\tau\rho\varsigma\ \dots\ \acute{\epsilon}\ \Gamma A$ lin. 5 et $\acute{\omicron}\mu\omicron\lambda\omicron\varsigma$ lin. 3 (quod retineri poterat; Qu. Arcy. p. 164). 5. ΓA Torellius. 6. $\iota\epsilon'$ Torellius. 7. $\kappa\alpha]$ $\kappa\alpha$. $\kappa\alpha$ F; corr. Nizzius. 10. $\sigma\phi\alpha\iota\rho\epsilon\iota\delta\epsilon\varsigma$ F; corr. BD.

ἡ μὲν BT ποτ' ὀρθὰς τῇ BA , ἡ δὲ HN παρὰ τὰν
 AG ἐπιφανύουσα τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ
 τὸ N . ἄχθω δὲ καὶ ἡ MA διὰ τοῦ X παρὰ τὰν AG .
 ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησοῦντι τὰ τετράγωνα
 5 τὰ ἀπὸ τῶν καθέτων τῶν ἀπὸ τῆς τομᾶς ἐπὶ τὰν AG
 ἀγμέναν ποτὶ τὰ περιχόμενα ὑπὸ τῶν τῆς AG τμα-
 μάτων τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς BT
 τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς TN . ὅτι μὲν οὖν ἡ τομᾶ
 ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου τομᾶ, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἡ
 10 GA , δῆλον· ὅτι δὲ μείζων, δεικτέον. τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν
 $ΠΧ$, $ΧΡ$ περιχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ $ΜΧ$, $ΧΑ$ τὸν
 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς BT ποτὶ τὸ ἀπὸ
 τῆς NT , ἐπεὶ παρα τὰς ἐπιφανούσας ἐντὶ αἱ $ΠΡ$, $ΜΑ$.
 ἔλασσον δὲ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν $ΠΧ$, $ΧΡ$ περιχόμενον
 15 τοῦ ὑπὸ τῶν $ΜΧ$, $ΧΑ$, ἐπεὶ καὶ ἡ $ΧΠ$ τῆς $ΧΑ$.
 ἔλασσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ἀπὸ τῆς BT τετράγωνον
 τοῦ ἀπὸ τῆς TN . ὥστε καὶ τὰ ἀπὸ τῶν καθέτων
 τετράγωνα τῶν ἀπὸ τῆς τομᾶς ἐπὶ τὰν AG ἀγομέναν
 ἐλάσσονά ἐντι τῶν ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῆς AG περι-
 20 εχομένων. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐντὶ διάμετρος
 ἡ GA .

εἴ κα τὸ ἐπιπλατὺν σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθῇ,
 τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐσσεύεται, τῶν δὲ διαμέτρων ἡ
 ἐλάσσων ἐσσεύεται ἡ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδί.
 25 ἐξ αὐτῶν δὲ φανερόν ἐν πάντεσσι τοῖς σχημάτεσσιν.

1. τῇ] τα δε F. 3. δέ] scripsi; δε F, vulgo. 4. ὁμοίως
 syllab. ως per comp. F. δειχθήσεται Nizzius. 5. τῇ
 (prim) των F; corr. Torellius. 6. ἀγμέναν] scripsi; ἀγμείας
 F, vulgo; ἀγομένης A*, ed Basil.; ἀγομένην Torellius. 13
 ΜΑ] ΜΠ FBC*. 15. ἡ] η F; corr. Torellius. 18. τῶν ἀπὸ
 Torellius; των απο F, vulgo τῆς] των FC*. 19. ἐλάσσων
 F; corr. Torellius. ὑπὸ τῶν] Torellius; υπο των F, vulgo
 περιεχόμενα F; corr. Torellius. 23 ἡ ἐλάσσων] scripsi, =

BT ad $B\Delta$ perpendicularis, et HN lineae AG parallela sectionem coni acutianguli in N puncto contingens. Secatur autem etiam MA per X punctum lineae AG parallela. itaque eodem modo, quo antea¹⁾, demonstrabitur, quadrata linearum a sectione [circum AG descripta] ad AG perpendicularium ductarum ad rectangula partibus lineae AG [ab ipsis effectis] comprehensa eandem rationem habere, quam BT^2 ad TN^2 . Sic igitur adparet, sectionem esse coni acutianguli sectionem, cuius [altera] diameter sit GA [Apollon. I, 21]. Sed maiorem diametrum eam esse, demonstrandum est. Est enim $\Pi X \times XP : MX \times XA = BT^2 : TN^2$, quoniam ΠP , MA lineis contingentibus parallelae sunt [prop. 3]. sed $\Pi X \times XP < MX \times XA$, quia

$$X\Pi < XA.^2)$$

quare etiam $BT^2 < TN^2$. itaque etiam quadrata linearum a sectione ad AG lineam perpendicularium ductarum minora sunt rectangulis partibus lineae AG comprehensis. adparet igitur, GA maiorem esse diametrum.³⁾

Si sphaeroides latum plano secatur, cetera eadem sunt, sed linea intra sphaeroides comprehensa minor diameter erit.

Inde adparet, in omnibus figuris⁴⁾, si planis paral-

1) P. 346, 16 sq.; p. 350, 12 sq.

2) Nam $X\Pi = XP$, $XM = XA$, et diameter minor omnium linearum per centrum ductarum minima est.

3) Nam etiam quadratum dimidii alterius axis minus est quarta parte quadrati lineae AG ; cfr. p. 353 not. 2.

4) H. e. et conoidibus et sphaeroidibus.

ὅτι, εἴ κα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμαθῇ, αἱ αὐτῶν
τομαὶ ὁμοίαι ἐσσεύονται. τὰ γὰρ τετράγωνα τὰ ἀπὸ
τῶν καθέτων ποτὶ τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων
τοὺς αὐτοὺς λόγους ἐξοῦντι.

5

ιε'.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὀτουοῦν
σαμείου τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τὰν
ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὸν ἄξονα αἱ μὲν ἐπὶ τὰ
αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ᾗ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς
10 πεσούνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διὰ τε τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ
σαμείου, ἀφ' οὗ ἡ παράλληλος ἀγέται τῷ ἄξονι, ἡ
τομὰ ἐσσεύεται ὀρθογωνίου κώνου τομὰ· διάμετρος δὲ
αὐτᾶς ὁ ἄξων τοῦ κωνοειδέος. ἐν δὲ τῇ τοῦ ὀρθο-
15 γωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμείου τοῦ ἐπὶ τῇ
τομᾷ ἀγομέναν παρὰ τὴν διάμετρον εὐθειᾶν αἱ μὲν
ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ᾗ ἐντι τὰ κυρτὰ αὐτᾶς,
ἐκτὸς πίπτουσι, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός. δῆλον οὖν
τὸ προτεθέν.

Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σαμείου
20 τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ τὰν ἀγομέναν εὐθειᾶν
παρὰ τινα γραμμάν, ἥ ἐστίν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγμείνα
διὰ τῆς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κω-
νοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομέναι, ἐφ' ᾗ ἐντι τα
25 κυρτὰ αὐτοῦ, ἐκτὸς πεσούνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ
ἐπὶ θάτερα ἐντός.

2. τὰ ἀπό] ταν απο F; corr. Torellius. 3. τῶν] Torellius; ταν F, vulgo. 5. ιε' Torellius. 10. κωνοειδέος F
12. παράλληλος ed. Basil., Torellius (non BC*). ἡ τομὰ
εσσεύεται; τομα F, vulgo. 16. τὰν ἀγομέναν Torellius. 17.
αὐτᾶς] αυτη F; corr. Torellius. 18. πιπτωντι F. 22

centur, sectiones earum similes futuras esse. quadrata perpendicularium ad rectangula partibus tri] comprehensa easdem rationes habebunt.¹⁾

XV.

In conoide rectangulo earum linearum, quae a quocunque puncto in superficie conoidis posito axi parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est conuexa eius pars, extra conoides cadent, quae in alteram partem ducuntur, intra.

Enim planum ducitur simul per axem et per id punctum, unde ducitur linea axi parallela, sectio erit rectanguli sectio [prop. 11, a], diametrus autem axis conoidis. sed in sectione coni rectanguli earum linearum, quae a quouis puncto sectionis diametri parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra [sectionem] conoidis cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra. igitur propositum.

In conoide obtusiangulo earum linearum, quae a quocunque puncto in superficie eius posito ducuntur parallelae lineae, quae in conoide per uerticem coni comprehendentis ducta est, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua est pars eius conuexa, extra conoides cadent, quae uero in alteram partem ducuntur, intra.

¹⁾ Eam enim habebunt rationem, quam $BT^2 : TN^2$ (prop. 14); tum u. p. 327 not. 2.

ε] scripsi; *αγομενας* F, uulgo; *ἀγομένα* Torellius. 23. τό] corr. BC.

ἀχθέντος γὰρ ἐπιπέδου διὰ τε τᾷς εὐθείας τᾷς ἐν
 τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένας διὰ τᾷς κορυφᾷς τοῦ κώνου
 τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές καὶ διὰ τοῦ σαμεῖον,
 ἀφ' οὗ ἀγέται ἡ ἐς αὐτό, ἡ τομὰ ἐσσεῖται ἀμβλυγ-
 5 νίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾷς ἡ ἀπὸ τᾷς κο-
 ρυφᾷς τοῦ κώνου ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα. ἐν δὲ
 τᾷ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾷ ἀπὸ παντὸς σαμεῖον
 τοῦ ἐπὶ τᾷς τομᾷς τᾶν ἀγομέναν εὐθειᾶν παρὰ τὴν
 οὕτως ἀγμέναν γραμμὰν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγομένα,
 10 ἐφ' ἧς ἐστὶν αὐτᾷς τὰ κυρτά, ἐκτὸς πίπτουσι, αἱ δὲ
 ἐπὶ θάτερα ἐντός.

Εἰ καὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφ-
 απτήται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές, καθ' ἓν μόνον ἀψέται
 σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾷς ἀφᾷς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπι-
 15 δον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.

ἐφαπτέσθω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ πλείονα σαμεῖα
 λαφθέντων δὴ δύο σαμείων, καθ' ἃ ἀπτεται τὸ ἐπι-
 ψαῦον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου
 παρὰ τὸν ἄξονα εὐθειᾶν ἀχθεισᾶν ἀπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν
 20 παρὰ τὸν ἄξονα ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ἦτοι διὰ τοῦ ἄξονος
 ἢ παρὰ τὸν ἄξονα ἐσσεῖται ἀγμένον. ὥστε τὴν τομὴν
 ποιήσει κώνου τομάν, καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ
 τοῦ κώνου τομᾷ, ἐπεὶ ἐν τε τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐντὶ καὶ ἐν
 τῷ ἐπιπέδῳ. ἡ οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντός
 25 ἐσσεῖται τᾷς τοῦ κώνου τομᾷς· ὥστε καὶ τᾷς τοῦ κω-
 νοειδέος ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεῖται. ἔστιν δὲ ἡ εὐθεῖα

3. κωνοειδές F. 4. ἐς αὐτό] scripsi; εσαντα F, vulgo;
 παρ' αὐτάν Nizzius; „aequidistans illi“ Cr. 7. τομᾷ] του F;
 corr. Torellius. 12. ἐφαπτεται F; corr. Torellius. 17. δὴ]
 scripsi; δε F, vulgo; „igitur“ Cr. 19. ἀπό] scripsi; ἀπο δε
 F, vulgo. 20. παρὰ] τᾶν παρὰ? 22. σαμεῖα] σα- supra
 m. 1 F. 23. ἐπεὶ] Nizzius; ἐπει οὖν F, vulgo.

nam si planum ducitur simul per lineam, quae in conoide per uerticem coni conoides comprehendens ducitur, et per punctum, unde ducitur linea conoidi adaequata, sectio erit coni obtusianguli sectio, et diametrus conoidis. Si linea in conoide a uertice coni ducta [prop. 11, b]. Si in sectione coni obtusianguli earum linearum, quae quouis puncto sectionis lineae ita ductae parallelae ducuntur, eae, quae in eandem partem ducuntur, in qua conuexa est, extra [sectionem] cadunt, quae in alteram, intra.

c) Si planum figuras conoideon contingit conoides non secans, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendiculare erit.

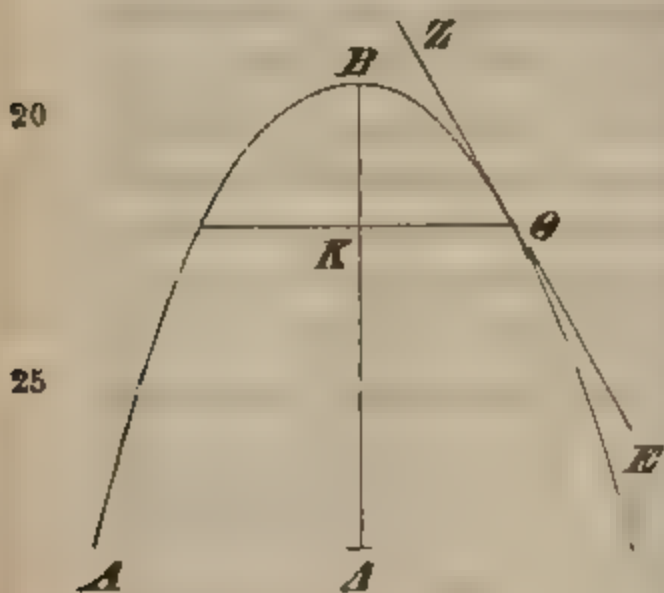
contingat enim, si fieri potest, in pluribus punctis. Si in duobus punctis, in quibus planum contingens conoides tangat, et ab utroque lineis axi parallelis ductis, planum per lineas axi parallelas¹⁾ ductum aut per axem aut axi parallelum ductum erit.²⁾ Si sectio coni erit sectio [prop. 11], et puncta in coni sectione erunt, quoniam et in superficie [conoidis] sunt et in plano. itaque linea puncta iungens intra coni sectionem erit.³⁾ quare etiam intra superficiem conoidis erit. sed ea ipsa linea in plano contingenti est, quia etiam puncta in eo sunt. itaque quaedam pars plani

1) Adparet, iungendum esse lin. 19. 20: τῶν ἀχθεισῶν παρὰ τὸν ἄξονα : τῶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀχθεισῶν; sed fortasse scribendum: τῶν παρὰ.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 17.

3) Apollon. con. I, 10.

αὐτὰ ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαρμὰ
 τοῦ ἄρα ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεῖται τι ἐντὸς τοῦ
 κωνοειδέος· ὅπερ ἀδύνατον. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν.
 καθ' ἓν ἄρα μόνον ἀψέται σαρμῆον. ὅτι δὲ καὶ τὸ
 5 διὰ τῆς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν
 ἐσσεῖται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον, εἰ κατὰ τὴν κορυφὴν τοῦ
 κωνοειδέος ἐφαπτέται, δῆλον. ἀχθέντων γὰρ διὰ τοῦ
 ἄξονος δύο ἐπιπέδων τοῦ κωνοειδέος αἱ τομαὶ ἐσσοῦν-
 ται κώνων τομαὶ διάμετρον ἔχουσαι τὸν ἄξονα, τοῦ
 10 δὲ ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου [αἱ] εὐθείαι ἐπιψανούσαι τὰν
 τῶν κώνων τομῶν κατὰ τὸ πέρας τῆς διαμέτρου. αἱ
 δὲ εὐθείαι αἱ ἐπιψανούσαι τὰν τῶν κώνων τομῶν κατὰ
 τὸ πέρας τῆς διαμέτρου ὀρθὰς ποιοῦντι γωνίας ποτὶ
 τὰν διάμετρον. ἐσσοῦνται οὖν ἐν τῷ ἐπιψαύοντι ἐπι-
 15 πέδῳ δύο εὐθείαι ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. ὀρθὸν οὖν
 ἐσσεῖται ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἐπίπεδον, ὥστε καὶ ποτὶ
 τὸ διὰ τοῦ ἄξονος. ἀλλὰ ἔστω μὴ κατὰ τὴν κορυφὴν



30 κώνου τομᾶς ἀπτομένα κατὰ τὸ Θ. ἀπὸ δὲ τοῦ Θ

6. εἰ] om. F; corr. Torellius.

7. ἐφαπτεται Torellius.

gentis intra conoides erit. quod fieri non potest. suppositum est, planum non secare. in uno solo puncto continget. planum autem per punctum contactus et axem ductum perpendiculare ad planum contingens fore, statim adparet, si in uertice contingit. ductis enim per axem duobus planis per conoidis erunt conorum sectiones diametrum per axem [prop. 11], sectiones uero plani conoidis lineae sectiones conorum in termino diametri contingentes. lineae autem sectiones conorum in termino diametri contingentes cum diametro rectos angulos faciunt.¹⁾ itaque in plano contingenti duae ad axem perpendiculares erunt. quare planum ad axem perpendiculare erit [Eucl. XI, 4]; quare ad planum per axem positum [Eucl. XI, 18]. planum ne in uertice conoidis contingat. ducatur planum per punctum contactus et axem. et conoidis sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11, a—b], item et diameter sectionis sit $B\Delta$. plani uero contingentis sectio sit linea $E\Theta Z$ sectionem coni in puncto tangens. et a Θ puncto ducatur linea ΘK

¹ Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 47 nr. 4.

[κωνοειδής] τοῦ μὲν κων. ? εἰσούνται F. 9. κωνων
[αἱ] deleo. 11. αἱ δὲ εὐθείαι usque ad τὰς διαμέτρους
ego supplui; om. F, ulgo. 14. εἰσούνται F. 16.
(alt.) πρὸς per comp. F; corr. Torellius. 24. $AB\Gamma$]
ins; $B\Gamma$ F, ulgo.

κάθετος ἄχθῳ ἐπὶ τὰν $ΒΔ$ ἢ $ΘΚ$, καὶ ἐπίπεδον ἀν-
 εστακέτω ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα. ποιήσει δὴ τοῦτο
 τὰν τομὰν κύκλον, οὗ κέντρον τὸ $Κ$. ἡ δὲ τομὰ
 τούτου τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἐπιψαύοντος ἐσσεύεται
 5 ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου. ὀρθὰς ἄρα ποιήσει γωνίας
 ποτὶ τὰν $ΘΚ$. ὥστ' ὀρθὰ ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον
 τό, ἐν ᾧ ἐντι αἱ $ΚΘ$, $ΒΔ$. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐπι-
 ψαῦον ἐπίπεδον ὀρθὸν ἐστὶ ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον,
 ἐπεὶ καὶ αἱ ἐν αὐτῷ εὐθεῖαι.

10

15.

Εἰ καὶ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὅποτερουοῦν
 ἐπίπεδον ἀπτήται μὴ τέμνον τὸ σχῆμα, καθ' ἓν μόνον
 ἀψέται σαμεῖον, καὶ τὸ διὰ τῆς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος
 ἐπίπεδον ἄχθεν ὀρθὸν ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπί-
 15 πεδον.

ἀπτέσθω γὰρ κατὰ πλείονα σαμεῖα. λαφθέντων
 δὴ τῶν σαμείων, καθ' ἃ ἀπτέται τὸ ἐπίπεδον τοῦ
 σφαιροειδέος, καὶ ἀφ' ἑκατέρου αὐτῶν παρὰ τὸν ἄξονα
 εὐθειᾶν ἀχθεῖσᾶν καὶ διὰ τῶν ἀχθεῖσᾶν ἐπιπέδου ἐκ-
 20 βληθέντος ἡ τομὰ ἐσσεύεται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ,
 καὶ τὰ σαμεῖα ἐσσοῦνται ἐν τᾷ τοῦ κώνου τομᾷ. ἡ
 οὖν μεταξὺ τῶν σαμείων εὐθεῖα ἐντὸς ἐσσεύεται τῆς
 τοῦ κώνου τομᾶς. ὥστε καὶ τῆς τοῦ σφαιροειδέος
 ἐπιφανείας ἐντὸς ἐσσεύεται. ἔστιν δὲ ἡ εὐθεῖα ἐν τῷ
 25 ἐπιψαύοντι ἐπιπέδῳ, διότι καὶ τὰ σαμεῖα. τοῦ οὖν
 ἐπιψαύοντος ἐπιπέδου ἐσσεύεται τι ἐντὸς τοῦ σφαιρο-

2. ποτὶ] scripsi; ἐπὶ F, vulgo; u. Philol. Samfd. Mnde-
 skrift. Haun. 1879 p. 19. δῆ] scripsi; δε F, vulgo. 7. το.
 ἐν] τῷ, ἐν F; corr. C ὅτι] ὅτι καὶ A (non BC*), ed. Ba-
 sil., Torellius 10. 15' Torellius. 11. ὅποτερουοῦν] scripsi.
 ὅποτερουοῦν F, vulgo. 17. δῆ] scripsi; δε F, vulgo. 18.

ad $B\Delta$ perpendicularis, et [in ea] planum erigatur ad axem perpendiculare. hoc igitur sectionem circulum faciet, cuius centrum sit K [prop. 11, a—b]. sectio autem huius plani et plani contingentis circulum continget. itaque cum ΘK rectos angulos faciet [Eucl. III, 18]. quare ad planum, in quo sunt lineae $K\Theta$, $B\Delta$, perpendicularis erit [Eucl. XI def. 4]. adparet igitur, planum contingens ad idem planum perpendiculare esse, quoniam etiam lineae in eo positae [ad idem planum perpendiculares sunt. Eucl. XI, 18].

XVI.

a) Si planum utramvis figurarum sphaeroideôn tangit non secans figuram, in uno solo puncto tanget, et planum per punctum contactus et axem ductum ad planum contingens perpendiculare erit.¹⁾

tangat enim in pluribus punctis. sumptis igitur punctis, in quibus planum sphaeroides tangit, et ab utroque eorum lineis axi parallelis ductis et per ductas lineas plano posito sectio erit conici acutianguli sectio [prop. 11, c], et puncta in conici sectione erunt. itaque linea puncta iungens intra conici sectionem erit [Apollon. I, 10]. quare etiam intra superficiem conoidis erit. ea autem linea in plano contingenti est, quia etiam puncta [in eo sunt]. itaque pars quaedam plani contingentis intra sphaeroides erit. at non est; nam

1) Praef. p. 282, 16: ὅτι δὲ τὰ ἐπιψάύοντα ἐπίπεδα τοῦ σφαιροειδέος καθ' ἓν μόνον ἀπτόνται σαμεῖον τᾷς ἐπιφανείας αὐτοῦ.

δύο Nizzius, fort. recte. 19. εὐθείαι ἀχθῶσιν F; corr. Torellius. τῶν ἀχθείσων F; corr. Torellius.

ειδέος. οὐκ ἔστιν δέ. ὑπέκειτο γὰρ μὴ τέμνειν. δῆ-
 λον οὖν, ὅτι καθ' ἐν σαμεῖον μόνον ἀψέται. ὅτι δὲ
 τὸ διὰ τᾶς ἀφᾶς καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν
 ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιψαῦον, ὁμοίως τοῖς
 5 περὶ τῶν κωνοειδέων σχημάτων δειξοῦμες.

Εἰ κα τῶν κωνοειδέων ἢ τῶν σφαιροειδέων σχη-
 μάτων ὁποιοινοῦν ἐπιπέδῳ τμαθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ
 τᾶς γενομένας τομᾶς ἐπιψαύουσά τις ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ
 διὰ τᾶς ἐπιψαυούσας ἐπίπεδον ἀνασταθῇ ὀρθὸν ποτὶ
 10 τὸ τέμνον, ἐπιψαύει τοῦ σχήματος κατὰ τὸ αὐτὸ σα-
 μεῖον, καθ' ὃ καὶ ἡ εὐθεῖα ἐπιψαύει τᾶς τοῦ κώνου
 τομᾶς.

οὐ γὰρ ἀψέται κατ' ἄλλο σαμεῖον τᾶς ἐπιφανείας
 αὐτοῦ. εἰ δὲ μή, ἡ ἀπὸ τοῦ σαμείου κάθετος ἀγο-
 15 μένα ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς τοῦ
 κώνου τομᾶς. ἐπὶ γὰρ τὰν ἐπιψαύουσαν πεσεῖται, ἐπὶ
 ὀρθὰ ποτ' ἄλλαλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ὅπερ ἀδύνατον.
 ἐδείχθη γάρ, ὅτι ἐντὸς πεσεῖται.

Εἰ κα τῶν σφαιροειδέων τινὸς σχημάτων δύο ἐπί-
 20 πεδα παράλληλα ἐπιψαύωντι, ἡ τὰς ἀφᾶς ἐπιζευγνύουσα
 εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος πορευεῖται.

εἰ μὲν οὖν κα ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι τὰ ἐπίπεδα
 ἔωντι, δῆλον. ἄλλ' ἔστω μὴ ποτ' ὀρθὰς. τὸ δὲ ἐπί-
 πεδον τὸ ἀχθὲν διὰ τοῦ ἄξονος καὶ τᾶς ἀφᾶς τᾶς
 25 ἐτέρας ὀρθὸν ἐσσεύεται ποτὶ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον.
 ὥστε καὶ ποτὶ τὸ παράλληλον αὐτῷ. ἀναγκαῖον ἂν

1. τέμνον B. 5. δειξοῦμες] om. F; suppleuit Torellius;
 „et in hoc demonstrabimus“ Cr. 6. τῶν κωνοειδέων ἢ] om.
 F; suppleuit Barrowius. 10. ἐπιψαύσει Torellius. 11 α]
 η F; corr. Torellius, ut etiam lin. 14. 13. ἄλλο] ἄλλο σφ F C^o.
 fort. ἄλλο τι. 15. ἐκτός] ἐντός F; corr. Commandinus. 17
 ἐντι τὰ] scripsi; ἔωντι F, vulgo. 18. ἐν Torellius. 20.

suppositum est, id non secare. adparet igitur, in uno solo puncto [planum] tacturum esse. planum autem per punctum contactus et axem positum ad planum contingens perpendiculare futurum esse, eodem modo, quo in figuris conoidibus, demonstrabimus [p. 360, 4 sq.].

b) Si quaecumque figurarum conoideon uel sphaeroideon plano per axem posito secatur, et sectionem inde ortam contingens linea ducitur, et in linea contingenti planum erigitur ad secans planum perpendiculare, figuram in eodem puncto contingit, in quo linea illa coni sectionem contingit.

neque enim in alio puncto superficiei eius tanget. si minus, linea a puncto illo ad planum secans perpendicularis ducta extra coni sectionem cadet. nam in lineam contingentem cadet, quoniam plana inter se perpendicularia sunt.¹⁾ quod fieri non potest. nam demonstratum est, intra [coni sectionem] eam casuram esse [prop. 11, d].

c) Si duo plana parallela quamvis figurarum sphaeroideon contingunt, linea puncta contactus iungens per centrum sphaeroidis ibit [cfr. p. 282, 18]. — si primum plana ad axem perpendicularia sunt, adparet.²⁾ sint uero ne perpendicularia. itaque planum

1) Nam linea a puncto illo contactus ad lineam contingentem perpendicularis ad planum secans perpendicularis erit (Eucl. XI def. 4), nec ab eodem puncto duae lineae ad idem planum perpendiculares ducuntur.

2) Tum enim in terminis diametri contingunt (cfr. p. 360 11 sq.).

ἐπιψάωντι] scripsi; ἐπιψαυοντι F, uulgo. 22. εἰ] Nizzius; ὅτι per comp. F, uulgo. κα ποτ'] scripsi; κατ' F, uulgo. 25. ποτ'] V; προς F (per comp.) A, BC*; ἐπὶ D.

τὸ αὐτὸ εἶμεν ἐπίπεδον τὸ διὰ τοῦ ἄξονος καὶ ἑκα-
 τέραν τῶν ἀφ᾽ ἄν ἄγμενον. εἰ δὲ μὴ, ἕσσονται δύο
 ἐπίπεδα ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὀρθὰ διὰ τῆς αὐτῆς
 γραμμᾶς ἄγμενα οὐκ ἐούσας ὀρθὰς ποτὶ τὸ ἐπίπεδον.
 5 ὑπέκειτο γὰρ ὁ ἄξων μὴ εἶμεν ὀρθὸς ποτὶ τὰ παράλ-
 ληλα ἐπίπεδα. ἐν τῷ αὐτῷ ἄρα ἕσσονται ἐπιπέδῳ
 ὃ τε ἄξων καὶ αἱ ἀφαί, καὶ τετρακὸς ἕσσεται τὸ σφαι-
 ροειδὲς διὰ τοῦ ἄξονος. ἂ οὖν τομὰ ἕσσεται ὀξυγ-
 ωνίου κώνου τομὰ, αἱ δὲ τῶν ἐπιφανόντων ἐπιπέδων
 10 τομαὶ παράλληλοι ἕσσονται καὶ ἐπιφανούσαι τῆς τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰς ἀφὰς τῶν ἐπιπέδων.
 εἰ δὲ καὶ δύο εὐθείαι ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐπι-
 ψαύοντι παράλληλοι ἐούσαι, τό τε κέντρον τῆς τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς καὶ αἱ ἀφαί ἐπ' εὐθείας
 15 ἕσσονται.

ιζ'.

Εἰ καὶ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ὅποτεροιοῦν
 δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῇ ἐπιψαύοντα, ἀχθῇ δέ
 τι ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος παρὰ
 20 τὰ ἐπιψαύοντα, αἱ διὰ τῆς γενομένης τομᾶς ἀγομέναι
 εὐθείαι παρὰ τὰν τὰς ἀφὰς ἐπιξευγνύουσας ἑκτὸς
 πεσούνται τοῦ σφαιροειδέος.

3. ὀρθαν FC*. 7. τετμηκος F; corr. Torellius 9 ἐπι-
 ψαυόντων] scripsi; επιψανουσων F, vulgo 10 ἕσσονται F.
 corr Torellius. καί] scripsi; αἱ F, vulgo. 15. ἕσσονται]
 scripsi; εἰσονται F; εἰσονται vulgo. 16. ιθ' Torellius

per axem et alterum punctum contactus ductum ad planum contingens perpendiculare erit [p. 362]. quare etiam ad planum ei parallelum [perpendiculare erit].¹⁾ necesse est igitur, planum per axem et utrumque punctum contactus ductum idem esse. nam si minus, duo plana ad idem planum perpendicularia erunt per eandem lineam ducta, quae ad planum perpendicularis non est.²⁾ suppositum enim est, axem ad plana parallela perpendicularem non esse. itaque et axis et puncta contactus in eodem plano erunt, quod sphaeroides per axem secabit.³⁾ itaque sectio conici acutianguli erit [prop. 11, c], sectiones autem planorum contingentium parallelae erunt [Eucl. XI, 16] et sectionem conici acutianguli in punctis contactus planorum contingent. sin autem duae lineae parallelae sectionem conici acutianguli contingunt, et centrum sectionis conici acutianguli et puncta contactus in eadem linea recta erunt.⁴⁾

XVII.

Si ducuntur duo plana parallela utramvis figurarum sphaeroideôn contingentia, et per centrum sphaeroidis planum contingentibus parallelum ducitur, lineae per⁵⁾ sectionem inde ortam ductae parallelae lineae puncta contactus iungenti extra sphaeroides cadent.

1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 18.

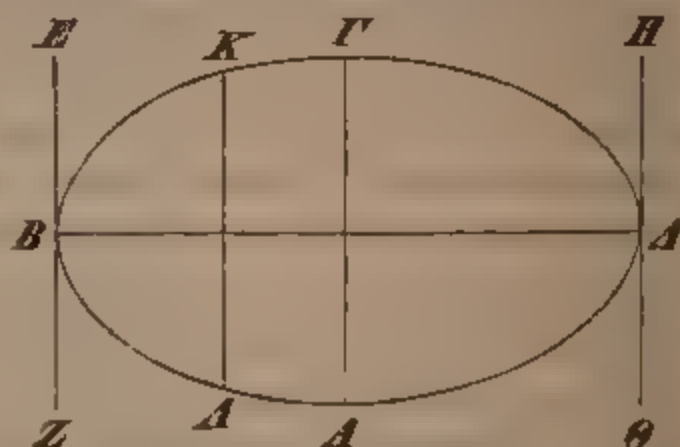
2) Quod fieri non potest; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 182 nr. 20.

3) Ad τετρακὸς ἐσσεῖται, quod actuum est, subiectum est τὸ ἐπίπεδον (in quo et axis et puncta contactus sunt).

4) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49, nr. 8.

5) διὰ, non ἀπό, quod expectaueris, posuit Archimedes, quia lineae illae in utramque partem sectionis producendae sunt.

ὑποκείσθω τὰ εἰρημένα, καὶ λελάφθω τι σαρμ
 ἐπὶ τᾷς γενομέναις τομαῖς, διὰ δὲ τοῦ γενομένου
 μείου καὶ τᾷς εὐθείαις τᾷς τὰς ἀφ᾽ ἐπιξενγνυοῦ
 ἐπίπεδον ἄχθω. τεμεῖ δὴ τοῦτο τό τε σφαιροει
 5 καὶ τὰ παράλλαλα ἐπίπεδα. ἔστω οὖν ἡ μὲν
 σφαιροειδέος τομὰ ἡ $ΑΒΓΔ$ [ὀξυγωνίου] κώνου το
 αἱ δὲ τῶν ἐπιπέδων τῶν ψανόντων τομαὶ αἱ $ΕΖ$,



εὐθεῖαι, τὸ δὲ λαφθέν σαρμεῖον τὸ $Α$, ἡ δὲ τὰς ἀ
 ἐπιξενγνύουσα ἔστω ἡ $ΒΔ$. πεσεῖται δὲ αὐτὰ διὰ
 10 κέντρου· ἡ δὲ τοῦ παραλλήλου ἐπιπέδου τοῖς ἐπι
 όντεσσιν ἐπιπέδοις τομαὶ ἡ $ΓΑ$. ἐσσεῖται δὲ αὐτὰ
 τοῦ κέντρου ἄγμένα, ἐπεὶ καὶ τὸ ἐπίπεδον. ἐπεὶ
 ἔστιν ἡ $ΑΒΓΔ$ ἥτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου το
 καὶ ἐπιψάνονται αὐτᾷς δύο εὐθεῖαι αἱ $ΕΖ$, $ΗΘ$,
 15 δὲ τοῦ κέντρου ἄκται παράλληλος αὐταῖς ἡ $ΑΓ$,
 λον, ὡς αἱ ἀπὸ τῶν $Α$, $Γ$ ἄγομέναι σαρμεῖων παρὰ
 $ΒΔ$ ἐπιψάνονται τᾷς τομαῖς καὶ ἐκτὸς πεσοῦνται
 σφαιροειδέος. — εἰ δὲ καὶ τὸ παράλληλον ἐπίπε
 τοῖς ἐπιψανόντεσσιν ἐπιπέδοις μὴ διὰ τοῦ κέν
 20 ἄγμένον ἢ, ὡς τὸ $ΚΑ$, δῆλον, ὡς τᾶν ἀπὸ τᾷς το

2. γενομένου] delet Nizzius. 4. δῆ] Nizzius; δε F, vulgo.
 7. ἐπιψανόντων? 8. δέ] Nizzius; δη F, vulgo. 9. πᾶ

supposita sint ea, quae diximus, et sumatur punctum aliquod in sectione orta, et per punctum ita sumptum et lineam puncta contactus iungentem planum ducatur. hoc igitur et sphaeroides et plana parallela secabit. itaque sphaeroidis sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni [acutianguli]¹⁾ sectio [prop. 11, c], sectiones uero planorum contingentium lineae EZ , $H\Theta$, et punctum sumptum A , et linea puncta contactus iungens sit $B\Delta$; cadet autem per centrum [prop. 16, c]. plani autem planis contingentibus paralleli sectio sit $\Gamma\Delta$ linea; ea autem per centrum ducta erit, quoniam etiam planum [per centrum ductum est]. quare quoniam $AB\Gamma\Delta$ aut circulus²⁾ aut sectio coni acutianguli est [prop. 11, c], et eam contingunt duae lineae EZ , $H\Theta$, et per centrum iis parallela ducta est linea $A\Gamma$, adparet, lineas a punctis A , Γ ductas lineae $B\Delta$ parallelas sectionem contingere³⁾ et extra sphaeroides casuras esse.

sin planum contingentibus planis parallelum non per centrum ductum est, uelut $K\Delta$, adparet, linearum

1) Putauerim, $\acute{\alpha}\xi\upsilon\gamma\omega\nu\lambda\acute{o}\nu$ lin. 6 delendum esse, cum sequatur lin. 18: $\eta\tau\omicron\iota\ \kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda\omicron\varsigma\ \eta\ \acute{\alpha}\xi\upsilon\gamma\omega\nu\lambda\acute{o}\nu\ \kappa\acute{\omega}\nu\omicron\nu\ \tau\omicron\mu\acute{\alpha}$.

2) Hoc fit, ubi plana parallela in terminis diametri sphaeroidis contingunt, et punctum ita sumitur, ut linea ab eo ad id planum perpendicularis, quod per puncta contactus positum est, in ipsam lineam puncta contactus iungentem cadat.

3) Apollon. I, 17; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 49 nr. 9.

$\tau\alpha\iota$] $\kappa\omicron\rho\epsilon\upsilon\sigma\tau\alpha\iota$ Nizzius. $\delta\acute{\epsilon}$] scripsi; $\delta\eta$ F, ulgo. 10. $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\epsilon\sigma\sigma\iota$ F. 11. $\delta\acute{\epsilon}$] $\delta\eta$ Nizzius. 14. $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\iota$ F; corr. Torellius. $\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\varsigma$] Torellius cum V; $\alpha\nu\tau\alpha\iota$ F, ulgo. $\delta\upsilon\omicron$] scripsi; $\alpha\iota\ \delta\upsilon\omicron$ F, ulgo. 17. $\acute{\epsilon}\pi\iota\psi\alpha\upsilon\omicron\nu\tau\iota$] scripsi; $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\iota$ F, ulgo; fort. $\acute{\epsilon}\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\sigma\upsilon\omicron\nu\tau\iota$. $\kappa\alpha\iota$] om. F; corr. Torellius. 18. $\kappa\alpha$] scripsi; $\kappa\alpha\iota$ F, ulgo. 19. $\epsilon\pi\iota\psi\alpha\nu\omicron\nu\tau\epsilon\sigma\sigma\iota\ \sigma\alpha\mu\epsilon\iota\omicron\iota\varsigma\ \mu\eta$ F; corr. Torellius.

ἀγομέναν εὐθειᾶν αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ γενομένοι τῷ
ἐλάσσονι τμήματι ἐκτὸς πεσούνται τοῦ σφαιροειδούς,
αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐντός.

ιη'.

6 Πᾶν σχῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμαθὲν διὰ τοῦ
κέντρου δίχα τεμνέται ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου καὶ αὐτὸ καὶ
ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ
κέντρου· ἦτοι δὴ καὶ διὰ τοῦ ἄξονος ἐσσεῖται τετρα-
10 μένον ἢ ποτ' ὀρθὰς ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. εἰ
μὲν οὖν διὰ τοῦ ἄξονος τεμνέται ἢ ποτ' ὀρθὰς τῷ
ἄξονι, δῆλον, ὡς δίχα τεμνέται τε αὐτὸ καὶ ἡ ἐπι-
φάνεια αὐτοῦ. φανερὸν γάρ, ὅτι ἐφαρμόζει τὸ ἕτερον
μέρος αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἑτέρου
15 μέρους ἐπὶ τὰν τοῦ ἑτέρου. — ἀλλ' ἔστω μὴ διὰ τοῦ
ἄξονος τετμαμένον μηδὲ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι. τμα-
θέντος δὴ τοῦ σφαιροειδούς ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸ
τέμνον ἐπίπεδον διὰ τοῦ ἄξονος αὐτοῦ μὲν τοῦ σχή-
ματος τομὰ ἔστω ἡ $ΑΒΓΔ$ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ,
20 διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἔστω καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδούς
ἡ $ΒΔ$, καὶ κέντρον τὸ $Θ$, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ τετμα-

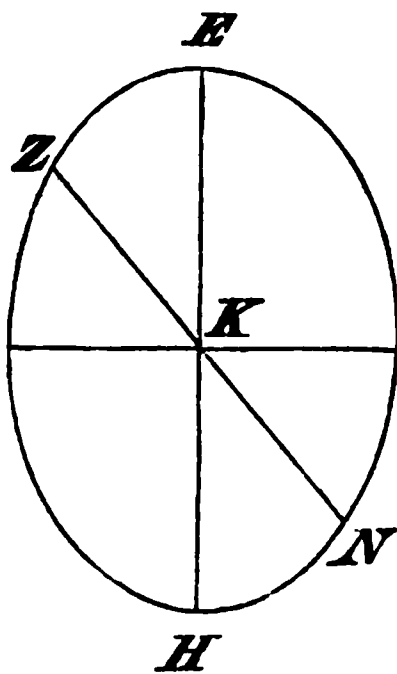
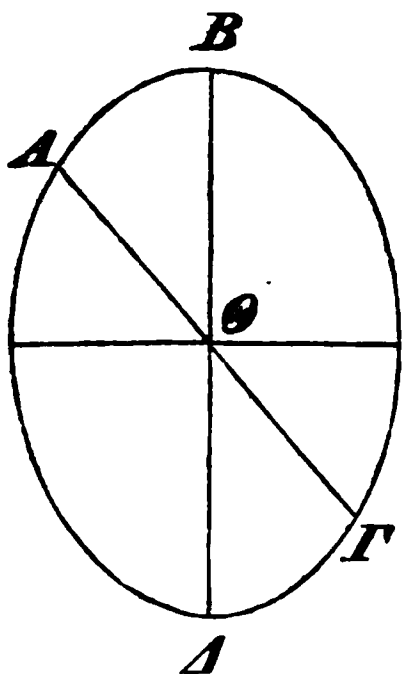
1. ἀγομέναν] scripsi; ταν γενομεναν F, vulgo; τὰς γενο-
μένας Nizzius. τῷ] scripsi; τῷ τε F, vulgo. 2. τμήματι.]
sic F. 4. κ' Torellius. 10. ἢ μὴ ποτ' ὀρθὰς] om. F; corr.
Torellius; „aut erecto aut non erecto“ Cr. 12. τε] scripsi,
το F, vulgo; de verborum ordine cfr. Xenoph. Hellen. III, 4,
3, al. 15. τοῦ ἑτέρου] scripsi; τοῦ om. F, vulgo. 16. μηδὲ]
scripsi; μη F; μήτε vulgo.*

sectione ductarum eas, quae in eadem parte sint, in
 a sit minus segmentum, extra sphaeroides casuras
 se, quae in altera parte sint, intra.

XVIII.

Quaenisi figura sphaeroides plano per centrum secta
 duas partes aequales plano secatur et ipsa et su-
 perficies eius.

secetur enim sphaeroides plano per centrum ducto.
 igitur aut per axem quoque sectum aut plano ad axem
 perpendiculari aut non perpendiculari. iam si per axem
 plano ad axem perpendiculari secatur, adparet, et
 am et superficiem eius in duas partes aequales secari.
 manifestum est, alteram partem eius alteri con-
 nere, et superficiem alterius partis superficiei alterius.
 sit autem ne per axem neu plano ad axem per-
 adiculari sectum. itaque secto sphaeroide per axem
 no ad secans planum perpendiculari ipsius figurae
 ctio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio, diameter



autem eius et axis sphaeroidis sit $B\Delta$, et centrum sit
 Θ , plani autem per centrum sphaeroides secantis sectio

κότος διὰ τοῦ κέντρου τὸ σφαιροειδὲς ἔστω τομὰ ἅ
 ΑΓ εὐθεῖα. λελάφθω δὴ τι καὶ ἄλλο σφαιροειδὲς
 ἴσον καὶ ὁμοῖον τούτῳ, καὶ τραθέντος αὐτοῦ διὰ τοῦ
 ἄξονος ἐπιπέδῳ τομὰ ἔστω ἅ ΕΖΗΝ ὀξυγωνίου
 5 κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαι-
 ροειδέος ἅ ΕΗ, καὶ κέντρον τὸ Κ. καὶ διὰ τοῦ Κ
 ἄχθω ἅ ΖΝ γωνίαν ποιούσα τὰν Κ ἴσαν τᾷ Θ, ἀπὸ
 δὲ τᾶς ΖΝ ἐπίπεδον ἔστω ἀνεστακὸς ὀρθὸν ποτὶ τὸ
 ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἅ ΕΖΗΝ τομὰ. ἐντὶ δὴ δύο
 10 ὀξυγωνίων κώνων τόμαί αἱ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΝ ἴσαι καὶ
 ὁμοίαι ἀλλάλαις. ἐφαρμόζονται οὖν ἐπ' ἀλλάλας, τε-
 θεύσας τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ καὶ τᾶς ΖΝ ἐπὶ τὰν
 ΑΓ. ἐφαρμόζει δὲ καὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΝΖ
 τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν ΑΓ, ἐπεὶ ἀπὸ τᾶς αὐτᾶς
 15 γραμμᾶς ποτὶ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἀμφοτέρω ὀρθὰ ἐντι.
 ἐφαρμόζει οὖν καὶ τὸ τμήμα τὸ ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου
 ἀποτεμνόμενον τοῦ κατὰ τὰν ΝΖ ἀπὸ τοῦ σφαιροει-
 δέος τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Ε τῷ ἑτέρῳ τμήματι τῷ ἀπο-
 τεμνομένῳ ἀπὸ τοῦ ἑτέρου σφαιροειδέος ὑπὸ τοῦ ἐπι-
 20 πέδου τοῦ κατὰ τὰν ΑΓ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Β, καὶ τὸ
 λοιπὸν τμήμα ἐπὶ τὸ λοιπόν, καὶ αἱ ἐπιφανεῖαι τῶν
 τμαμάτων ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας. πάλιν δὲ καὶ τεθεύσας
 τᾶς ΕΗ ἐπὶ τὰν ΒΔ οὕτως, ὥστε τὸ μὲν Ε κατὰ τὸ
 Δ κείσθαι, τὸ δὲ Η κατὰ τὸ Β, τὰν δὲ μεταξὺ τῶν
 25 Ν, Ζ σαμείων γραμμὰν ἐπὶ τὰν μεταξὺ τῶν Α, Γ
 σαμείων, δῆλον, ὡς αἱ τε τῶν ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ
 ἐφαρμοξοῦνται ἐπ' ἀλλάλας, καὶ τὸ μὲν Ζ ἐπὶ τὸ Γ
 πεσεῖται, τὸ δὲ Ν ἐπὶ τὸ Α. ὁμοίως καὶ τὸ ἐπίπεδον

1. τὸ σφαιροειδές] scripsi; του σφαιροειδες FC*; τοῦ σφα-
 ροειδέος vulgo 7. ΖΝ] ΖΗ F. 9. δὴ δύο] scripsi; δια-
 των F, vulgo, δὴ των Torellius. 11. ἀλλάλαις] Torellius.

linea AG . sumatur igitur etiam aliud sphaeroides
 hic aequale et simile, et secto eo plano per axem
 posito sectio sit $EZHN$ coni acutianguli sectio, dia-
 metrus autem eius et axis sphaeroidis EH [prop. 11, c]
 centrum K . et per K ducatur ZN angulum K
 aequalem faciens angulo Θ , et in ZN planum erigatur
 id planum perpendiculare, in quo est sectio $EZHN$.
 utraque duae sectiones conorum acutiangulorum sunt
 inter se aequales et similes $AB\Gamma\Delta$, $EZHN$. quare
 inter se congruunt, linea EH in $B\Delta$ linea posita et
 linea ZN in AG . et etiam planum in NZ linea po-
 situm plano in linea AG posito congruit, quoniam
 utrumque ab eadem linea ad idem planum perpendi-
 culare est [p. 367 not. 2]. quare etiam segmentum
 plano in linea NZ posito a sphaeroide abscisum in
 eadem parte positum, in quo est E punctum, alteri
 segmento congruit ab altero sphaeroide plano in linea
 AG posito absciso in eadem parte, in qua est B
 punctum, et reliquum segmentum reliquo, et super-
 ficies segmentorum inter se. rursus autem etiam linea
 EH in linea $B\Delta$ ita posita, ut E punctum in Δ po-
 natur, H autem in B , linea autem N, Z puncta iungens
 in linea puncta A, Γ iungenti, adparet fore, ut et
 sectiones conorum acutiangulorum inter se congruant,
 et Z punctum in Γ cadat, et N punctum in A . eodem

$\alpha\lambda\lambda\eta\lambda\alpha\iota\varsigma$ F, vulgo. $\epsilon\varphi\alpha\rho\mu\omicron\zeta\omega\nu\tau\iota$ F; corr. Torellius. $\alpha\lambda\lambda\alpha\varsigma$
 F; corr. Torellius. 12. $\tau\acute{\alpha}\varsigma ZN$] αZN F; corr. Torellius.
 13. $\tau\omega \kappa\alpha\tau\alpha$ F. 15. $\pi\omicron\tau\acute{\iota}$] $\omicron\varphi\theta\acute{\alpha} \pi\omicron\tau\acute{\iota}$ Nizzius. $\omicron\varphi\theta\acute{\alpha}$] $\omicron\varphi\theta\acute{\alpha}$] $\tau\omega E$] scripsi;
 scripsi; om. F, vulgo. 18. $\tau\omicron \acute{\epsilon}\pi\iota \tau\acute{\alpha} \alpha\nu\tau\acute{\alpha} \tau\omega E$] scripsi;
 $\tau\omicron \acute{\epsilon}\pi\iota \tau\acute{\alpha}\varsigma$ F, vulgo; $\tau\acute{\alpha} \alpha\nu\tau\acute{\alpha} \tau\omega E$, $\tau\omicron \acute{\epsilon}\pi\iota \tau\acute{\alpha}\varsigma$ Torellius; $\tau\acute{\alpha}$
 $\alpha\nu\tau\acute{\alpha} \tau\omega E$ Nizzius. $\alpha\pi\omicron\tau\epsilon\mu\nu\omega\mu\epsilon\nu\omega$ F. 21. $\alpha\acute{\iota} \acute{\epsilon}\pi\iota\varphi\alpha\nu\epsilon\acute{\iota}\alpha\iota$] $\alpha\pi\omicron\tau\epsilon\mu\nu\omega\mu\epsilon\nu\omega$ F.
 Torellius; $\acute{\alpha} \epsilon\pi\iota\varphi\alpha\nu\epsilon\acute{\iota}\alpha$ F, vulgo. 27. $\acute{\epsilon}\varphi\alpha\rho\mu\omicron\zeta\omicron\upsilon\nu\tau\iota$] scripsi;
 $\epsilon\varphi\alpha\rho\mu\omicron\zeta\omicron\upsilon\nu\tau\iota$ F, vulgo.

τὸ κατὰ τὰν NZ ἐφαρμόζει τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν
 $ΑΓ$, καὶ τῶν τμαμάτων τῶν ἀποτεμνομένων ὑπὸ τοῦ
ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν NZ τὸ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ
 H ἐφαρμόζει τῷ τμαμάτι τῷ ἀποτεμνομένῳ ὑπὸ τοῦ
ἐπιπέδου τοῦ κατὰ τὰν $ΑΓ$ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ B , τὸ δὲ
ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ E τῷ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ $Δ$. ἐπεὶ δὲ
τὸ αὐτὸ τμαμα ἐφ' ἑκάτερον τῶν τμαμάτων ἐφαρμόζει,
ὁδηλον, ὅτι ἴσα ἐντὶ τὰ τμαματα· διὰ ταῦτα δὲ καὶ αὐτὰ
ἐπιφανεῖται.

10

ιδ'.

Τμαματος δοθέντος ὅποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων
ἀποτετμαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν
σφαιροειδέων ὅποτερουοῦν μὴ μείζονος ἡμίσεος τοῦ
σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτεμνομένου δυνατόν ἐστι σχῆμα
15 στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων
ἴσον ὕψος ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφό-
μενον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι ὑπερέχον
παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

δεδόσθω τμαμα, οἷόν ἐστι τὸ $ΑΒΓ$. τμαθέντος δὲ
20 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν τμαματος τομα
ἔστω ἡ $ΑΒΓ$ κώνου τομα, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμα-
κότος τὸ τμαμα ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖα. ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμαμα-
τος καὶ διάμετρος τῆς τομας ἡ $ΒΔ$. ἐπεὶ οὖν ὑποκείται
τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον ὀρθὸν εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα,
25 ἡ τομα κύκλος ἐστί, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ $ΓΔ$. ἀπὸ
δὲ τοῦ κύκλου τούτου κύλινδρος ἔστω ἄξονα ἔχων τὸν

1. το κατὰ F. 6. το E F. 7. ἐφ' ἑκάτερον]
scripsi; ἑκατερον F, vulgo; ἑκατέρῳ Torellius. 8. τὰ αὐτὰ B.
αί] ἡ F. 10. κα' Torellius. 13. ἡμίσεος? 14. ἐστὶ
scripsi; ἐσται F, vulgo. σχῆμα] Barrowius; τμαμα F, vulgo.
16. ἔχόντων συγκείμενον] ἔχοντων τῶν (comp.) συγκειμένων F.

modo etiam planum in linea NZ positum plano in AG posito congruit, et ex segmentis plano in NZ posito abscisis id, quod in eadem parte est, in qua punctum H , congruit segmento plano in AG posito absciso in eadem parte, in qua B , praeterea quod in eadem parte est, in qua est punctum E , ei, quod in eadem parte est, in qua A . et quoniam idem segmentum utrique segmento congruit, adparet, segmenta aequalia esse, et eadem de causa etiam superficies.

XIX.

Dato segmento utriusvis conoideôn absciso plano ad axem perpendiculari, uel segmento utriusvis sphaeroideôn non maiore, quam dimidia pars sphaeroidis est, eodem modo absciso fieri potest, ut figura solida inscribatur, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta inscriptam excedat spatio minore, quam quaevis data magnitudo solida est.

datum sit segmentum, quale est $AB\Gamma$. et secto eo plano per axem posito segmenti sectio sit $AB\Gamma$ coni sectio [prop. 11], plani uero segmentum abscindentis linea AG . axis autem segmenti et diametrus sectionis sit $B\Delta$. iam quoniam suppositum est, planum abscindens ad axem perpendiculare esse, sectio circulus est, et diametrus eius ΓA [prop. 11]. in hoc autem circulo cylindrus construatur axem habens $B\Delta$.

corr. Barrowius. 20. τοῦ μὲν] scripsi; om. F, uulgo. τομά] τομας F; corr. ed, Basil.* 21. αποτετμηκωτος F, ἀποτετμηκωτος ceteri codd., ἀποτέμνοντος ed. Basil., Torellius. 24. ποτ'] scripsi; επι F, uulgo; u. not. crit. p. 362, 2. 26. τόν] τάν Nizzius.

$B\Delta$. πεσείται δὲ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμή-
 ματος, ἐπεὶ ἐστὶν ἥτοι κωνοειδὲς ἢ σφαιροειδὲς μὴ
 μείζον τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. τοῦ δὲ κυλίν-
 δρου τούτου αἰὲν δίχα τεμνομένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς
 5 τὸν ἄξονα, ἐσσεῖται ποτὲ τὸ καταλειπόμενον ἐλασσον
 τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. ἔστω δὲ τὸ κατα-
 λελειμμένον ἀπ' αὐτοῦ κύλινδρος ὁ ἔχων βάσιν τὸν
 κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὸν
 $ΕΔ$ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. διαι-
 10 ρήσθω δὲ ἡ $B\Delta$ ἐς τὰς ἰσας τῇ $ΕΔ$ κατὰ τὰ $P, O,$
 Π, Ξ , καὶ ἀπὸ τῶν διαιρεσίων ἄχθων εὐθεῖαι παρὰ
 τὰν $ΑΓ$ ἔστω ποτὲ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἀπὸ δὲ τῶν
 ἄχθεισῶν ἐπίπεδα ἀνεστακέτω ὀρθὰ ποτὲ τὰν $B\Delta$.
 ἐσσοῦνται δὲ αἱ τομαὶ κύκλοι τὰ κέντρα ἔχοντες ἐπὶ
 15 τῇ $B\Delta$. ἀφ' ἐκάστου δὲ τῶν κύκλων δύο κυλίνδροι
 ἀναγεγράφθων, ἐκάτερος ἔχων ἄξονα ἴσον τῷ $ΕΔ$, ὁ μὲν
 ἐπὶ τὰ αὐτὰ τοῦ κύκλου, ἐφ' ᾧ ἐστὶ τὸ Δ , ὁ δὲ ἐπὶ
 τὰ αὐτά, ἐφ' ᾧ ἐστὶ τὸ B . ἐσσεῖται δὲ τι ἐν τῷ τμή-
 ματι σχῆμα στερεὸν ἐγγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίνδρων
 20 συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων, ἐφ' ᾧ
 ἐστὶ τὸ Δ , καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον ἐκ τῶν κυλίν-
 δρων συγκείμενον τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀναγραφέντων,
 ἐφ' ᾧ τὸ B ἐστὶν. λοιπὸν δὲ ἐστὶ δεῖξαι, ὅτι τὸ
 περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει ἐλάσσονι

2. ἐστὶν] εστιν (comp.) δε F; corr. Torellius. 3. ἡμισείας
 F; corr. Torellius. 6. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. καταλι-
 λεμμενον F. 7. ὁ] om. AB, ed. Basil, Torellius. 9. ἐλασ-
 σον F; corr. Torellius. διαιρεσίων F. 10. τῇ] τας F; corr.
 Torellius. 11. διαιρεσεων F, vulgo. 12. ἔστω] ἐσται (per
 comp.) F, vulgo; corr. Torellius. 14. εσσοῦνται F. 16. ἀνα-
 γεγραφθῶ puncto addito F; corr. Torellius. 17. κύκλου]
 scripsi, collata p. 384, 17; κυλίνδρου F, vulgo. 19. στερεον]
 στερεον εκ των (comp.) F. 21. ἐκ] συγκειμενον εκτε F, vulgo;

superficies autem eius extra segmentum cadet, quoniam est aut conoides aut sphaeroides [segmentum]¹⁾ non minus dimidia parte [totius] sphaeroidis [prop. 15, a—b; prop. 17]. hoc igitur cylindro semper deinceps in duas partes aequales diuiso planis ad axem perpendicularibus, aliquando quod relinquitur, minus erit data magnitudine solida. itaque quod ex eo relinquitur, sit cylindrus basim habens circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$, [qui] minor [sit]²⁾ data magnitudine solida. diuidatur igitur linea $B\Delta$ in lineas lineae $E\Delta$ aequales in punctis P, O, Π, Ξ ³⁾, et a punctis diuisionis lineae ducantur lineae $A\Gamma$ parallelae usque ad sectionem conici, et in hactis lineis plana erigantur ad lineam $B\Delta$ perpendicularia. sectiones igitur circuli erunt centra habentes in linea $B\Delta$. in singulis igitur circulis bini cylindri construuntur uterque axem lineae $E\Delta$ aequalem habentes, alter in eadem parte circuli, in qua est Δ punctum, alter in eadem, in qua B . ergo in segmento figura quaedam solida inscripta erit ex cylindris composita in eandem partem constructis, in qua est punctum Δ , et alia circumscripta ex cylindris composita in

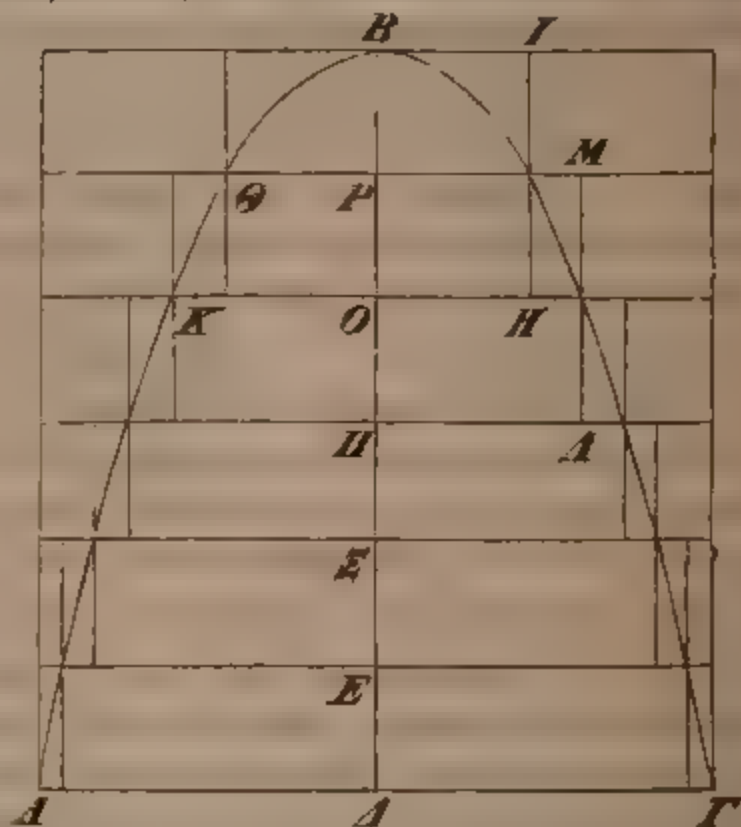
1) Ad *κωνοειδές* et *σφαίροειδές* lin. 2 auditur: *τμήμα*.

2) Fortasse retineri potest *ἔλασσον* lin. 9 ad τὸ καταλειπόμενον lin. 7 relatum.

3) Figura ita comparata esse debebat, ut numerus partium lineae $B\Delta$ per quattuor diuidi posset, quia cylindrus „semper deinceps in duas partes aequales diuisa“ esse fingitur (lin. 3 sq.).

συγκείμενον om. B, *τε* deleui. 22. *συγκείμενον*] recepi ex F; om. C, ed. Basil., Torellius. 23. Post *ἐφ' ᾧ* in F repetuntur haec: *το Δ και* (per compendium simillimum compendio *ἴσον*) *αὐτο περιγεγραμμενον συγκειμενον εκ τε των κυλινδρων των επι τα αυτα αναγραφεντων εφ' α;* corr. C. *ἔστιν*] comp. F. *ἔστιν*] comp. F; om. AB, ed. Basil., Torellius.

τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. ἕκαστος δὲ τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος ἐστὶ τῷ κυλίνδρῳ τῷ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου ἀναγραφομένῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ B , ὡς ὁ μὲν ΘH τῷ ΘI , ὁ δὲ $K A$ τῷ $K M$, καὶ οἱ ἄλλοι ὡσαύτως. καὶ πάντες



δὲ οἱ κυλίνδροι πάντεσσιν ἴσοι ἐντί. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ κυλίνδρῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$, ἄξονα δὲ τὰν $E\Delta$. οὗτος δὲ ἐστὶν
10 ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

κ'.

Τμᾶματος δοθέντος ὅποτερουοῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτεταμένον ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὅποτερουοῦνον μὴ μείζονος ἡμίσεος

4. τῷ] (prius) το F; corr. Torellius. 6. δὲ] scripsi; de F.

idem partem constructis, in qua est B . restat autem, demonstramus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam data magnitudo solida. unusquisque igitur cylindrorum figurae inscriptae qualis est cylindro in eodem circulo constructo in eadem partem, in qua est punctum B , uelut $\odot H = \odot I$, $M = K M$, et ceteri eodem modo. quare etiam omnes cylindri omnibus aequales sunt. adparet igitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam cylindro minimi habenti circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $E\Delta$. hic autem minor est data magnitudine solida.¹⁾

XX.

Dato segmento utriusvis conoideon absciso plano ad axem perpendiculari, uel segmento utriusvis sphaeroideon non maiore, quam est dimidia pars sphaeroidis, eodem modo absciso fieri potest, ut in

1) Ex hypothese p. 376, 9. hoc autem fieri potest per al. X, 1; cfr. Quaest. Arch. p. 45.

pro. $\kappa\alpha\sigma\iota\nu$ F, uulgo. $\acute{\epsilon}\nu\tau\acute{\iota}$] scripsi; $\epsilon\iota\sigma\iota\nu$ F, uulgo. 11. Torellius. 14. $\acute{\eta}\mu\acute{\iota}\sigma\epsilon\omicron\varsigma$] scripsi; $\eta\mu\iota\nu\kappa\lambda\iota\omicron\nu$ F, ceteri codd; $\kappa\epsilon\omicron\upsilon\varsigma$ ed. Basil., Torellius; „dimidia“ Cr.

τοῦ σφαιροειδέως ὁμοίως ἀποτετμαμένου δυνατόν ἐστὶν εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεὸν ἐγγράψαι καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

δεδόσθω τμᾶμα, οἷον εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ σχήματος ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποιτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ δοθέν τμᾶμα τοῦ μὲν
 10 σχήματος τομὰ ἔστω ἅ $ΑΒΓ$ κώνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότητος τὸ τμᾶμα ἅ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἐπεὶ οὖν ὑποκεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ τμᾶμα μὴ εἶμεν ὀρθὸν ποτὶ τὸν ἄξονα, ἅ τομὰ ἐσσεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἅ $ΑΓ$.
 15 ἔστω δὴ παράλληλος τᾷ $ΑΓ$ ἅ $ΦΥ$ ἐπιψάνουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐπιψανέτω δὲ κατὰ τὸ $Β$, καὶ ἀπὸ τᾶς $ΦΥ$ ἄνεστακέτω ἐπίπεδον παράλληλον τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$. ἐπιψάνουσει δὲ τοῦτο τοῦ σχήματος κατὰ τὸ $Β$. καὶ εἰ μὲν ἔστι τὸ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέως,
 20 ἀπὸ τοῦ $Β$ ἄχθω παρὰ τὸν ἄξονα ἅ $ΒΔ$, εἰ δὲ ἀμβλυγωνίου, ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς εὐθεῖα ἄχθεισα ἐπὶ τὸ $Β$ ἐκβεβλήσθω ἅ $ΒΔ$, εἰ δὲ σφαιροειδέως, ἐπὶ τὸ $Β$ ἄχθεισα εὐθεῖα ἀπολελάφθω ἅ $ΒΔ$. δῆλον δὴ, ὅτι τέμνει ἅ
 25 $ΒΔ$ δίχα τὰν $ΑΓ$. ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν $Β$ κορυφὰ

2. εἰς τὸ τμᾶμα] cum F; εἰς αὐτὸ Torellius. σχῆμα] om. F; corr. Torellius. καὶ ἄλλο περιγράψαι] om. F; corr. Riuallus. ἐγγράψαι] ἐγγεγραψαι F. 3. συγκείμενον] τῶν συγκειμένων F; corr. Torellius. 4. ἐγγραφέντος B. 7. τμᾶμα] sic F, ut lin. 9, 11, 13, 19. 10. $ΑΒΓΔ$ F; corr. Nizsius. 14. $ΑΓ$] $ΔΓ$ F; corr. Torellius. 15. ἔστω δὴ παράλληλος τᾷ $ΑΓ$] om. F, uulgo; suppleuit Torellius, qui tamen δὴ omisit et pro $ΑΓ$ habet $ΓΑ$; „sit uy contingens“ Cr. 19. κωνοειδὲς F.

mento figura solida inscribatur et alia circumscripta ex cylindrorum frustis altitudinem aequalem habebitibus composita, ita ut figura circumscripta excedat scriptam spatio minore, quam quaecvis data magnitudo est. — datum sit segmentum, quale dictum est. praetera igitur alio plano per axem secta ad planum datum segmentum abscindens perpendiculari figurae radio sit $AB\Gamma$ conici sectio, plani autem segmentum abscindentis linea ΓA . iam quoniam suppositum est, planum segmentum abscindens ad axem perpendiculare non esse, sectio erit conici acutianguli sectio, cuius diameter eius linea $A\Gamma$.¹⁾ sit igitur linea ΦT per axem $A\Gamma$ parallela conici sectionem contingens, et contingat in puncto B , et in linea ΦT erigatur planum perpendicularum in $A\Gamma$ posito parallelum. hoc igitur figuram AB puncto continget [prop. 16, b]. iam si est segmentum conoidis rectanguli, a B puncto ducatur $B\Delta$ ad axem parallela, sin [segmentum conoidis] obtusianguli, linea a uertice conici conoides comprehendentis ad B punctum ducta producat[ur] [et sit] $B\Delta$, sin [segmentum] sphaeroidis, linea [a centro sphaeroidis] ad B punctum ducta abscindatur [et sit] $B\Delta$.²⁾ adparet igitur, lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales diuidere lineam $A\Gamma$.³⁾

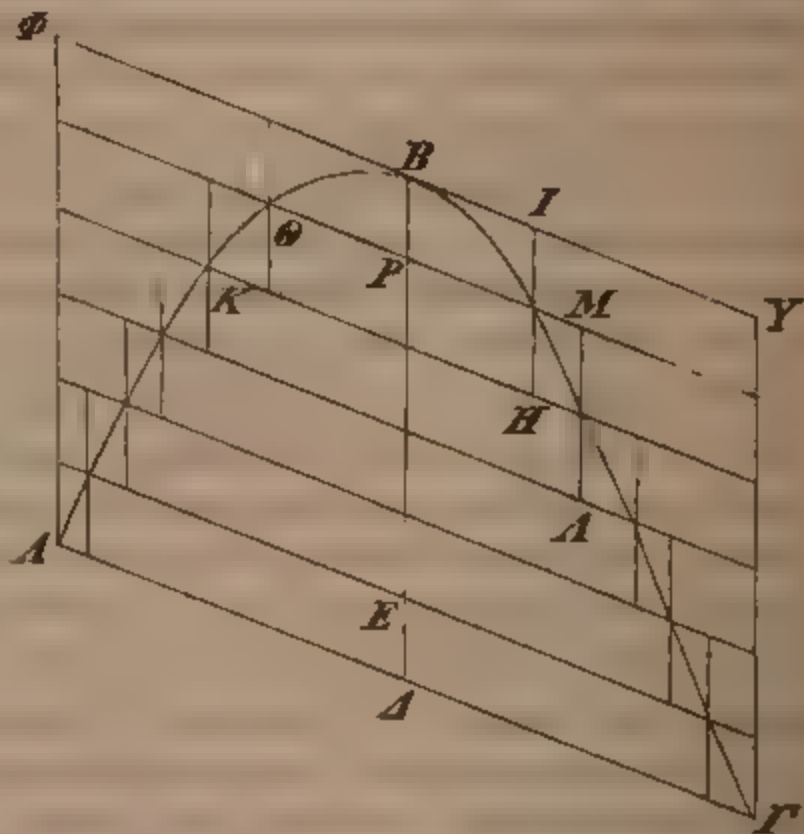
1) U. propp. 12, 13, 14.

2) Expectatur ἀχθείσας εὐθείας ἀπολεσάφθω lin. 23—24. pro tamen, constructionem duram nec satis logicam ferri posse.

3) In conoidis rectanguli segmento adparet ex quadr. pa. prop. 1, de ceteris cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26, p. 49 nr. 7.

ἐπὶ] ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ Commandinus; scribendum puto: ἐπὶ τοῦ κέντρου τοῦ σφαιροειδέος ἐπὶ. 24. δὴ] scripsi; δε F, alio. 25. ἐσσεύται] scripsi; εἶναι F, codd. ceteri*; ἐστὶν ed. Hal., Torellius; „erit igitur“ Cr.

τοῦ τμήματος, ἃ δὲ $ΒΔ$ εὐθεῖα ἄξων. ἔστιν δὴ τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, καὶ γραμμὰ ἃ $ΒΔ$ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἀνεστακοῦσα ἐν ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου



- ὁ κώνου τομὰ, διὰ τῆς ἑτέρας διαμέτρου ἑόντος τοῦ ἐπιπέδου. δυνατόν οὖν ἔστιν κύλινδρον εὐρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν $ΒΔ$, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$. πεισέται δὲ ἃ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐκτὸς τοῦ τμήματος.
- 10 ἐπεὶ ἔστιν ἥτοι κωνοειδέος ἢ σφαιροειδέος τμήμα, καὶ οὐ μείζον ἔστιν τοῦ ἡμισείως τοῦ σφαιροειδέος. ἐσσεῖται δὴ τις κυλίνδρου τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$,

7. ἐπιφανεῖται F. 8. τμήματος] sic F, ut lin. 10. 11. τοῦ] (prius) addidi; om. F, vulgo. ἡμίσεος Torellus. 12. δὴ]

que B punctum uertex segmenti erit, linea autem ΔA axis.¹⁾ quare data est conici acutianguli sectio circum diametrum AI descripta, et linea $B\Delta$ a centro ducta in plano ad id planum perpendiculari, in quo est sectio conici acutianguli, ita ut planum illud per diametrum positum sit. fieri igitur potest, ut cylindrus inueniatur axem habens $B\Delta$ lineam, cuius in superficie sit sectio conici acutianguli circum diametrum AI descripta [prop. 9]. superficies autem non extra segmentum cadet, quoniam est aut conoidis segmentum aut sphaeroidis non maius dimidia parte sphaeroidis.²⁾ erit igitur frustum aliquod cylindri basis habens sectionem conici acutianguli circum diametrum AI descriptam, axem autem $B\Delta$. frusto

1) B punctum uerticem esse adparet ex p. 276, 7; 278, 282, 12. porro cum $B\Delta$ lineam AI in duas partes aequali diuidat, diametrum est segmenti et diametro sectionis (hoc axi conoidis uel sphaeroidis; u. p. 274, 20; 278, 5; 282, 2) parallela (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 44); tum u. supra de uertice laudati.

2) Sequitur in conoidibus ex prop. 15, a—b, quia $B\Delta$ axis est, et ΦA , ΓT lineae axi parallelae, in sphaeroidibus ex prop. 15, quia $B\Delta$ puncta contactus iungit (prop. 16, c).

3) Poterat fortasse retineri $\beta\alpha\sigma\iota\alpha\varsigma$ lin. 12.

ipsi; $\delta\sigma$ F, uulgo. $\beta\alpha\sigma\iota\alpha\varsigma$ F; corr. C. $\tau\acute{\alpha}\nu$] $\tau\alpha\varsigma$ F; corr. Torellius. 13. $\tau\omicron\mu\alpha\varsigma$ F; corr. Torellius.

ἄξονα δὲ τὰν $ΒΔ$. τοῦ οὖν τόμου δίχα τεμνομένου
 ἐπιπέδοις παραλλήλοις τῷ ἐπιπέδῳ τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$
 ἑσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος
 στερεοῦ μεγέθους. ἔστω τόμος βάσιν μὲν ἔχων τὰν
 5 τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν τὰν περὶ διάμετρον
 τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΕΔ$ ἐλάσσων τοῦ προ-
 τεθέντος στερεοῦ μεγέθους. διηρήσθω δὴ ἡ $ΔΒ$
 εἰς τὰς ἰσας τῇ $ΔΕ$, καὶ ἀπὸ τῶν διαιρεσίων ἄχθων
 εὐθεῖαι παρὰ τὰν $ΑΓ$ ἔστε ποτὶ τὰν τοῦ κώνου το-
 10 μὰν, ἀπὸ δὲ τῶν ἀχθεισῶν ἐπίπεδα ἀνεστακτίων
 παράλληλα τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$ ἐπιπέδῳ. τέμνοντι δὴ
 ταῦτα τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος, καὶ ἑσσοῦνται
 ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ὁμοίαι τῇ περὶ τὰν $ΑΓ$ διά-
 μετρον, ἐπεὶ παράλληλά ἐντι τὰ ἐπίπεδα. ἀφ' ἑκάστης
 15 δὴ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀναγεγράφθων
 κυλίνδρου τόμοι δύο, ὁ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῆς τοῦ
 ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τῷ $Δ$, ὁ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ
 $Β$, ἄξονα ἔχοντες ἴσον τῷ $ΔΕ$. ἑσσοῦνται δὴ τινὰ
 σχήματα στερεά, τὸ μὲν ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμήματι,
 20 τὸ δὲ περιγεγραμμένον, ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος
 ἔχόντων συγκείμενα. λοιπὸν δὲ ἐστὶ δεῖξαι, ὅτι τὸ
 περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι
 ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους. διη-
 ρησέται δὲ ὁμοίως τῷ προτέρῳ, ὅτι τὸ περιγεγραμ-
 25 μένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου ὑπερέχει τῷ τόμῳ

1. οὖν] scripsi; μεν F, ulgo; δὴ Nizzius. δίχα] αἰεὶ διχα
 Nizzius. 7. $ΔΒ$] $ΔΒ$ F; corr. Torellius. 8. διαιρεσίων
 F, ulgo. 9. εὐθεῖαι F; corr. B*. ἔστε] ἐσται F; corr.
 Torellius. 10. ἀνεστακτίων F; corr. Torellius. Figura 2
 F paullo aliter descripta est. 12. τμήματος] sic F, ut h. 19
 ἑσσοῦνται] scripsi; εσονται F, ulgo. 14. ἀφ'] scripsi. 17
 F, ulgo; „in unaquaque“ Cr. 18. ἐκαστης F; corr. Torellius.

igitur [semper deinceps] in duas aequales partes diuiso¹⁾ planis parallelis plano in linea AG posito, quod reliquum est, [aliquando] minus erit data magnitudine solida [Eucl. X, 1]. frustum basim habens sectionem coni acutianguli circum diametrum AG descriptam, axem autem EA , minus sit data magnitudine solida. diuidatur igitur linea AB in partes lineae AE aequales, et a punctis diuisionum ducantur lineae usque ad coni sectionem lineae AG parallelae, et in ductis lineis plana erigantur plano in AG posito parallela. ergo haec [plana] superficiem segmenti secant, et orientur sectiones conorum acutiangulorum sectioni circum diametrum AG descriptae similes, quia plana parallela sunt [prop. 14 p. 354, 25]. iam in singulis sectionibus conorum acutiangulorum bina frusta cylindri construantur, alterum in eadem parte sectionis coni acutianguli, in qua est A , alterum in eadem parte, in qua est B , axem habentia lineae AE aequalem. orientur igitur figurae quaedam solidae, altera segmento inscripta, altera circumscripta, ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus compositae. restat autem, ut demonstremus, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est data magnitudo solida. eodem autem modo, quo supra [prop. 19 p. 378], demonstrabitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam frusto basim habenti

1) Hic quoque figura ita comparanda erat, uti dixi p. 377 not. 3, sed cum mutari nequeat, hic quoque retinui Torellianam.

15. αναγεγραφθῶντι F; corr. Torellius. 16. τᾶς] addidi; om. F, vulgo. 17. τῷ] (prius) το F; corr. Torellius. 18. ἐσσούνται] scripsi; εσονται F, vulgo. 22. ελασσον F; corr. Torellius.

τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὰν τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰν
τὰν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΕΔ$.
οὗτος δὲ ἐστὶν ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος στερεοῦ
μεγέθους.

5

κα'.

Τούτων προγεγραμμένων ἀποδεικνύωμες τὰ προ-
βεβλημένα περὶ τῶν σχημάτων.

Πᾶν τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον
ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἡμιόλιόν ἐστὶ τοῦ κώνου
10 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα.

ἔστω γὰρ τμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμα-
μένον ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος
αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος τᾶς μὲν ἐπιφανείας
τομὰ ἔστω ἃ $ΑΒΓ$ ὀρθογωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ
15 ἐπιπέδου τοῦ ἀποτέμνοντος τὸ τμᾶμα ἃ $ΓΑ$ εὐθεῖα,
ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμάματος ἃ $ΒΔ$. ἔστω δὲ καὶ
κῶνος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα
τὸν αὐτόν, οὗ κορυφαὶ τὸ $Β$. δεικτέον, ὅτι τὸ τμᾶμα
τοῦ κωνοειδέος ἡμιόλιόν ἐστὶ τοῦ κώνου τούτου.

20 ἐκκείσθω γὰρ κῶνος ὁ Ψ ἡμιόλιος ἑὼν τοῦ κώνου.
οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξων δὲ ἃ $ΒΔ$.
ἔστω δὲ καὶ κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον
τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΒΔ$. ἐδ-
σεῖται οὖν ὁ Ψ κῶνος ἡμίσεος τοῦ κυλίνδρου [ἐπεὶ περ

2. τὰν περί] τὰν om. F. 5. κα'] cum F; in lin. 8 po-
suit Torellius (xy'). 7. περί] addidi; om. F, vulgo 8
τμᾶμα] sic F, ut lin. 10, 11, 12, 15, 16, 18 ἀποτετμαμένον
scripsi; ἀποτετμημενον F, vulgo. 10. ἄξονα τὸν αὐτόν Niz-
zius. 20. ων F, vulgo. 21. ὁ] ὁ κύκλος ὁ Nizzius. ἄξων
δὲ ἃ] ἄξονα δε ταν F; corr. Torellius. 24. ημίσεος οὐκ ἔ
(h e. ἡμίσεος in ἡμιόλιος correctum); pro οὐκ ed. Basil, To-
rellius, non BC*), ὅλον.

tionem conii acutianguli circum diametrum AG descriptam, axem autem lineam EA . hoc autem minus est data magnitudine solida.

XXI.

His praemissis demonstremus, quae de figuris proposita erant.

Quoduis segmentum conoidis rectanguli plano abscissum ad axem perpendiculari dimidia parte maius est cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem [eundem].¹⁾

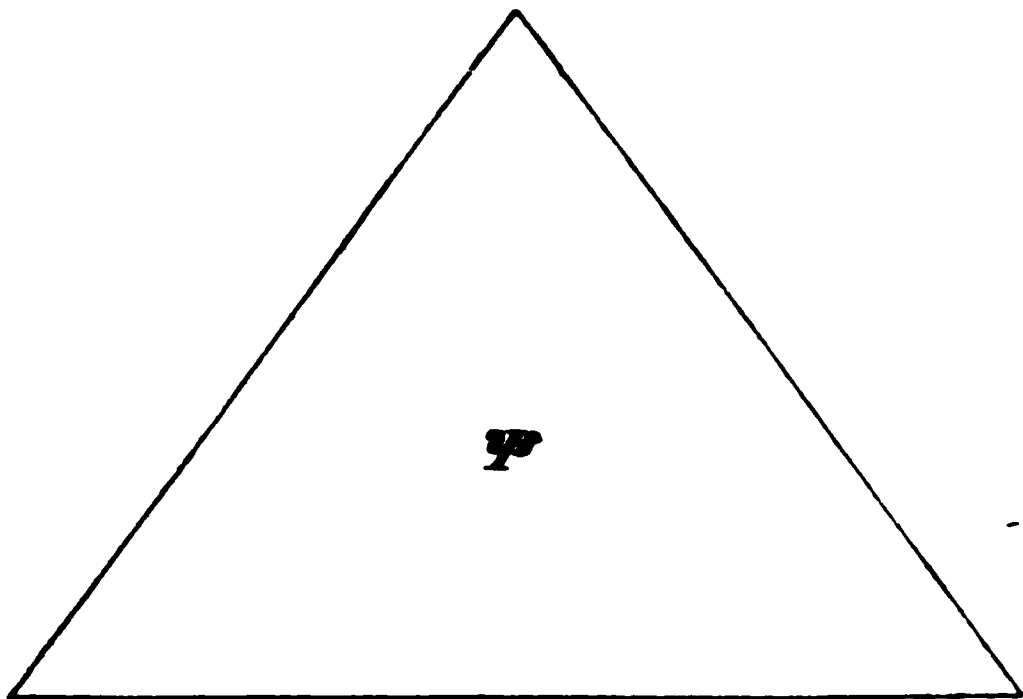
sit enim segmentum conoidis rectanguli plano abscissum ad axem perpendiculari, et secto eo alio plano per axem superficiei sectio sit $AB\Gamma$ conii rectanguli sectio [prop. 11, a], plani uero segmentum abscindentis linea ΓA , axis autem segmenti sit BA . sit autem etiam conus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem; cuius uertex sit B . demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.

construatur enim conus Ψ dimidia parte maior cono, cuius basis est [circulus] circum diametrum AG descriptus, axis autem BA . sit autem etiam cylindrus basim habens circulum circum diametrum AG descriptum, axem autem BA . erit igitur conus Ψ

1) Cfr. p. 276, 12: διὰ τί, εἴ κα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδὸς τμήματα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος καὶ αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. et περὶ ἐλίκ. λεγ.: ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ.

maius, quam cylindrus.¹⁾ dico, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ .

si enim aequale non est, aut maius est aut minus. si minus igitur, si fieri potest, maius sit. itaque segmento conoidis circumscribatur figura solida inscribatur et alia circumscribatur ex



cylindris altitudinem aequalem habentibus compositae, ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio maiore, quam quali spatio excedit segmentum conoidis aequale cono Ψ ²⁾, et cylindrorum, ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit [cylindrus] basim habens circum diametrum AG descriptum, minimus autem [cylindrus] basim habens circum diametrum ΣT descriptum, maximus autem [cylindrus] basim habens circum diametrum BI . eorum uero cylindrorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit [cylindrus]

1) Nam cylindrus sit C , et conus $AB\Gamma$ sit K ; erit ex hypothesis $\Psi = \frac{2}{3}K$. sed $K = \frac{1}{3}C$ (Eucl. XII, 10) $= \frac{2}{3}\Psi$ $\therefore C = 2\Psi$. hoc ipsum significatur uerbis: ἐπειδήπερ ἡμιόλιος p. 386 lin. 24 τοῦ αὐτοῦ κώνου lin. 1; sed nimis obscurum est τοῦ αὐτοῦ κώνου; etiam ἐπειδήπερ, uocabulum ab interpolatoribus amatum, suspectum est; quare haec uerba subditiua esse puto.

2) Hoc fieri potest per prop. 19.

σχῆμα, μέγιστος μὲν ἔστω ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον
 τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΚΑ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΔΕ$, ἐλάχι-
 στος δὲ ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διά-
 μετρον τὰν $ΣΤ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΘΙ$. ἐκβεβλήσθω δὲ
 5 τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων ποτὶ τὰν ἐπιφά-
 νειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον
 τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΒΔ$. ἐσσεύ-
 ται δὴ ὁ ὅλος κύλινδρος διηρημένος εἰς κυλίνδρους
 τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν τῷ περι-
 10 γεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ
 αὐτῶν. καὶ ἐπεὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ τὸ
 τμήμα ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος,
 ἢ τὸ τμήμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι μείζον ἔστι τοῦ $Ψ$ κώνου.
 15 ὁ δὲ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ
 ἔχων ἄξονα τὰν $ΔΕ$ ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν
 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν
 $ΔΕ$, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ $ΔΑ$ ποτὶ τὰν $ΚΕ$
 δυνάμει. οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει ἂ $ΒΔ$
 20 ποτὶ τὰν $ΒΕ$, καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἂ $ΔΑ$ ποτὶ τὰν $ΕΞ$.
 ὁμοίως δὲ δειχθήσεται καὶ ὁ δεύτερος κύλινδρος τῶν
 ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὁ ἔχων ἄξονα τὸν $ΕΖ$, ποτὶ
 τὸν δεύτερον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ
 σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἂ $ΠΕ$, τοιούτων
 25 ἂ $ΔΑ$, ποτὶ τὰν $ΖΩ$, καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκα-
 στος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἐχόντων ἴσον τῷ

12. ἐγγεγραμμένου] περιγεγραμμένου F; corr. ed. Basil

13. τμήμα] sic F, ut lin. 14. 15. ὁ ἔχων] scripsi; ὁ οὐ F.
 vulgo. 16. $ΔΕ$ FV, CD*; corr. F man. 2. τῶν] scripsi
 τον F, vulgo. 20 τῷ] τον F. 23. τῶν] scripsi; τον F
 vulgo. ἐγγεγραμμένῳ] alterum μ supra man. 1 F. 24.
 ἔχειν] scripsi cum C; εἶχεν FAD, ed. Basil., ἔχει B; ἔχων

primus habens circum diametrum KA descriptum, axem autem ΔE , minimus uero [cylindrus] basim habens circum diametrum ΣT descriptum, axem autem ΘI . producantur autem plana omnium cylindrorum usque ad superficiem cylindri basim habentis circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. quoniam figura circum segmentum circumscripta excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam maiorem esse cono Ψ .¹⁾ quare primus cylindrus cylindri totius axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem ΔE eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$.²⁾ sed $\Delta A^2 : KE^2 = B\Delta : BE^3) = \Delta A : E\Xi$.⁴⁾ et eodem modo demonstrabimus, etiam secundum cylindrum totius cylindri axem habentem EZ ad secundum cylindrum figurae inscriptae eandem rationem habere, quam ΠE , hoc est ΔA , ad $Z\Omega$ ⁵⁾, et unusquisque ceterorum cylindrorum totius cylindri axem habentium lineae

1) Quia figura circumscripta segmento maior est.

2) Nam cum axes aequales sint, eam rationem habent cylindri, quam bases (Eucl. XII, 11); tum u. Eucl. XII, 2.

3) Quadr. parab. 3; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

4) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4.

5) Habent enim eam rationem, quam $\Pi E^2 : \Xi E^2 = \Delta A^2 : \Xi E^2 = B\Delta : BZ = A\Delta : Z\Omega$.

ΔE ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ σχήματι ἄξονα ἔχόντων τὸν αὐτὸν ἔξει τοῦτον
 τὸν λόγον, ὃν ἂ ἡμίσεια τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως
 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολειλαμμέναν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶν
 5 $AB, B\Delta$ εὐθειᾶν. καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ
 κυλίνδρῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμε-
 τρον τὰν AG , ἄξων δέ [ἐστὶν] ἂ ΔI εὐθεῖα, ποτὶ πάντας
 τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι
 τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον, ὃν πάσαι αἱ εὐθεῖαι αἱ ἐκ
 10 τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οἱ ἐντι βασίς τῶν εἰρη-
 μένων κυλίνδρων, ποτὶ πάσας τὰς εὐθείας τὰς ἀπο-
 λειλαμμένας ἀπ' αὐτᾶν μεταξὺ τᾶν $AB, B\Delta$. αἱ δὲ
 εἰρημέναι εὐθεῖαι τῶν εἰρημένων χωρὶς τᾶς $\Delta\Delta$ μείζο-
 νες ἐντὶ ἢ διπλασίου. ὥστε καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες
 15 οἱ ἐν τῷ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ὁ ΔI , μείζονες ἐντὶ ἢ
 διπλασίου τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. πολλῷ ἄρα
 καὶ ὁ ὅλος κύλινδρος, οὗ ἄξων ἂ ΔB , μείζων ἐντὶ ἢ
 διπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. τοῦ δὲ Ψ
 κώνου ἦν διπλασίων. ἔλασσον ἄρα τὸ ἐγγεγραμμένον
 20 σχῆμα τοῦ Ψ κώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ
 μείζων. οὐκ ἄρα ἐστὶν μείζων τὸ κωνοειδὲς τοῦ Ψ
 κώνου. ὁμοίως δὲ οὐδὲ ἔλασσον. πάλιν γὰρ ἐγγε-
 γράφθω τὸ σχῆμα, καὶ περιγεγράφθω, ὥστε ὑπερέχειν
 ἕκαστον ἑκάστου ἐλάσσονι, ἥπερ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ

3. βασίς F, vulgo. 4. αὐτοῦ] Nizzius; αὐτὰς F, vulgo
 τᾶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius. 5. εὐθειῶν F; corr.
 Torellius πάντες οὗν οἱ? 7. ΔI] scripsi cum Cr.; ΔI
 F; ΔB Commandinus. 8. γεγραμμένῳ F; corr. AC. 10
 ἐντι βασίς] scripsi; ἐν τη βασί εἰς (cum comp. ἦν vel ἰν F,
 vulgo (τᾶ pro τη Torellius). 12. ἀπ' αὐτᾶν] scripsi; ἀπο τᾶς
 F, vulgo 13. τᾶς] ταν F; corr. Torellius. μείζων F; corr.
 Torellius. 15. οὗ] scripsi; οὐ ὁ F, vulgo. ΔI] ΔB Com-
 mandinus 16. πολλῷ] delet Commandinus. 19. ἐλάσσον

ΔE aequalem ad unumquemque cylindrorum figurae inscriptae eundem axem habentium eam rationem habebit, quam dimidium diametri basis eius¹⁾ ad partem eius²⁾ inter lineas AB , $B\Delta$ abscisam. [quare] omnes etiam cylindri in eo cylindro positi, cuius basis est circulus circum diametrum AI descriptus, axis autem linea ΔI , ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habebunt, quam omnes lineae, quae radii sunt circulorum, qui bases sunt cylindrorum, quos commemorauimus³⁾, ad omnes lineas de illis⁴⁾ inter lineas AB , $B\Delta$ abscisas. sed illae lineae his, excepta linea $\Delta\Delta$, maiores sunt quam duplo maiores. quare etiam omnes cylindri in eo cylindro positi, cuius axis est ΔI , maiores sunt quam duplo maiores figura inscripta.⁵⁾ itaque etiam totus cylindrus, cuius axis est ΔB , multo maior est quam duplo maior figura inscripta. erat autem duplo maior cono Ψ . itaque figura inscripta minor est cono Ψ ; quod fieri non potest. nam demonstratum est, maiorem eam esse. quare conoides cono Ψ maius non est. sed idem ne minus quidem est. rursus enim figura inscribatur et circum-

1) H. e. cylindri in toto cylindro positi, p. 390, lin. 25.

2) H. e. diametri basis cylindri in toto cylindro positi.

3) H. e. cylindros in cylindro ΔI positos.

4) H. e. radiis circulorum.

5) Nam quia $BI = \Theta I = ZE = E\Delta$ cet., lineae $\Delta\Delta$, ΞE , $Z\Omega$ aequali spatio minimae earum aequali inter se excedunt; tum u. p. 290, 5 sq.

F. 24. $\epsilon\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omicron\upsilon$] om. F; corr. Torellius. $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\omicron\upsilon$ F; corr. Torellius. $\eta\pi\epsilon\rho\ \acute{\alpha}\lambda\lambda\iota\kappa\omega$] scripsi; $\eta\ \pi\alpha\lambda\iota\nu\ \kappa\omega$ F; $\eta\ \pi\eta\lambda\iota\kappa\omega$ B, ed. Basil., Torellius.

κῶνος τοῦ κωνοειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς
 πρότερον κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ
 ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμήματος, καὶ τὸ ἐγγραφὲν
 τοῦ περιγραφέντος ἐλάσσονι λειπέται, ἢ τὸ τμήμα τοῦ
 5 Ψ κώνου, δῆλον, ὡς ἔλασσόν ἐστι τὸ περιγραφὲν
 σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος
 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE ποτὶ
 τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ
 σχήματι τὸν τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν $E\Delta$ τοῖ
 10 αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τῆς $A\Delta$ τετράγωνον
 ποτὶ τὸ αὐτό. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ
 ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν EZ ποτὶ τὸν δεύτερον
 κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τοῖ
 ἔχοντα ἄξονα τὰν EZ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ
 15 ΔA ποτὶ τὰν KE δυνάμει· οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτός·
 τῷ, ὃν ἔχει ἂ $B\Delta$ ποτὶ τὰν BE , καὶ τῷ, ὃν ἔχει ἂ
 ΔA ποτὶ τὰν $E\Xi$ · καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος
 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχόντων ἴσον τῇ ΔE
 ποτὶ ἕκαστον τῶν κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 20 μένῳ σχήματι ἄξονα ἔχόντων τὸν αὐτόν, ἔξει τοῦτον
 τὸν λόγον, ὃν ἂ ἡμίσεια τῆς διαμέτρου τῆς βάσις
 αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτῆς μεταξὺ τὰν
 AB , $B\Delta$ εὐθειῶν. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ
 ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, οὗ ἄξων ἐστὶν ἂ $B\Delta$ εὐθεία.

7. τὰν] την F; corr. Torellius. 8. τῶν] scripsi; τον F, vulgo. 9. τὸν τὸν] scripsi; τον F, vulgo. τὰν] scripsi; τα F, vulgo. 10. ἔχει] Torellius; εἶχε F, vulgo. 12. κυλίνδρων FACD*. τὰν] των (comp.) αν F. 13. τῶν] scripsi. τον F, vulgo. 16. ταν] τα F. ἂ] Torellius; ο F, vulgo. 18. ἴσον] Torellius; ἴσαν F, vulgo. 21. τῆς διαμέτρου] οἱ F; corr. Nizzius. βάσεως F, vulgo. 23. παντ cum comp ην uel εν F. οὖν] γουν (comp) F; corr. Torellius. 24. ὅλῳ ο supra manu 1 F. οὗ] ων F; corr. Nizzius.

scribatur, ita ut altera excedat alteram¹⁾ spatio minore, quam quali excedit conus Ψ conoides [prop. 19], et cetera eadem, quae supra, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura inscripta minor est figura circumscripta spatio minore, quam quo segmentum minus est cono Ψ , adparet, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus autem cylindrus primus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem $E\Delta$ habentem eandem rationem habet, quam

$$A\Delta^2 : A\Delta^2 \text{ [p. 391 not. 2].}$$

et secundus cylindrus totius cylindri axem habens EZ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem EZ eandem rationem habet, quam $\Delta A^2 : KE^2$ [u. ibidem]. ea autem eadem est, quam habet $B\Delta$ ad BE [p. 391 not. 3] et $\Delta A : E\Xi$ [p. 391 not. 4]. et ceterorum cylindrorum singuli, qui in toto cylindro sunt et axem habent lineae ΔE aequalem, ad singulos cylindros, qui in figura circumscripta sunt et eundem axem habent, eam rationem habebunt, quam dimidia pars diametri basis eorum²⁾ ad partem eius³⁾ inter lineas AB , $B\Delta$ abscisam. itaque etiam omnes cylindri totius cylindri, cuius axis est $B\Delta$, ad omnes

1) H. e. figura circumscripta inscriptam; itaque parum recte dicitur: $\xi\kappa\alpha\sigma\tau\omicron\nu \xi\kappa\acute{\alpha}\sigma\tau\omicron\nu$; saltem debebat esse $\xi\kappa\acute{\alpha}\tau\epsilon\rho\omicron\nu \iota\kappa\alpha\tau\acute{\epsilon}\rho\omicron\nu$.

2) H. e. cylindrorum cylindri totius.

3) H. e. diametri basis. hoc loco igitur bases uocantur ii circuli, qui in ea parte cylindrorum sunt, in qua est punctum Δ , supra uero ii, qui in altera parte sunt, in qua est B (p. 392, 4; ed p. 392, 3 ut hoc loco).

ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔξουσιν λόγον, ὃν πᾶσαι εὐθείαι ποτὶ πᾶσας τὰς εὐθείας. αἱ δὲ εὐθείαι πᾶσαι ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, οὗ βασίεις ἐντὶ τοῖς
 5 κυλίνδρων, τὰν εὐθειῶν πασῶν τὰν ἀπολελαμμένων ἀπ' αὐτῶν σὺν τῷ $ΑΔ$ ἐλασσόνες ἐντὶ ἢ διπλασίου δῆλον οὖν, ὅτι καὶ οἱ κυλίνδροι πάντες οἱ ἐν τῷ ὁμοκυλίνδρῳ ἐλασσόνες ἐντὶ ἢ διπλασίοι τῶν κυλίνδρων ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. ὁ ἄρα κύλινδρος
 10 ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΒΔ$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασίου τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἐστὶ δέ, ἢ μείζων ἢ διπλασίος. τοῦ γὰρ Ψ κώνου διπλασίου ἐστὶ, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα ἑλάττω ἐδείχθη
 15 τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλασσον τὸ τῷ κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μείζων. ἡμιόλιον ἄρα ἐστὶν τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κβ'.

20 Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπὶ πᾶσι ἀποτμαθῇ τὸ τμήμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἐσσεύεται τοῦ ἀποτμαμένου τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

25 ἔστω τμήμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμαμένον ὡς εἰρήται, καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἐπιπέδῳ διὰ τὸν

5. κυλίνδρων] κυλινδρων προς (comp.) F; corr. Torelli.
 6. τὰ] ταν F; corr. BD. 10. κύκλον] κυλινδρον F; corr. B.
 13. διπλασίῳ] διπλασι cum comp. ων F. 17. οὐδέ] οὐκ
 οντε F, vulgo. 18. τμήματι] sic F, ut lin. 21 (bis), 23.

cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt
 nem, quam omnes lineae illae ad omnes has
 as.¹⁾ sed omnes lineae, quae radii sunt circu-
 m, qui bases sunt cylindrorum, minores sunt quam
 lo maiores omnibus lineis de iis abscisis una cum
 A Δ [p. 290, 5; u. p. 393 not. 5]. adparet igitur,
 am cylindros omnes totius cylindri minores esse
 am duplo maiores cylindris figurae circumscriptae.
 itaque cylindrus basim habens circulum, circum dia-
 metrum AT descriptum, axem autem $B\Delta$ minor est
 quam duplo maior figura circumscripta. at non est,
 sed maior quam duplo maior; nam duplo maior est
 cono Ψ , et figura circumscripta minor est cono Ψ ,
 ut demonstratum est [p. 394, 5]. itaque segmentum
 conoidis ne minus quidem est cono Ψ . demonstratum
 autem est, ne maius quidem id esse. quare dimidia
 parte maius est cono basim eandem habenti, quam
 segmentum, et eundem axem.

XXII.

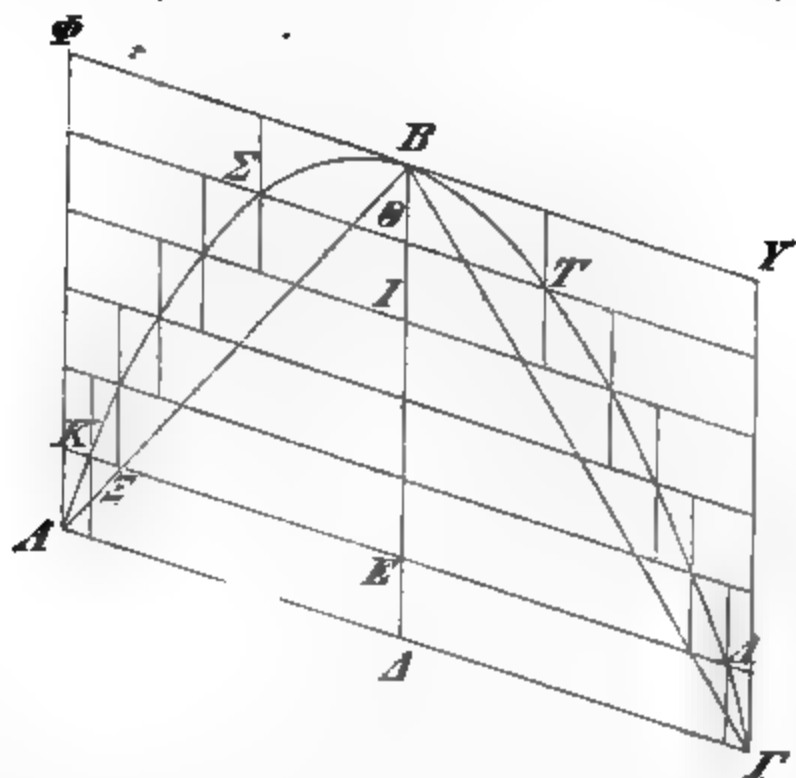
Iam uero etiam si segmentum plano ad axem non
 perpendiculari abscinditur a conoide rectangulo, item
 dimidia parte maius erit segmento cono basim eandem
 habenti, quam segmentum, et eundem axem.

sit segmentum conoidis rectanguli ita abscisum,
 ut dictum est, et secto eo plano per axem posito ad

1) Sequitur (ut supra p. 392, 5 sq.) addendo proportionem,
 quarum denominatores aequales sunt (*ἀνάπαλιν*).

1' Torellius. 20. τῷ ἐπιπέδῳ? 22. ἐσσεῖται] scripsi; εἶναι
 ex comp. F, uulgo. 25. κωνοειδὲς F.

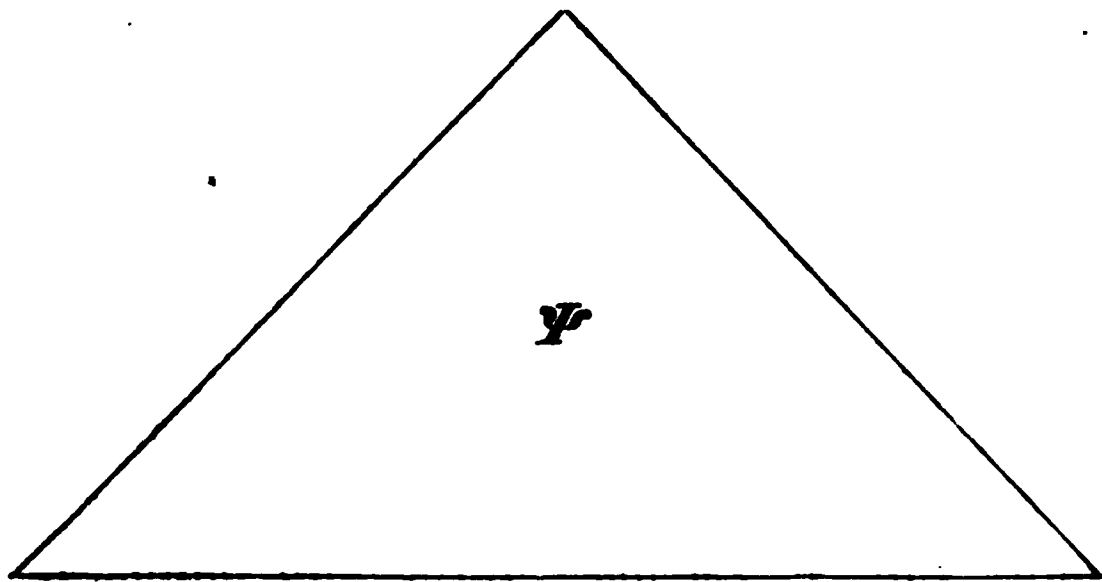
ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμακὸς τὸ
 τμήμα τοῦ μὲν σχήματος τομά ἐστὼ ἡ $ΑΒΓ$ ὀρθογω-
 νίου κώνου τομά, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότες
 τὸ τμήμα ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖα, παρὰ δὲ τὰν $ΑΓ$ ἡ $ΦΤ$ ἐπι-
 ψαύουσα τὰς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομάς κατὰ τὸ
 $Β$, καὶ ἡ $ΒΔ$ ἄχθῃ παρὰ τὸν ἄξονα. τεμεῖ δὴ αὐτὰ
 δίχα τὰν $ΑΓ$. ἀπὸ δὲ τὰς $ΦΤ$ ἐπίπεδον ἀνεστακέντω
 παράλληλον τῷ κατὰ τὰν $ΑΔ$. ἐπιψαύσει δὴ τοῦτο



τὸ κωνοειδὲς κατὰ τὸ $Β$, καὶ ἐσσεῖται τοῦ τμήματος
 10 κορυφὰ τὸ $Β$ σαμεῖον, ἄξων δὲ ἡ $ΒΔ$. ἐπεὶ οὖν τὸ
 ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν $ΑΓ$ οὐ ποτ' ὀρθὰς ἐὼν τῷ ἄξονι
 τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἡ τομά ἐστὶν ὀξυγωνίου κώνου
 τομά, διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἡ μέλῳν ἡ $ΑΓ$. ἐούσας
 δὴ ὀξυγωνίου κώνου τομάς περὶ διάμετρον τὰν $ΓΑ$
 15 καὶ γραμμὰς τὰς $ΒΔ$, ἧ ἐστὶν ἀπὸ τοῦ κέντρου τὰς

2. τμήμα] scripsi; σχημα F, vulgo; „portionem“ Cr. τομή]

num segmentum abscindens perpendiculari, figurae
 tio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio [prop. 11, a],
 ni uero segmentum abscindentis linea $A\Gamma$, et lineae
 parallela sit linea ΦT coni rectanguli sectionem
 tingens in puncto B , et linea $B\Delta$ ducatur axi
 allela. ea igitur lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales
 abit.¹⁾ et in linea ΦT planum erigatur parallelum
 in linea $A\Gamma$ posito. hoc igitur conoides in



acto B continget [prop. 16, b], et uertex segmenti
 t punctum B , axis autem $B\Delta$.²⁾ iam quoniam pla-
 m in linea $A\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare
 noides secat, sectio erit coni acutianguli sectio, et
 ior eius diametrus $A\Gamma$ [prop. 12]. itaque quoniam
 ta est sectio coni acutianguli circum diametrum ΓA
 scripta, et linea $B\Delta$ a centro coni acutianguli erecta

1) U. quadr. parab. prop. 1; cfr. supra p. 381 not. 3.

2) B uertex est propter p. 276, 7, $B\Delta$ autem diametrus
 menti (sectionis coni rectanguli) et diametro sectionis, hoc
 axi conoidis, parallela (u. p. 383 not. 1); tum u. p. 276, 8.

F; corr. B. 3. κώνου] om. F; corr. Torellius. 8. $A\Delta$
 δή] scripsi; δε F, uulgo. 11. τῷ] τω τω F; corr.
 12. τετμηται F, uulgo.

τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακοῦσα ἐν ἐπ
 ὀρθῶ ἀνεστακότι ἀπὸ διαμέτρου ποτὶ τὸ ἐπὶ
 ἐν ᾧ ἐστὶν ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δι
 ἐστὶ κυλίνδρον εὐρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' ε
 5 τᾷ $ΒΔ$, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυ
 κώνου τομά. δυνατόν δέ ἐστὶ καὶ κώνον εὐρε
 ρυφὰν ἔχοντα τὸ $Β$ σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ
 ὀξυγωνίου κώνου τομά ἐσσεῖται. ὥστε ἐσσεῖται
 κυλίνδρον τις βάσιν ἔχων τὰν τοῦ ὀξυγωνίου
 10 τομὰν τὰν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰ
 καὶ ἀπότμαμα κώνου βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ $τ$
 καὶ τῷ τμάματι, ἄξονα δὲ τὸν αὐτόν. δεικτέον,
 τοῦ κωνοειδέος τμάμα ἡμιόλιόν ἐστὶ τούτου τοῦ
 ἐστω δὴ ὁ $Ψ$ κώνος ἡμιόλιος τοῦ ἀποτμα
 15 τούτου. ἐσσεῖται δὴ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ
 ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν
 διπλάσιος τοῦ $Ψ$ κώνου. οὗτος γὰρ ἡμιόλιός
 τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντα
 αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τὸ δ
 20 τμάμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον τρίτον μέρος ἐσ
 τόμου τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὰν
 τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἀναγκαῖον
 τὸ τοῦ κωνοειδέος τμάμα ἴσον εἶμεν τῷ $Ψ$ κώ
 γὰρ μὴ ἐστὶν ἴσον, ἥτοι μεῖζόν ἐστὶν ἢ ἐλασσόν.
 25 δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἐγγεγράφθω
 εἰς τὸ τμάμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγ
 ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκα
 ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπὲρ

2. τᾶς διαμέτρου? 4. *euq cum comp. ην uel εν*
euq cum comp. ην uel εν F. 8. ὥστε ἐσσεῖται] *scrip*
F, vulgo; ἐσσεῖται δὴ Torellius. 11. ἀποτμημα *F, ut*

plano a diametro erecto ad id planum perpendiculari, in quo est sectio conici acutianguli, fieri potest, ut cylindrus inueniatur axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio conici acutianguli [prop. 9]. sed hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B , cuius in superficie sit sectio conici acutianguli [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens sectionem conici acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descriptam, axem autem $B\Delta$, et segmentum conici basim habens eandem, quam et frustum et segmentum [conoidis], et axem eundem. demonstrandum est, segmentum conoidis dimidia parte maius esse hoc cono.¹⁾ sit igitur conus Ψ dimidia parte maior hoc segmento [conici]. erit igitur frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem duplo maius cono Ψ . hic enim dimidia parte maior est segmento conici basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem, segmentum autem conici, quod commemorauimus, tertia pars est frusti cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem.²⁾ necesse igitur est, segmentum conoidis aequale esse cono Ψ . nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. inscribatur igitur segmento figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem

1) Fortasse scribendum lin. 14: *τούτου τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου*; cfr. lin. 15.

2) U. supra prop. 10 p 340, 8.

19, 20; corr. Torellius. 13. *τὸ τοῦ*] scripsi; *το* F, uulgo; *τοῦ* Torellius. *κωνοειδές* F; corr. Torellius. 19. *την αὐτην*, utrumque per comp., F; corr. Torellius. 23. *δὴ*] scripsi; *δε* F, uulgo. 27. *σχῆμα*] om. F; corr. Torellius.

ἐλάσσονι, ἢ ἄλλῳ ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα
 τοῦ Ψ κώνου. καὶ διάχθω τὰ ἐπίπεδα τῶν τόμων ἔστι
 ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν
 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὲ
 5 ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα
 τὰν ΔE ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔE τὸν αὐτόν
 ἔχει λόγον, ὅν τὸ ἀπὸ τῆς $A\Delta$ τετράγωνον ποτὶ τὸ
 ἀπὸ τῆς KE . οἱ γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν
 10 αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλήλους ταῖς βάσεσιν, αἱ
 δὲ βασίεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώνων
 τομαί, τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὅν αἱ ὁμολόγοι δια-
 μέτροι αὐτὰν δυνάμει, ἡμισείαι δὲ ἐντὶ τῶν ὁμολόγων
 διαμέτρων αἱ $A\Delta$, KE . ὅν δὲ λόγον ἔχει ἡ $A\Delta$ ποτὶ
 15 τὰν KE δυνάμει, τοῦτον ἔχει ἡ $B\Delta$ ποτὶ τὰν BE
 μᾶκει, ἐπεὶ ἡ $B\Delta$ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, αἱ
 δὲ $A\Delta$, KE παρὰ τὰν κατὰ τὸ B ἐπιψάνουσιν· ὅν
 δὲ λόγον ἔχει ἡ $B\Delta$ ποτὶ τὰν BE , τοῦτον ἔχει ἡ $A\Delta$
 ποτὶ τὰν $E\Xi$. ἔξει οὖν ὁ πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ
 20 ὅλῳ τόμῳ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὅν ἡ $A\Delta$ ποτὶ
 τὰν $E\Xi$. καὶ τῶν ἄλλων τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ
 ὅλῳ τόμῳ ἄξονα ἴσον ἔχόντων τῇ ΔE ποτὶ ἕκαστον
 τῶν τόμων τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν
 25 αὐτὸν ἄξονα ἔχόντων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν ἡ
 ἡμίσεια τῆς διαμέτρου τῶν βασίων αὐτοῦ ποτὶ τὰς
 ἀπολελαμμέναν ἀπ' αὐτῆς μεταξὺ τῶν AB , $B\Delta$. δειχ-

2. διάχθω] addidi; om. F, vulgo. ἔστι] scripsi; εἴσεται F
 vulgo 3 τὰν] τὴν comp. F; corr. Torellius 5. τῷ] το F, corr.
 man. 2, ut uidetur. 6. ΔE] ΔE FBC*. 10. ἔχοντι] ἔχοντι F
 12. ἔχοντι F. 17. τὸ B] τὰν BE F; corr. Torellius 20. τὰς]
 per comp. FB*. 23. ἔχοντων] ἔχοντα F; corr. B ποτὶ] ποτὶ

habentibus compositae, ita ut figura circumscripta cedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum conoidis conum Ψ excedit [prop. 20]. et una frustorum producantur ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et axem eundem. Primum igitur primum frustum totius frusti axem habens AE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens AE eandem rationem habet, quam $A\Delta^2 : KE^2$. nam ista eandem altitudinem habentia eandem rationem per se habent, quam bases¹⁾, bases autem eorum, quoniam similes sunt coni acutianguli sectiones [prop. 14 coroll.], eandem rationem habent, quam quadrata diametrorum suarum sibi respondentium [prop. 6 coroll.], lineae $A\Delta$, KE dimidiaae sunt diametri sibi respondentis. est autem $A\Delta^2 : KE^2 = B\Delta : BE$ [quadr. tab. prop. 3], quoniam $B\Delta$ diametro parallela est [399 not. 2], et lineae $A\Delta$, KE parallelae lineae puncto B contingenti. sed $B\Delta : BE = A\Delta : E\Xi$ [391 not. 4]. itaque primum frustum frusti totius ad primum frustum figurae inscriptae eandem rationem habebit, quam $A\Delta : E\Xi$. et ceterorum frustorum eamquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineae ΔE aequalem, ad unumquodque frustum figurae inscriptae eundem axem habens eandem rationem habet, quam dimidia diametrus basium eius ad eam partem eius²⁾, quae inter lineas AB , $B\Delta$ abscinditur.

1) Cfr. prop. 10 p. 340.

2) H. e. diametri basis, eo circulo pro basi sumpto, qui ea parte cylindri est, in qua est punctum B . cfr. p. 395 et 3.

comp. F; corr. Torellius. 26. $\tau\acute{\alpha}\nu \beta\alpha\sigma\acute{\iota}\omega\nu$] scripsi; $\tau\omega\nu \beta\alpha\sigma\acute{\iota}\omega\nu$ F, ulgo; $\tau\acute{\alpha}\varsigma \beta\acute{\alpha}\sigma\epsilon\omega\varsigma$ Nizzius. 27. $\tau\acute{\alpha}\nu$] $\tau\omega\nu$ F; corr. Torellius.

θησέται οὖν ὁμοίως τοῖς πρότερον τὸ μὲν ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ Ψ κώνου, ὃ δὲ τοῦ κυ-
 λίνδρου τόμος ὃ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐὼν ἢ διπλασίων τοῦ
 5 ἐγγεγραμμένου σχήματος. ὥστε καὶ τοῦ Ψ κώνου
 μείζων ἐσσεύεται ἢ διπλασίων. οὐκ ἐστὶ δέ, ἀλλὰ δι-
 πλασίων. οὐκ ἄρα ἐστὶ μείζον τὸ τοῦ κωνοειδέος
 τμήμα τοῦ Ψ κώνου. διὰ τῶν αὐτῶν δὲ δειχθήσεται,
 ὅτι οὐδὲ ἐλασσόν ἐστίν. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον. ἡμιόλιον
 10 ἄρα ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ ἀποτμήματος
 τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

κγ'.

Εἰ καὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα
 15 ἀποτμαθέντι ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἑτερον ὀρθῶ ποτὶ
 τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἑτερον μὴ ὀρθῶ, ἔωντι δὲ οἱ τῶν
 τμαμάτων ἄξόνες ἴσοι, ἴσα ἐσσοῦνται τὰ τμήματα.

ἀποτετμάσθω γὰρ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμή-
 ματα, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ τοῦ κωνοειδέος ἐπι-
 20 πέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν κωνοειδέος ἔστω τομὰ
 ἁ ΑΒΓ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς
 ἁ ΒΔ, τῶν δὲ ἐπιπέδων αἱ ΑΖ, ΕΓ εὐθεῖαι, τοῦ μὲν
 ὀρθοῦ ποτὶ τὸν ἄξονα ἁ ΕΓ, τοῦ δὲ μὴ ὀρθοῦ ἁ ΖΑ.
 ἄξόνες δὲ ἔστων τῶν τμαμάτων αἱ ΒΘ, ΚΑ ἴσαι

1. ὁμοίως] syll ως per comp. F. 7 μείζων F. 9. ἐλασσόν
 F. 10. ἀποτμήματος F. 13. κε' Torellius. 15. ἀποτμη-
 θήσονται F, vulgo (τ pro θ AB, ed. Basil), ἀποτματέωντι To-
 rellius. 17. ἐσσοῦνται F, vulgo. 18. ἀποτετμήσθω F; cor
 Torellius. τμήματα] sic F, ut lin. 14. 20. Post ἄξονα
 haec verba habet F, vulgo: καὶ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ ὀρθῶ ποτὶ τὸν
 ἄξονα, sed adparet, delenda esse nam conoides secundum

itaque eodem modo, quo antea [p. 390, 11], demonstrabimus, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ , frustum autem cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maius esse quam duplo maius figura inscripta [cfr. p. 392, 16]. quare etiam maius erit quam duplo maius cono Ψ .¹⁾ hoc autem non est, sed duplo maius. itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ . per eadem autem demonstrabitur, ne minus quidem esse. adparet igitur, aequale id esse. itaque segmentum conoidis dimidia parte maius est segmento coni basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem.

XXIII.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur, alterum plano ad axem perpendiculari, alterum non perpendiculari, et axes segmentorum aequales sunt, segmenta aequalia erunt.

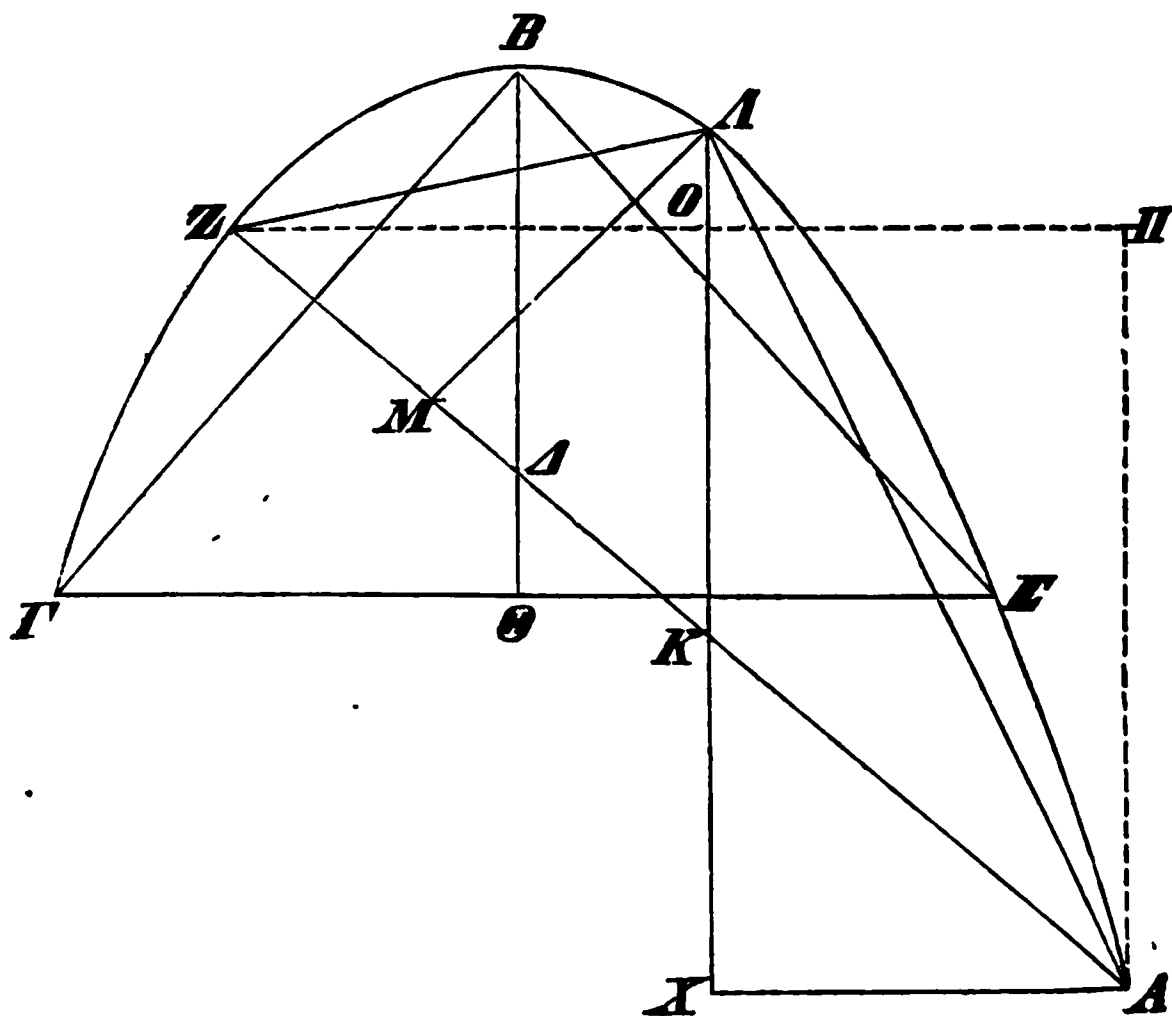
abscindantur enim a conoide aliquo rectangulo duo segmenta ita, ut dictum est. secto autem conoide plano per axem posito conoidis sectio sit $AB\Gamma$ coni rectanguli sectio, diametrus autem eius $B\Delta$ [prop. 11, a], planorum autem lineae AZ , $E\Gamma$, plani ad axem perpendicularis sectio $E\Gamma$, plani autem non perpendicularis linea ZA . axes autem segmentorum sint

1) Quia conus Ψ minor est figura inscripta.

esse et perpendiculari et non perpendiculari plano, iam lin. 18—19: *δύο τμήματα, ὡς εἰρήται* (lin. 14—16) dictum est. quare Nizsius male post *ἄξονα* supplet: *καὶ ἄλλῳ μὴ ὀρθῶ πρὸς τὸν ἄξονα*. 21. $AB\Gamma$] $B\Gamma F$; corr. Torellius. 24. *ἔστων*] scripsi; *εστω* F ; *ἔστωσαν* AD , BC^* .

ἀλλάλαις, κορυφαὶ δὲ τὰ B, Λ . δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ B , τῷ τμήματι τοῦ κωνοειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ Λ .

ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς
 5 δύο τμήματά ἐντι ἀφηρημένα τό τε $\Lambda\Lambda Z$ καὶ τὸ $EB\Gamma$, καὶ ἐντι αὐτῶν αἱ διαμέτροι ἴσαι αἱ $K\Lambda, B\Theta$, ἴσον ἐστὶ τὸ τρίγωνον τὸ $\Lambda\Lambda K$ τῷ $E\Theta B$. δεδείκται γὰρ, ὅτι τὸ $\Lambda\Lambda Z$ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ $EB\Gamma$ τριγώνῳ. ἄχθω δὴ ἡ AX κάθετος ἐπὶ τὴν $K\Lambda$ ἐκβλη-
 10 θεῖσαν. καὶ ἐπεὶ ἴσαι αἱ $B\Theta, K\Lambda$, ἴσαι καὶ αἱ $E\Theta, AX$. ἔστω δὴ ἐν τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ B , κῶνος ἐγγεγραμμένος τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχων τῷ τμήματι καὶ



ἄξονα τὸν αὐτόν· ἐν δὲ τῷ τμήματι, οὗ κορυφὰ τὸ Λ , ἀπότμαμα κώνου τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ τμή-

1. ἀλληλαις F; corr. Torellius.

2. τοῦ] addidi; om. F,

$B\Theta$, KA inter se aequales, et uertices puncta B , A . demonstrandum est, segmentum conoidis, cuius uertex sit B , aequale esse segmento conoidis, cuius uertex sit A .

nam quoniam ab eadem sectione coni rectanguli duo segmenta abscisa sunt, AAZ et $EB\Gamma$, et diametri eorum KA , $B\Theta$ aequales sunt, triangulum AAK aequale est triangulo $E\Theta B$; nam demonstratum est, triangulum AAZ aequale esse triangulo $EB\Gamma$ [prop. 3].¹⁾ ducatur igitur linea AX ad productam lineam KA perpendicularis. et quoniam $B\Theta = KA$, erit etiam $E\Theta = AX$.²⁾ inscribatur igitur segmento, cuius uertex est B , conus eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, et segmento, cuius uertex est A , segmentum coni eandem basim habens, quam seg-

1) Et $B\Theta$, KA diametri (prop. 11, a) sectionum bases in duas partes aequales diuidunt (prop. 3 p. 302, 9); tum u. Eucl. VI, 1.

2) Nam, cum bases $B\Theta$, KA aequales sint, erit

$E\Theta B : AKA = E\Theta : AX$ (Eucl. VI, 1) = 1 (not. 1). '

uulgo. 6. $\alpha\upsilon\tau\omega\acute{\nu}\ \alpha\acute{\iota}$] scripsi; $\alpha\acute{\iota}$ om. F, uulgo. 14. $\alpha\pi\omicron\tau\mu\eta\mu\alpha$ F, ut p. 408 lin. 3; corr. Torellius. $\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu$] D, B mg.; $\acute{\epsilon}\chi\omega\nu$ F, uulgo.

ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Λ
 κάθετος ἐπὶ τὰν AZ ἡ ΛM . ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ ὕψος
 τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ . τὸ
 δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ , καὶ ὁ κῶνος,
 5 οὗ κορυφὰ τὸ B , τὸν συγκείμενον λόγον ἔχοντι ποτ'
 ἄλλαλα ἔκ τε τοῦ τῶν βασίων λόγου καὶ ἐκ τοῦ τῶν
 ὑψέων. τὸν συγκείμενον οὖν ἔχοντι λόγον ἔκ τε τοῦ,
 ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγ-
 νίου κώνου τομᾶς τᾶς περὶ διάμετρον τὰν AZ ποτὶ
 10 τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν EG , καὶ ἐκ τοῦ,
 ὃν ἔχει ἡ MA ποτὶ τὰν $B\Theta$. τὸ δὲ χωρίον τὸ περι-
 εχόμενον ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποτὶ
 τὸν αὐτὸν κύκλον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πε-
 ριεχόμενον ὑπὸ τᾶν διαμέτρων ποτὶ τὸ τετράγωνον
 15 τὸ ἀπὸ τᾶς EG [ἔχει καὶ τὸ ἀπότμημα τοῦ κῶ-
 νου, οὗ κορυφὰ τὸ Λ , πρὸς τὸν κῶνον, οὗ κορυφὰ
 τὸ B , τὸν συγκείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ
 KA ποτὶ τὰν $E\Theta$, καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἡ MA ποτὶ τὰν
 $B\Theta$. ἡ μὲν γὰρ KA ἡμίσεά ἐντι τᾶς διαμέτρου τᾶς
 20 βάσιος τᾶς τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ
 τὸ Λ , ἡ δὲ $E\Theta$ ἡμίσεα τᾶς διαμέτρου τᾶς βάσεως τοῦ
 κώνου, αἱ δὲ AM , $B\Theta$ ὕψεά ἐντι αὐτῶν. ἔχει δὲ ἡ
 AM ποτὶ τὰν $B\Theta$ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ ποτὶ τὰν
 KA , ἐπεὶ ἡ $B\Theta$ ἴση ἐστὶ τᾷ KA . ἔχει δὲ καὶ ἡ AM
 25 ποτὶ τὰν KA , ὃν ἡ XA ποτὶ τὰν AK]. ἔχοι οὖν κα
 καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου ποτὶ τὸν κῶνον τὸν συγ-
 κείμενον λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἡ AK ποτὶ τὰν

1. δέ] δὲ καὶ D (non BC*); ed. Basil., Torellius. 2. δὴ]
 Torellius; δι F, vulgo. 3. Λ] Λ F. 5. εἰσονται F; corr. D.
 ποτὶ ταλλαλα F. 11. MA] scripsi; NA FBC*; AM ed. Basil.,
 Torellius. In figura lineas $Z\Pi$, $A\Pi$ et litteras O, Π addidi.
 15. ἀπότμαμα, ut lin. 20, Torellius. 16. ποτί Torellius.

, et eundem axem. ducatur autem ab A puncto
 AM ad lineam AZ perpendicularis. ea igitur
 erit segmenti conici, cuius uertex est A .¹⁾
 spatium autem conici, cuius uertex est A , et conus,
 cuius uertex est B , eam inter se rationem habent,
 quae composita est ex ratione basium et ratione
 altitudinum.²⁾ habent igitur rationem compositam ex
 hac, quam habet spatium comprehensum sectione
 conici acutianguli [prop. 12] circum diametrum AZ
 ad circumscriptum, et ratione $MA : B\Theta$. sed spatium
 conici acutianguli comprehensum ad eundem
 circumscriptum eandem rationem habet, quam rectangulum
 ad illius circumscriptum [prop. 5].³⁾
 etiam segmentum conici ad conum rationem ha-

Quia a uertice A ad basim perpendicularis ducta est
 (r. parab. 17 extr.).

Cfr. prop. 10.

Sequentia uerba: ἔχει καὶ lin. 15 — τὰν AK lin. 25
 sunt. nam primum uerba αὖ δὲ AM , $B\Theta$ ὑπερά ἐντι
 hoc loco prorsus absurda sunt post lin. 2—3. deinde
 proxime sequuntur lin. 22—25 demonstrationis teno-
 mine conturbant. adparet enim ex p. 410, 1 sq., Archi-
 medem rationem $AM : B\Theta$ immutatam retinuisse et alteram
 in ita transformasse, ut adpareret, eam aequalem esse
 AM . tum etiam lin. 15—21, ubi etiam causa obscure
 data (ἀ μὲν γὰρ κτλ. lin. 19) offendit, delendae sunt
 et lin. 25 sq.

M] scripsi; NA FBC*; AM ed. Basil., Torellius. 19.
 ἀμετρώων (ων comp.) τὰς βασιὰς (ας comp.) F; corr.
 na. 22. AM] AN F, ut lin. 23; corr. ed. Basil. 24.
 Torellius. AM] AN F, ut p. 410 lin. 2; corr. ed. Basil.
 καὶ οὖν κα] scripsi; εἶχει F, uulgo; ἔχει Torellius, B. 26.
 κα F; corr. Torellius.

AX ἴσα γάρ ἐστιν ἃ AX τῷ $EΘ$ · καὶ ἐκ τοῦ, ὃν
 ἔχει ἃ AM ποτὶ τὰν $BΘ$. ὁ δὲ ἕτερος τῶν εἰρημένων
 λόγων, ὁ τῆς AK ποτὶ AX , ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς AK
 ποτὶ AM . τὸ ἄρα ἀπόγραμμα ποτὶ τὸν κώνον λόγον
 5 ἔχει, ὃν ἃ AK ποτὶ τὰν AM , καὶ ὃν ἔχει ἃ AM ποτὶ
 τὰν $BΘ$. ἴσα δὲ ἃ $BΘ$ τῷ $ΚΑ$. δῆλον οὖν, ὅτι ἴσον
 ἐστὶ τὸ ἀπόγραμμα τοῦ κώνου, οὗ κορυφὰ τὸ A , τῷ
 κώνῳ, οὗ κορυφὰ τὸ B . φανερόν οὖν, ὅτι καὶ τα
 τμήματα ἴσα ἐντί, ἐπεὶ τὸ μὲν ἕτερον αὐτῶν ἡμιόλιον
 10 ἐστὶ τοῦ κώνου, τὸ δὲ ἕτερον ἡμιόλιον τοῦ ἀπογρά-
 ματος τοῦ κώνου ἴσων ἑόντων.

κδ'.

Εἰ καὶ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα
 ἀπομαθέντων ἐπιπέδοις ὁπσοῦν ἀγμένοις, τὰ τμή-
 15 ματα ποτ' ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἔξουσιν λόγον τοῖς τε-
 τραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἄξόνων αὐτῶν.

ἀποτετμάσθω γὰρ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο
 τμήματα, ὡς ἔτυχεν. ἔστω δὲ τῷ μὲν τοῦ ἑτέρου
 τμήματος ἄξονι ἴσα ἃ K , τῷ δὲ τοῦ ἑτέρου ἴσα ἃ A
 20 δεικτέον, ὅτι τὰ τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον
 ποτ' ἄλλαλα τοῖς ἀπὸ τῶν K , A τετραγώνοις.

τμαθέντος δὴ τοῦ κωνοειδέος ἐπιπέδῳ διὰ τοῖ

1. AX] AG FV. 2. ἕτερος] scripsi; ex F, vulgo. 3
 τῆς] τῆς F; corr. Torellius. πρὸς per comp. F; corr. Tore-
 lius, ut lin. 4 bis τῆς AK] τῆς AN F, τῆς AK ed. Basil.
 corr. Torellius. 4. AM] AK FVD. 5. AK] AN F; corr.
 AB. AM] AK F; corr. AB. καὶ τῷ ὃν F; corr. Torellius
 AM] AN F; corr. AB. 6. ἴση F; corr. Torellius. 7. ἀπο-
 τμημα F. 10. ἀποτμηματος F; corr. Torellius. 12. καὶ
 Torellius. 16. αὐτῶν] αὐτῆς cum comp. ὡν supra α F
 αὐτοῖς ed. Basil. corr. C*. 17. ἀποτετμάσθω F, ut lin. 14.
 corr. Torellius. 18. τῷ] τα F; corr. B* D. 19. K] AK
 FBC*. A] AA FBC*.

debit compositam ex $AK : AX$ (nam $AX = E\Theta$)¹⁾ et $AM : B\Theta$. altera autem harum rationum, $AK : AX$, aequalis est rationi $AK : AM$.²⁾ itaque segmentum [coni] ad conum eam rationem habet, quam

$$AK : AM \times AM : B\Theta.$$

sed $B\Theta = KA$ [ex hypothesi]. adparet igitur, segmentum coni, cuius uertex sit A , aequale esse cono, cuius uertex sit B . constat igitur, etiam segmenta aequalia esse, quia alterum eorum dimidia parte maius est cono [prop. 21], alterum dimidia parte maius segmento coni cono illi aequali [prop. 22].

XXIV.

Si a conoide rectangulo duo segmenta abscinduntur planis quouis modo ductis, segmenta inter se eandem rationem habebunt, quam quadrata axium.³⁾

abscindantur enim a conoide rectangulo duo segmenta quouis modo sumpta, et axi alterius segmenti equalis sit linea K , alterius autem linea A . demonstrandum, segmenta eandem rationem habere inter se uam $K^2 : A^2$.

secto igitur conoide plano per axem posito segmenti

1) U. p. 406, 10. Ducatur $AP \neq AX$ et $Z\Pi \perp AP$. erit $Z\Pi$ minor diametrus ellipsis, cuius maior diametrus est AZ (prop. 12). et (Eucl. VI, 2) $ZO : O\Pi = ZK : KA = 1$. sed $O\Pi = AX$ (Eucl. I, 34) = ΘE . quare erit $Z\Pi = E\Gamma$. itaque $AZ \times Z\Pi : E\Gamma^2 = AZ : E\Gamma = AK : E\Theta = AK : AX$.

2) Nam trianguli MKA , AKX similes sunt; tum u. Eucl. VI, 4.

3) P. 276, 18 finis hic est: τὰ ἀποτμαθέντα τμήματα διπλάσιον λόγον ἔξουσιν ποτ' ἄλλαλα τῶν ἀξόνων; cfr. περὶ ἐλλ. praef.

tio sit $AB\Gamma$ rectanguli coni sectio [prop. 11, a],
 autem $B\Delta$. et ponatur $B\Delta$ lineae K aequalis,
 per Δ punctum planum ducatur ad axem perpen-
 diculare. segmentum igitur conoidis basim habens
 circulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, axem
 autem $B\Delta$ aequale est segmento axem habenti lineae
 aequalem [prop. 23]. quare si $K = \Delta$, constat,
 etiam segmenta aequalia inter se fore; nam utrumque
 eorum eidem aequale est. et $K^2 = \Delta^2$. quare seg-
 menta eandem rationem habebunt, quam quadrata
 axium. sin Δ linea lineae K aequalis non est, sit
 $\Delta = B\Theta$, et per Θ ducatur planum ad axem perpen-
 diculare. segmentum igitur basim habens circulum
 circum diametrum $E\Z$ descriptum, axem autem $B\Theta$

1. $\epsilon\sigma\tau\iota$] comp. F, B C*; $\epsilon\nu\tau\iota$ vulgo. $\tau\mu\acute{\alpha}\mu\alpha\tau\iota$] sic F, ut lin. 8, 11.
 2. Δ] Δ F; corr. ed. Basil.* 9. $\iota\sigma\sigma\upsilon$] comp. F. 10. $\tau\tilde{\alpha}\nu$]
 ipsi; $\tau\alpha\upsilon$ F, vulgo. Δ] Δ F; corr. ed. Basil.* 14. $\delta\eta$]
 ipsi; $\delta\epsilon$ F, vulgo.

ἐστὶ τῷ τμήματι τῷ ἔχοντι ἄξονα ἴσον τῷ Λ . ἐγγε-
 γράφθωσαν δὲ κῶνοι βασίας μὲν ἔχοντες τοὺς κύκλους
 τοὺς περὶ διαμέτρους τὰς $ΑΓ$, $ΕΖ$, κορυφὰν δὲ τὸ
 B σαμεῖον. ὁ δὲ κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν $B\Delta$ ποτὶ
 5 τὸν κῶνον τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν $B\Theta$ τὸν συγκεί-
 μενον ἔχει λόγον ἔκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἃ ΔA ποτὶ τὰν
 ΘE δυνάμει, καὶ ἔκ τοῦ, ὃν ἔχει ἃ ΔB ποτὶ τὰν $B\Theta$
 μάκει. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἃ ΔA ποτὶ τὰν ΘE δυνά-
 μει, τοῦτον ἔχει ἃ $B\Delta$ ποτὶ τὰν $B\Theta$ μάκει. ὁ ἄρα
 10 κῶνος ὁ ἔχων ἄξονα τὰν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν
 ἔχοντα ἄξονα τὰν $B\Theta$ τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἔκ
 τε τοῦ, ὃν ἔχει ἃ ΔB ποτὶ τὰν ΘB , καὶ ἔκ τοῦ, ὃν
 ἔχει ἃ ΔB ποτὶ τὰν $B\Theta$. οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ,
 ὃν ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΔB ποτὶ τὸ τετρά-
 15 γωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΘB . ὃν δὲ λόγον ἔχει ὁ κῶνος ὁ
 ἄξονα ἔχων τὰν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἄξονα ἔχοντα
 τὰν ΘB , τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος
 τὸ ἄξονα ἔχον τὰν ΔB ποτὶ τὸ τμήμα τὸ ἄξονα ἔχον τὰν
 ΘB . ἐκάτερον γὰρ ἡμιόλιόν ἐστίν. καὶ ἐστὶν τῷ μὲν
 20 τμήματι τῷ ἄξονα ἔχοντι τὰν $B\Delta$ ἴσον τὸ τμήμα τοῦ
 κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ K , τῷ δὲ τμήματι τῷ
 ἄξονα ἔχοντι τὰν ΘB ἴσον τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος
 τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ Λ , καὶ τῷ μὲν $B\Delta$ ἴσα ἃ K ,
 τῷ δὲ ΘB ἴσα ἃ Λ . δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τμήμα τοῦ
 25 κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον ἴσον τῷ K τὸν αὐτὸν ἔχει
 λόγον ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ κωνοειδέος τὸ ἄξονα ἔχον
 ἴσον τῷ Λ , ὃν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς K ποτὶ τὸ
 τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς Λ .

1. τῷ] scripsi; τῷ F, vulgo. 2. δὲ] δυο A, ed. Basil,
 Torellius. 4. δὲ] scripsi; δε F, vulgo. 9. μακων F; corr.
 B. 15. ΘB] EB F; corr. ed. Basil.* 16. ὁ ἄξονα] ὁ ad-

uale est segmento axem habenti aequalem lineae Δ .
 tribantur igitur coni bases habentes circulos circum
 metros $\Delta\Gamma$, EZ descriptos, uerticem autem punctum
 conus igitur axem habens $B\Delta$ ad conum axem
 habentem $B\Theta$ eam rationem habet, quam habet

$$\Delta\Delta^2 : \Theta E^2 \times \Delta B : B\Theta.^1)$$

$\Delta\Delta^2 : \Theta E^2 = B\Delta : B\Theta$ [quadr. parab. prop. 3].
 re conus axem habens $B\Delta$ ad conum axem ha-
 bentem $B\Theta$ eam habet rationem, quam

$$\Delta B : \Theta B \times \Delta B : B\Theta = \Delta B^2 : \Theta B^2.$$

quam rationem habet conus axem habens $B\Delta$ ad
 conum axem habentem ΘB , eam rationem habet seg-
 mentum conoidis axem habens ΔB ad segmentum
 conoidis axem habens ΘB . utrumque enim [segmentum] di-
 stantia parte maius est [cono basim eandem habenti
 axem eundem; prop. 21]. et segmento axem ha-
 bentem $B\Delta$ aequale est segmentum conoidis axem habens
 lineae K aequalem, segmento autem axem habenti
 $B\Theta$ segmentum axem aequalem habens lineae Δ , et
 $\Delta = K$, $\Theta B = \Delta$. adparet igitur, segmentum co-
 noidis axem habens lineae K aequalem ad segmentum
 conoidis axem habens lineae Δ aequalem eandem ra-
 tionem habere, quam K^2 ad Δ^2 .

1) Habent enim rationem ex ratione basium et ratione
 sum compositam (prop. 10); sed ratio basium ea est, quam
 habet $\Delta\Delta^2 : E\Theta^2$ (Eucl. XII, 2).

di; om. F, uulgo. $B\Delta$] $K\Delta$ FBC*. 20. $\tau\acute{o}$] addidi; om.
 , uulgo. 23. $\acute{\iota}\sigma\omicron\nu$] scripsi; $\iota\sigma\alpha\nu$ F, uulgo. K] AK F. 27.
 $\tau\rho\acute{\alpha}\gamma\omega\nu\nu$] $\tau\epsilon\tau\rho\alpha\gamma\omega\nu\nu$ KE F; corr. B. 28. Δ] A F.

κε'.

Πᾶν τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμα-
 νον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ποτὶ τὸν κῶνον
 τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ὕψος
 6 ἴσον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ συναμφοτέραις
 ἴσα τῷ τε ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῇ τριπλασίᾳ τῇ
 ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῷ τε
 ἄξονι τοῦ τμήματος καὶ τῇ διπλασίᾳ τῆς ποτεούσας
 τῷ ἄξονι.

- 10 ἔστω τι τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμα-
 μένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ τμαθέντος
 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ἡ τομὰ ἔστω
 αὐτοῦ μὲν τοῦ κωνοειδέος ἡ $ABΓ$ ἀμβλυγωνίου
 κώνου τομὰ, τοῦ δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτεμένουτος
 15 τὸ τμήμα ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖα, ἄξων δὲ ἔστω τοῦ τμήματος
 ἡ $ΒΔ$, ἡ δὲ ποτεούσα τῷ ἄξονι ἔστω ἡ $ΒΘ$, καὶ τῇ
 $ΒΘ$ ἴσα ἡ $ΖΘ$ καὶ ἡ $ΖΗ$. δεικτέον, ὅτι τὸ τμήμα
 ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμή-
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἡ $ΗΔ$ ποτὶ
 20 τὰν $ΖΔ$.

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμή-
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ ἔστωσαν
 αἱ $ΦΑ$, $ΓΤ$. ἔστω δὲ καὶ κῶνός τις, ἐν ᾧ τὸ $Ψ$,
 καὶ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ
 25 τμήματι καὶ ἄξονα τὰν $ΒΔ$ τοῦτον ἔχέτω τὸν λόγον,
 ὃν ἔχει ἡ $ΗΔ$ ποτὶ τὰν $ΔΖ$. φανερὸν δὴ τὸ τμήμα τοῦ

1. κε' Torellius. 2. ἀποτετμημενον F, ut lin. 10, corr.
 Torellius. 5. ἡ συναμφοτέραις] scripsi; συναμφοτέρα F, vulgo.
 6. τῷ] το F 15. ἡ $ΑΓ$ εὐθεῖα] scripsi; εὐθεια F, vulgo.
 εὐθεία ἡ $ΑΓ$ ed. Basil., Torellius. 16. $ΒΔ$] $ΒΑΔ$ F; corr.
 ed. Basil*. ποτιουσα F; corr. Torellius. 18. τὴν βάσιν]
 Torellius; ταν βάσιν F, vulgo. 19. λόγον] τὸν αὐτὸν λόγον

XXV.

Quodvis segmentum conoidis obtusianguli plano axem perpendiculari abscisum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et altitudinem eandem eam habet rationem, quam linea utrique aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem et axi segmenti triplici lineae axi adiectae.¹⁾

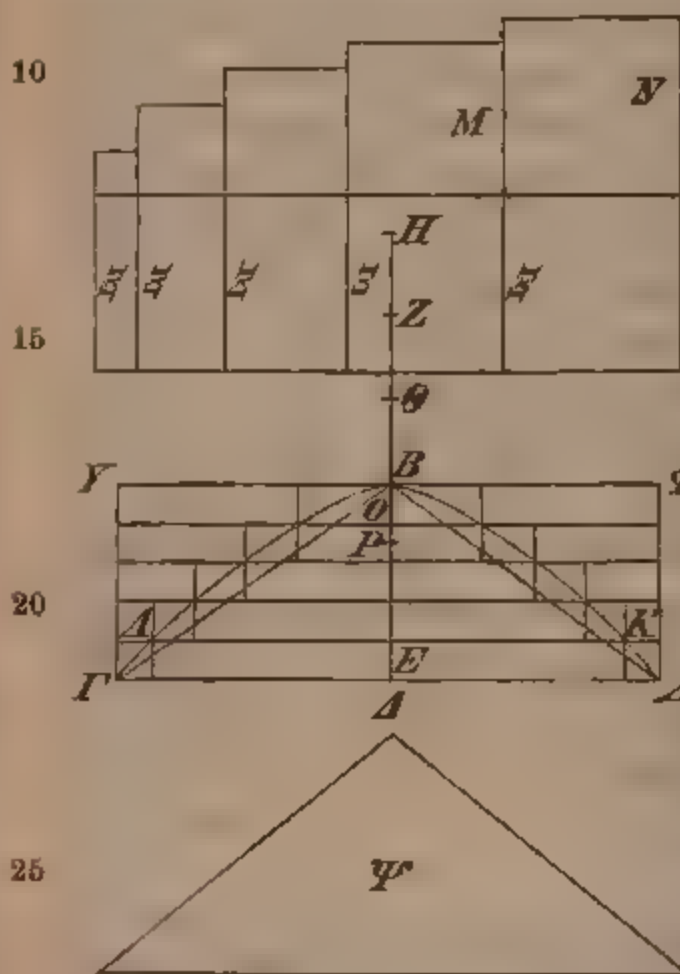
Sit segmentum aliquod conoidis obtusianguli plano axem perpendiculari abscisum, et secto eo alio plano per axem posito ipsius conoidis sectio sit $AB\Gamma$ obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis linea $A\Gamma$, axis autem segmenti sit $B\Delta$, et linea axi adiecta sit $B\Theta$, et sit $Z\Theta = ZH$. demonstrandum est, segmentum conum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habere, quam $Z\Delta$.

Sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam segmentum, et axem eundem, latera autem eius sint ΦA , ΓT . sit autem etiam conus quidam, in quo sit littera Ψ , et ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem $B\Delta$ eam habeat rationem, quam $H\Delta : \Delta Z$. dico igitur, segmentum

1) P. 280, 2: εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτμαθῇ κατὰ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ καὶ τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι κτλ. (lin. 6—9).

[26] scripsi; δη F, vulgo. 26. $H\Delta$] $K\Delta$ F; corr. ed. Ba-
φημ F; corr. Torellius.

κωνοειδέος ἴσον εἶμεν τῷ Ψ κώνῳ. εἰ γὰρ μὴ ἴσον, ἦτοι μείζον ἢ ἐλάσσον ἐστίν. ἔστω πρότερον εἰ δυνατόν, μείζον. ἐγγεγραφθῶ δὴ εἰς τὸ τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγραφθῶ ἐκ κυλίνδρων ὅσους ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἂν ὑπερέχει τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. διὰ τοῦτο δὴ τὰ ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων

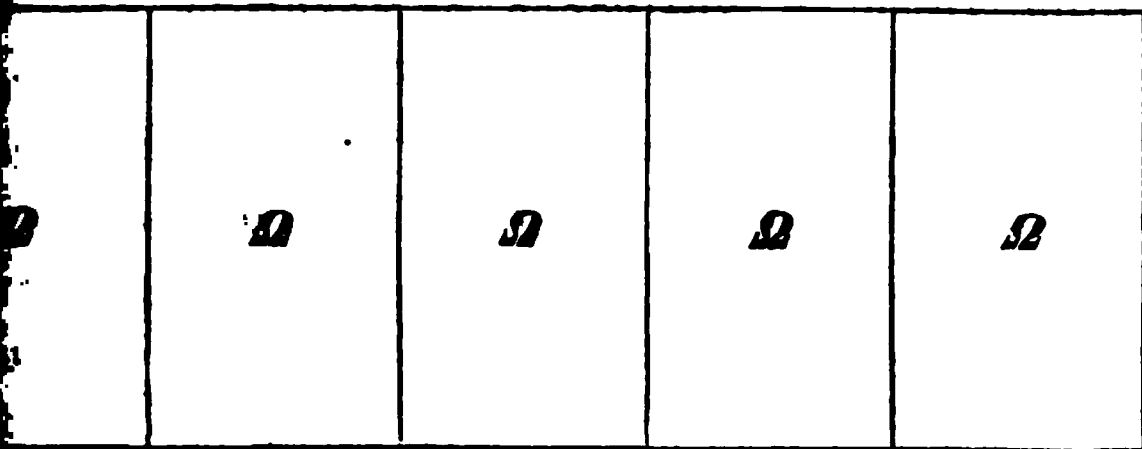


τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βασιμῆς ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ τὸν μέτρον τὰν $ΑΓ$, ἢ $ΒΔ$, ἔσσει δὴ ὅλος ὁ κύλινδρος διηρημένος εἰς λύνδρους τῷ μὲν Ψ θει ἴσους τοῖς κυλίνδροις τοῖς ἐν περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ γέθει ἴσους τῷ γίστιῳ αὐτῶν. ἐπεὶ ἐλάσσονι ὑπὲρ ἔχει τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐγγεγραμμένον, ἢ

τμήμα τοῦ Ψ κώνου, καὶ μείζον ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμήματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον

1. γάρ] scripsi; γε F, vulgo. 4. αλλῶ F. 8 διηχθῶ

is aequale esse cono Ψ . nam si aequale non
 at maius est aut minus. prius, si fieri potest,
 sit. inscribatur igitur segmento figura solida,
 circumscribatur ex cylindris altitudinem aequa-
 bentibus composita, ita ut figura circumscripta
 et inscriptam spatio minore, quam quali excedit
 tantum conoidis conum Ψ [prop. 19]. producan-
 tur plana omnium cylindrorum ad superficiem
 tri basim habentis circulum circum diametrum



descriptum, axem autem $B\Delta$. itaque totus cy-
 linder diuisus erit in cylindros numero cylindris
 circumscriptae aequales, magnitudine autem
 eorum aequales. et quoniam figura circum-
 scripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo
 tantum conum Ψ excedit, et figura circumscripta
 est segmento, adparet, etiam figuram inscriptam
 rem esse cono Ψ . sit igitur BP tertia pars

Torellius. In figura litteras M, N permutant Cr., ed.

Torellius. 24. $\epsilon\lambda\alpha\sigma\sigma\sigma\sigma\upsilon$ F. 27. η] om. F; corr. ed.

28. $\tau\mu\alpha\mu\alpha$] sic F, ut p. 420 lin. 12.

γραμμένον σχῆμα μείζον ἐστὶ τοῦ Ψ κώνου. ἔ-
 δὴ τρίτον μέρος τῆς $B\Delta$ ἢ BP . ἐσσεῖται οὖν ἡ
 τριπλασία τῆς ΘP . καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βα-
 ῖς ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἃς
 5 δὲ τὰν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα
 αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λό-
 γον ἡ $H\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP , ἔχει δὲ καὶ ὁ εἰρημένος
 νος ποτὶ τὸν Ψ κώνον, ὃν ἡ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν H
 ἔξει ἄρα καὶ ἀνομοίως τῶν λόγων τεταγμένων
 10 αὐτὸν λόγον ὁ κύλινδρος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν
 κώνον, ὃν ἡ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP . ἔστωσαν δὲ γραμ-
 μαιμέναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι τοῖς
 μάτεσσιν τοῖς ἐν τῇ $B\Delta$ εὐθείᾳ, τῷ δὲ μεγέθει ἑκά-
 ῖστα τῇ ZB , καὶ παρ' ἑκάστην αὐτὰν παραπεπτω-
 15 χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, καὶ τὸ μὲν
 γιστον ἔστω ἴσον τῷ ὑπὸ $Z\Delta$, ΔB , τὸ δὲ ἐλάχισ-
 ῖτον τῷ ὑπὸ ZO , OB . αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερ-
 μάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχόντων [καὶ γὰρ
 ἴσαι αὐταῖς αἱ ἐπὶ τῇ $B\Delta$ εὐθείᾳ τῷ ἴσῳ ἀλλά-
 20 ὑπερέχουσιν]. καὶ ἔστω ἡ μὲν τοῦ μεγίστου ὑπερ-
 ματος πλευρά, ἐφ' ἣς τὸ N , ἴσα τῇ $B\Delta$, ἡ δὲ τοῦ ἐλ-
 στού ἴσα τῇ BO . ἔστω δὲ καὶ ἄλλα χωρία, ἐν οἷς
 Ω , τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκά-
 ῖστον τῇ μεγίστῃ τῷ ὑπὸ τῶν $Z\Delta$, ΔB . ὁ δὴ

2. ἐπειτα F. 9. ἄρα καὶ] scripsi; αμετρο post lacunam
 F, vulgo; οὖν Commandinus; ἄρα Torellius. τεταγμέ-
 Commandinus; τεταραγμένον F, vulgo; τεταγμένον Torellius.
 11. ὅν] om. FBC*. ΘP] ΘO F; corr. ed. Basil.* ἔ-
 σαν] comp. F. δέ] scripsi; δε αἱ F, vulgo. 12. ἴσα F; ὅ-
 B* 13. τῇ] τῷ F; corr. Torellius. 14. αὐτῶν F; αὐ-
 Torellius. 16. ἴσον] ἐν F; corr. ed. Basil. $Z\Delta$, ΔB scri-
 $ZB\Delta$ FBC*; $Z\Delta B$ ed. Basil., vulgo. 17. ἴσον] ἐν F; corr.
 ZO , OB] scripsi; ZOB F, vulgo. 18. τῷ] τῶν τῷ F; corr.

lineae $B\Delta$. erit igitur $H\Delta = 3\Theta P$.¹⁾ et quoniam cylindrus basim habens circulum circum diametrum $\Delta\Gamma$ descriptum, axem autem $B\Delta$ ad conum basim habentem eandem et eundem axem eam habet rationem, quam $H\Delta : \Theta P$,²⁾ et etiam conus ille ad conum Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : H\Delta$, habebit etiam, cum perturbata sit proportio [Eucl. V, def. 20], cylindrus, quem commemorauimus, ad conum Ψ eam rationem, quam $Z\Delta : \Theta P$ [Eucl. V, 23]. ponantur autem lineae quaedam, in quibus sint litterae Ξ , numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitudine autem singulae lineae ZB aequales, et singulis adplicetur spatium figura quadrata excedens, et maximum sit $= Z\Delta \times \Delta B$, minimum autem $= ZO \times OB$; latera autem excessuum aequali differentia inter se excedant.³⁾ et latus maximi excessus sit ea linea, in qua est littera N , aequalis lineae $B\Delta$, latus autem minimi excessus lineae BO aequalis sit. sint autem etiam alia spatia, in quibus sit littera Ω , numero his aequalia et magnitudine singula maximo illorum, rectangulo lineis $Z\Delta$, ΔB

1) Nam $H\Delta = HB + B\Delta = 3\Theta B + 3BP$ et
 $\Theta P = \Theta B + BP$.

2) Conus enim tertia pars est cylindri (Eucl. XII, 10; cfr. supra prop. 10), et $\Theta P = \frac{1}{3}H\Delta$.

3) Cum nusquam dixerit Archimedes, latera aequalia esse partibus lineae $B\Delta$ (neque enim hoc ex linn. 15—17 concludi potest), adparet, retinendam esse scripturam codicum lin. 18, et uerba sequentia lin. 18—20 delenda, in quibus offendunt etiam $\alpha\lambda\lambda\acute{\alpha}\lambda\omega\nu$ et $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\sigma\iota\nu$.

$\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\sigma\iota\nu$ Nizzius. 20. $\upsilon\pi\epsilon\rho\acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\sigma\iota\nu$ Torellius; sed u. not. 3.
 21. $\tau\acute{o} N$] scripsi; $\tau\omicron\nu$ F; $\tau\acute{o} M$ ed. Basil., Torellius; u. p. 419.
 22. BO] BI F; corr. ed. Basil. 24. $Z\Delta$, ΔB scripsi; $Z\Delta B$ F. nullum.

λινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ
 διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΔΕ$ ποτὶ τὸν κύ-
 λινδρον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ
 διάμετρον τὰν $ΚΑ$, ἄξονα δὲ τὰν $ΔΕ$ τὸν αὐτὸν
 5 ἔχει λόγον, ὃν ἂ $ΔΑ$ ποτὶ τὰν $ΚΕ$ θυνάμει. οὗτος
 δέ· ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ
 τῶν $ΖΔ$, $ΒΔ$ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν $ΖΕ$, $ΒΕ$
 ἐν πάσῃ γὰρ τῇ τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομῇ τοῦτο
 συμβαίνει [ἂ γὰρ διπλασία τῆς ποτεούσας, τουτέστι
 10 τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, πλαγία ἐστὶ τοῦ εἵδους πλευρά].
 καὶ ἐστὶ τῷ μὲν ὑπὸ τῶν $ΖΔ$, $ΒΔ$ περιεχομένῳ ἴσον
 τὸ $ΞΝ$ χωρίον, τῷ δὲ ὑπὸ τῶν $ΖΕ$, $ΒΕ$ ἴσον ἐστὶ
 τὸ $ΞΜ$. ἂ γὰρ $Ξ$ ἴσα ἐστὶ τῇ $ΖΒ$, ἂ δὲ $Μ$ τῇ $ΒΕ$,
 ἂ δὲ $Ν$ τῇ $ΒΔ$. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων
 15 τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα δὲ
 τὰν $ΔΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν
 κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΚΑ$, ἄξονα δὲ τὰν
 $ΔΕ$ τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν τὸ $Ω$ χωρίον ποτὶ τὸ
 $ΞΜ$. ὁμοίως δὲ δειχθῆσέεται καὶ τῶν ἄλλων κυλίν-
 20 δρων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων
 τὰν ἴσαν τῇ $ΔΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα τὸν αὐτὸν ἄξονα τοῦ-
 τον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ $Ω$ χωρίον ποτὶ τὸ
 ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν $Ξ$ παραπεπτωκότων ὑπερβάλ-
 25 λον τῷ τετραγώνῳ. ἐστὶν δὴ τινα μεγέθη, οἳ κυλίν-
 δροι οἳ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, ὧν ἕκαστος ἄξονα ἔχει
 ἴσον τῇ $ΔΕ$, καὶ ἄλλα μεγέθη, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ

7. τῶν] τας F; corr. AB. 12. $ΞΝ$] addidi; om. F, vulgo;
 $ΞΜ$ Cr., ed. Basil., Torellius. ἴσον ἐστὶ τὸ $ΞΜ$. ἂ γὰρ
 $Ξ$] om. F; corr. ed. Basil. ($ΞΝ$ pro $ΞΜ$). 13. $Μ$] scripsi;
 $Ν$ F, vulgo. 14. $Ν$] $Μ$ ed. Basil., Torellius. 19. $ΞΝ$ Torellius.
 24. ὁμόλογον] ον λογον F; corr. Torellius. τῶν παρὰ] ταν

comprehenso, aequalia. itaque cylindrus basim habens circum diametrum AI descriptum, axem autem AE ad cylindrum basim habentem circum diametrum KI descriptum, axem autem AE eandem rationem habet, quam $AA^2 : KE^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2]. sed

$$AA^2 : KE^2 = Z\Delta \times B\Delta : ZE \times BE.$$

hoc enim in omnibus sectionibus coni obtusianguli accidit.¹⁾ et spatium $EN = Z\Delta \times B\Delta$, et

$$EM = ZE \times BE;$$

nam $E = ZB$ et $M = BE$ et $N = B\Delta$.²⁾ itaque cylindrus basim habens circum diametrum AI descriptum, axem autem AE ad cylindrum basim habentem circum diametrum KI descriptum, axem autem AE eandem rationem habebit, quam Ω spatium ad EM . et eodem modo demonstrabimus, etiam unumquemque ex ceteris cylindris totius cylindri axem habentem lineae AE aequalem ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habere, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae E adplicata sunt figura quadrata excedentia. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, quorum singuli axem habent lineae AE aequalem, et aliae magnitudines,

1) Apollon. I, 21; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24. sed sequentia uerba lin. 9—10 delenda sunt, quia nomen $\eta \kappa\lambda\alpha\gamma\iota\alpha \kappa\lambda\epsilon\nu\rho\acute{\alpha}$ ab Apollonio demum inuentum est. interpolator uerba Archimedis ad genus dicendi Apollonii adcommodare uoluit.

2) Et $EN = (E + N) \times N$, $EM = (E + M) \times N$.

Ω, ἴσα τούτοις τῷ πλήθει κατὰ δύο μεγέθη τὸν
αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐπεὶ οἷ τε κυλίνδροι ἴσοι ἐντὶ
ἀλλήλοις, καὶ τὰ Ω χωρία ἴσα ἀλλήλοις· λέγονται δὲ
τῶν τε κυλίνδρων τινὲς ποτὶ ἄλλους κυλίνδρους τοῖς
6 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ
ποθ' ἐν λέγεται, καὶ τῶν χωρίων, ἐν οἷς τὰ Ω, ποτ'
ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερβαλ-
λονται εἶδει τετραγώνῳ, τὰ δὲ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς
λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἐν λέγεται. δῆλον
10 οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίν-
δρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ ἐγγε-
γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα
τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ
μεγίστου. δεδείκται δέ, ὅτι πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ
15 πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου μείζω λό-
γον ἔχοντι, ἢ ὃν ἂ ΝΞ ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις
τῇ τε ἡμισείᾳ τῆς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῆς Ν. ὥστε
καὶ ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
μείζονα ἔχει λόγον, ἢ ὃν ἂ ΖΔ ποτὶ τὰν ΘΡ, ὃν ὁ
20 ὅλος κύλινδρος ἔχων ἐδείχθη ποτὶ τὸν Ψ κῶνον
μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸ
ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὥστε
μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος·
ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
25 μείζον τοῦ Ψ κῶνου. οὐκ ἄρα μείζον τὸ τοῦ κωνοειδούς
τμήμα τοῦ Ψ κῶνου. οὐδὲ τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ,
εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν οὖν ἐγγεγράψθω εἰς τὸ τμήμα

3. ἀλλήλοις (alt.) F. λεγονται F. 4. τοὺς] addidi; om
F, vulgo. 6. ποθ' ἐν] scripsi; ποθεν F, vulgo 8. αὐτοῖς
Nizzius; om. F, vulgo. 9. ποθ' ἐν] u. hn. 6. 11. τῷ
scripsi; om. F, vulgo. 16. ΜΞ Torellius. 17. Μ Torellius

spatia, in quibus est littera Ω , illis numero aequales, quoniam cum binis in eadem proportionem, quoniam cylindri inter se aequales sunt, et spatia Ω inter aequalia. porro et cylindrorum nonnulli cum aliis cylindris, qui sunt in figura inscripta, in proportionem sunt, ultimus autem in nulla est proportione,¹⁾ et ceterorum, in quibus sunt litterae Ω , [nonnulla] cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla proportione. adparet igitur, etiam omnes cylindros totius cylindri ad omnes cylindros figurae inscriptae eandem rationem habere, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum [prop. 1]. demonstratum autem, omnia simul spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habere, quam $N + \Xi : \frac{1}{2} \Xi + \frac{1}{2} N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $Z\Delta : \Theta P^2$), quam rationem totum cylindrum ad conum Ψ habere demonstratum est. itaque totus cylindrus ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam ad Ψ conum. quare conus Ψ maior est figura inscripta [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. Nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ . — sed ne minus quidem est. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur segmento inscri-

1) Quia cylindri figurae inscriptae uno pauciores sunt, quam cylindri totius cylindri.

2) Nam $N + \Xi = B\Delta + ZB = Z\Delta$, et
 $\frac{1}{2} \Xi + \frac{1}{2} N = B\Theta + BP = \Theta P$.

σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων
 ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον
 σχῆμα τοῦ ἐγγεγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ
 ὑπερέχει ὁ κῶνος τοῦ τμήματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατε-
 5 σκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἐλασσὸν ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 τοῦ τμήματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγεγραμ-
 μένον τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμήματος.
 δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλασσὸν
 ἐστὶ τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὲ ὁ τε κύλινδρος ὁ προ-
 10 τος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE
 ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔE τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὅν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ΞN . ἴσον γὰρ
 ἐκάτερον ἐκατέρῳ· καὶ τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος
 15 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχόντων τὰν ἴσαν
 τῇ ΔE ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 μένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἑόντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν
 αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὅν τὸ Ω χωρίον ποτὶ
 τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ παραβλημάτων σὺν τῷ
 20 ὑπερβλήματι, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν περιγεγραμμένων
 χωρὶς τοῦ μεγίστου ἴσον εἶμεν ἐκάστῳ τῶν ἐγγεγραμ-
 μένων σὺν τῷ μεγίστῳ. ἔξει οὖν καὶ ὁ ὅλος κύλι-
 νδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τὸν αὐτὸν λόγον,
 ὅν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ τὰ παραβλήματα σὺν τοῖς
 25 ὑπερβλημάτεσσιν. δεδείκται δὲ πάλιν πάντα τὰ Ω
 χωρία ποτὶ πάντα τὰ ἕτερα ἐλάσσῳ λόγον ἔχοντα τοῦ.

1. σχῆμα] om. F; corr. Torellius. 3. υπερεχ cum comp
 ην uel εν F. 8. περιγεγραμμενον F. 13. τὸ ΞN] ΞM To-
 rellius. 14. ἐκατέρῳ] addidi; om. F, uulgo. 15. τὰν]
 addidi; om. F, uulgo; cfr. p. 422, 21 18. τόν] om FBC.
 20. ὅν] om F; corr. B*. 21. εἶμεν] Torellius; ἐστὶν per comp
 F; εἶναι uulgo.

batur figura solida, et alia circumseribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus segmentum, et cetera eadem construantur. iam quoniam figura inscripta minor est segmento, et figura circumscripta excedit inscriptam minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus igitur et cylindrus primus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem ΔE eandem rationem habet, quam spatium Ω ad ΞN (utraque enim aequalia sunt), et ceterorum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineae ΔE aequalem, ad cylindrum figurae circumscriptae eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habebit, quam spatium Ω ad spatium respondens eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt, adsumpto excessu, quia unusquisque circumscriptorum praeter maximum aequalis est unicuique inscriptorum cum maximo.¹⁾ habebit igitur etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam eandem rationem, quam omnia spatia Ω ad spatia adplicata cum excessibus [prop. 1]. rursus autem demonstratum est, omnia spatia Ω ad omnia illa spatia

1) Sint c_1, c_2, c_3, c_4 cylindri inscripti, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 circumscripti, K cylindri totius cylindri, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 spatia adplicata adsumpto excessu. iam supra p. 422, 14 sq. demonstratum est $K : c_1 = \Omega : r_2$, $K : c_2 = \Omega : r_3$, $K : c_3 = \Omega : r_4$, $K : c_4 = \Omega : r_5$; sed $c_1 = C_2$, $c_2 = C_3$, $c_3 = C_4$, $c_4 = C_5$. itaque $K : C_2 = \Omega : r_2$, $K : C_3 = \Omega : r_3$ cett.

ὃν ἔχει ἡ ΞN ποτὶ τὰν ἴσων συναμφοτέραις τῇ τε
 ἡμισέᾳ τῆς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῆς N . ὥστε καὶ
 ὅλος ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα
 ἐλάσσονα λόγον ἔξει, ἢ ἡ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP . ἀλλ'
 5 ὡς ἡ $Z\Delta$ ποτὶ τὰν ΘP , ὁ ὅλος κύλινδρος ποτὶ τὸν
 Ψ κώνον. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλιν-
 δρος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ .
 ὥστε μείζον ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ Ψ κώνου
 ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἔλαττον εἶναι τὸ περιγε-
 10 γραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐλάσσον
 ἐστὶ τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπὶ
 δὲ οὔτε μείζον οὔτε ἐλασσόν ἐστίν, δεδείκται οὖν τὸ
 προτεθέν.

κς'.

15 Καὶ τοίνυν εἰ καὶ μὴ ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ
 ἐπιπέδῳ ἀποτμηθῇ τὸ τμήμα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνο-
 ειδέος, ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον
 τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῖτον
 ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἡ συναμφοτέραις ἴσα τῷ τε ἄξονι
 20 τοῦ τμήματος καὶ τῇ τριπλασίᾳ τῆς ποτεούσας τῷ
 ἄξονι ποτὶ τὰν ἴσων συναμφοτέραις τῷ τε ἄξονι καὶ
 τῇ διπλασίᾳ τῆς ποτεοίσας τῷ ἄξονι.

ἔστω γὰρ τμήμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτε-
 τμαμένον ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμηθέντος δὲ ἐπιπέδῳ
 25 τοῦ σχήματος ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶς ποτὶ τὸ
 ἐπίπεδον τὸ ἀποτετμαχὸς τὸ τμήμα τοῦ μὲν σχήματος
 τομὰ ἔστω ἡ $AB\Gamma$ ἀμβλυγωνίου κώνου τομὰ, τοῦ δὲ

1. ΞM Torellius. 2. M Torellius. 7. τόν] scripsi, το
 F, vulgo Ψ] Ψ κώνον Torellius. 12. ελασσον comp
 ην vel in F. 14. καὶ Torellius. 16. αποτμηθη F, ut lu. 17,
 corr. Torellius. 17. τὸ βάσιν] scripsi; του (comp.) βασιν F.
 vulgo. ἔχοντος BC*, ed. Basil, Torellius. 19. καὶ συναμφο-

minorem rationem habere, quam $\mathcal{E} + N : \frac{1}{2} \mathcal{E} + \frac{1}{3} N$ [prop. 2]. quare etiam totus cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habebit, quam $Z\mathcal{A} : \odot P$. sed ut $Z\mathcal{A} : \odot P$, ita totus cylindrus ad conum Ψ . itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam ad Ψ . quare [figura] circumscripta maior est cono Ψ [Eucl. V, 8]; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . itaque segmentum conoidis minus non est cono Ψ . et quoniam nec maius nec minus est, constat propositum.

XXVI.

Iam etiam si plano ad axem non perpendiculari segmentum conoidis obtusianguli abscinditur, sic quoque ad segmentum coni basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam rationem habebit, quam linea utrique aequalis, et axi segmenti et triplici lineae axi adiectae ad lineam utrique aequalem, et axi et duplici lineae axi adiectae.¹⁾

sit enim segmentum conoidis obtusianguli abscisum plano, ita ut dictum est. figura autem alio plano per axem secta ad planum segmentum abscindens perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni obtusianguli sectio [prop. 11, b], plani autem segmentum abscindentis

1) P. 280, 10: εἴ κα τοῦ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος τμήμα ἀποτμαθῇ ἐπιπέδῳ μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ ἀποτμαθὲν τμήμα ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὃ γινέται ἀπότμαμα κώνου, τοῦτον κτλ., ut hoc loco, nisi quod ibi ἀμφοτέραις legitur pro συναμφοτέραις lin. 20.

ἐπιπέδου τοῦ ἀποτετμακότος τὸ τμήμα ἃ ΓA εὐθεία,
 κορυφὰ δὲ ἔστω τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνο-
 ειδὲς τὸ Θ σαμεῖον. καὶ ἄχθω διὰ τοῦ B παρὰ τὰν
 $A\Gamma$ ἐπιφανύουσα τῆς τοῦ κώνου τομᾶς ἃ ΦT , ἐπι-
 5 ψανέτω δὲ κατὰ τὸ B . καὶ ἀπὸ τοῦ Θ ἐπὶ τὸ B ἐπι-
 ζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. τεμεῖ δὴ αὐτὰ δίχα τὰν $A\Gamma$,
 καὶ ἑσσεῖται κορυφὰ μὲν τοῦ τμήματος τὸ B σαμεῖον,
 ἄξων δὲ ἃ $B\Delta$, ἃ δὲ ποτεοῦσα τῷ ἄξονι ἃ $B\Theta$. τῇ
 δὲ $B\Theta$ ἴσα ἔστω ἃ τε ΘZ καὶ ἃ ZH . ἀπὸ δὲ τῆς
 10 ΦT ἐπίπεδον ἀνεστακέντω τι παράλληλον τῷ κατὰ τὸν
 $A\Gamma$. ἐπιψάνουσι δὴ τοῦ κωνοειδέος κατὰ τὸ B . καὶ
 ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν $A\Gamma$ οἷκ ἐὼν ὀρθὸν
 ποτὶ τὸν ἄξονα τετμάκει τὸ κωνοειδές, ἃ τομὰ ἑσσεῖ-
 ται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτῆς α
 15 μείζων ἃ ΓA . εἰούσας ἄρα ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς
 περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$ καὶ τῆς $B\Delta$ γραμμᾶς ἀπὸ
 τοῦ κέντρου ἀνεστακούσας ἐν ἐπιπέδῳ, ὃ ἔστιν ἀπὸ
 τῆς διαμέτρου ὀρθὸν ποτὶ τὸ ἐπίπεδον, ἐν ᾧ ἔστιν
 ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, δυνατόν ἐστι κύλινδρον
 20 εὑρεῖν τὸν ἄξονα ἔχοντα ἐπ' εὐθείας τῇ $B\Delta$, οὗ ἐν
 τῇ ἐπιφανείᾳ ἑσσεῖται ἃ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ
 ἃ περὶ διάμετρον τὰν $A\Gamma$. εὐρεθέντος οὖν ἑσσεῖται
 τις κυλίνδρου τόμος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμή-
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ἃ δὲ ἑτέρα βάσις αὐτοῦ
 25 ἑσσεῖται τὸ ἐπίπεδον τὸ κατὰ τὰν ΦT . πάλιν δὲ καὶ
 κώνον εὑρεῖν δυνατόν ἐστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ B

6. δὴ] scripsi; δια τα F, vulgo; δὴ τὰ Torellius. 7. τμή-
 ματος] sic F. 11 δὴ] scripsi; δε F, vulgo. 12 ἐπι.]
 εσσει altero σ supra scripto F; ἑσσεῖται cett. codd.*; corr. ed
 Basil. 13 τετμήκει F, vulgo. κωνοειδὲς F. 15 εἰούσας
 F; corr. ed. Basil. ἄρα] scripsi; ἀλλή F, vulgo; δὴ ed Ba-
 sil., Torellius. τομὰ F; corr. ed. Basil. 20. εὐρ cum comp

linea ΓA , uertex autem coni conoides comprehendentis sit punctum Θ . et per B punctum ducatur lineae $A\Gamma$ parallela linea $\Phi\Upsilon$ sectionem coni contingens, et contingat in puncto B , et [linea] a Θ ad B ducta producatur. ea igitur lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales secabit¹⁾, et uertex segmenti erit B , axis autem $B\Delta$ ²⁾, et $B\Theta$ linea axi adiuncta [p. 278, 24]. sit autem

$$B\Theta = \Theta Z = ZH.$$

et a linea $\Phi\Upsilon$ planum erigatur parallelum plano in $A\Gamma$ posito. continget igitur conoides in B [prop. 16, b]. et quoniam planum in $A\Gamma$ positum ad axem non perpendiculare conoides secat, sectio erit coni acutianguli sectio, et diametrus eius maior ΓA [prop. 13]. data igitur coni acutianguli sectione circum diametrum $A\Gamma$ descripta, et linea $B\Delta$ a centro erecta in plano in diametro posito ad id planum perpendiculari, in quo est coni acutianguli sectio, fieri potest, ut inueniatur cylindrus axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta.³⁾ eo igitur inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam segmentum, et eundem axem, altera autem basis eius erit planum in linea $\Phi\Upsilon$ positum. rursus autem hoc quoque fieri potest, ut conus inueniatur uerticem habens punctum B , cuius in superficie sit coni acuti-

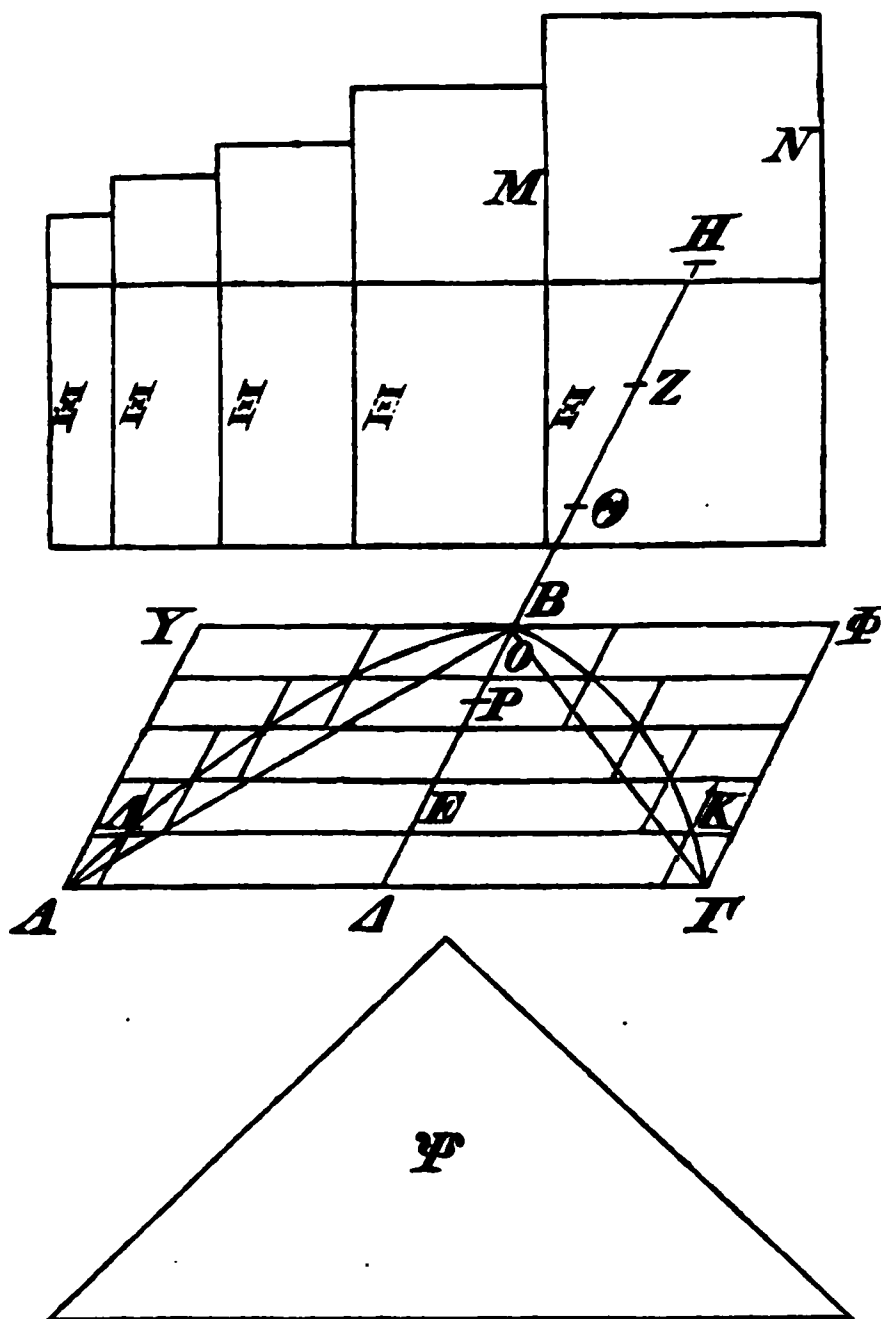
1) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 56 nr. 26; cfr. supra p. 381 not. 3.

2) B uertex erit propter p. 278, 20. tum $B\Delta$ axis erit propter p. 278, 21.

3) U. prop. 9.

$\eta\nu$ uel $\iota\nu$ F. $\epsilon\nu\theta\epsilon\iota\omega\nu$ F; corr. Torellius. 22. $\acute{\alpha}$] addidi; om. F, uulgo. 25. $\tau\acute{\alpha}\nu$] Torellius; $\tau\eta\nu$ (comp.) F, uulgo.

σημειον, οὗ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου τομὰ ἡ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$. εὐρεθεί-

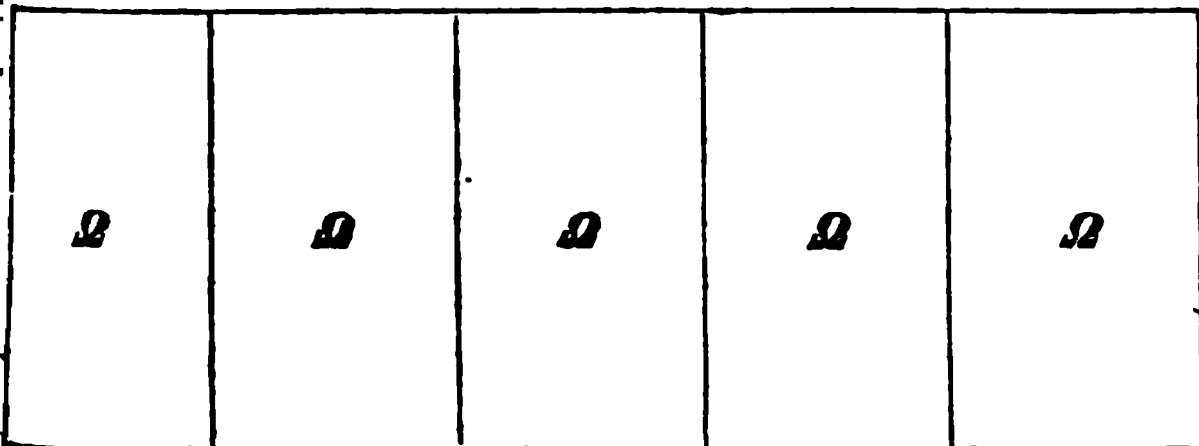


οὖν καὶ ἀπότομά τι ἐσσεῖται κώνου βάσιν ἔχον·
αὐτὰν τῇ τε τόμῳ καὶ τῇ τμᾶματι καὶ ἄξονα
5 αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα π
τὸ ἀπότομα τοῦ κώνου το εἰρημένον τὸν αὐτόν
λόγον, ὃν ἡ $ΗΔ$ ποτὶ τὰν $ΔΖ$.

ὃν γὰρ ἔχει λόγον α $ΗΔ$ ποτὶ τὰν $ΔΖ$, τοῦ
ἔχεται ὁ $Ψ$ κώνος ποτὶ τὸ ἀπότομα τοῦ κώνου.
10 οὖν μή ἐστὶν ἴσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμᾶμα τῇ κα

2. ἡ περὶ] ἡ addidi; om. F, vulgo. 3. καὶ ἀπότομα

anguli sectio circum diametrum AI descripta [prop. 8].
igitur inuento etiam segmentum conici erit basim



habens eandem, quam et frustum et segmentum, et
eandem axem. demonstrandum, segmentum conoidis
et segmentum conici rationem eam habere, quam $H\Delta$
ad ΔZ .

habeat enim conus Ψ ad segmentum conici eam
rationem, quam $H\Delta : \Delta Z$. iam si segmentum conoidis
cono Ψ aequale non est, sit, si fieri potest, maius.

τράματι lin. 4 om. F, vulgo; corr. Commandinus, nisi quod
lin. 3 scribit ἐσσεῖται τὸ ἀπότμημα (τὴν ἀπότμᾶμα Torellius,
qui lin. 3 ἔχων habet). ego haec ita transposui addito καί
lin. 3, ut adpareret origo lacunae. 6. ἀποτμημα F, ut lin. 9;
corr. Torellius. 8. γὰρ] Nizzius cum VD; γονν F, vulgo.
[HΔ] om. F; corr. Torellius. 9. ἔχέτω] Torellius; εχει F,
vulgo. Post κώνου supplet Commandinus: φημι (φαμί To-
rellius) δὴ τὸ τμήμα (τμήμα idem) τοῦ κωνοειδέος ἴσον εἶμεν
Ψ κώνω.

τῷ Ψ , εἰ μὲν δυνατόν ἐστίν, ἔστω μείζον. ἐγγεγράφθω
 δὴ εἰς τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ
 ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος
 5 ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ
 ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἄλίκῳ ὑπερέχει τὸ
 τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ
 περιγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐὼν τοῦ τμήματος ἐλάσ-
 σονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ τμήμα
 τοῦ Ψ κώνου, δῆλον, ὅτι μείζον ἐστὶ τὸ ἐγγεγραμμένον
 10 σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. διάχθω δὴ τὰ ἐπίπεδα τῶν τό-
 μων τῶν ἐγγεγραμμένων ἐν τῷ τμήματι πάντων ἔστω
 ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ τόμου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν
 αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, καὶ ἅ τε BP
 τρίτον μέρος ἔστω τᾶς BA , καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς
 15 πρότερον κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος τόμος
 τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν AE ποτὶ
 τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι
 τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν AE τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὅτι
 τὸ ἀπὸ τᾶς AA τετραγώνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KE . οἱ
 20 γὰρ τόμοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες τὸν αὐτόν ἔχοντι
 λόγον ποτ' ἀλλάλους, ὅνπερ αἱ βασίεις αὐτῶν. αἱ δὲ
 βασίεις αὐτῶν, ἐπεὶ ὁμοίαι ἐντὶ ὀξυγωνίων κώϊωι
 τομαί, τὸν αὐτὸν [οὖν] λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας,
 ὅν αἱ ὁμολόγοι διαμέτροι αὐτῶν δυνάμει. ὅν δὲ λόγοι
 25 ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς AA τετραγώνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς KE ,
 τοῦτον ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ZA , AB περιεχόμενον ποτὶ
 τὸ ὑπὸ τᾶν ZE , EB , ἐπεὶ ἐστὶν ἅ μὲν ZA ἀγμέλια

1. μὲν] scripsi; γὰρ (comp.) μὴ F, vulgo; μὲν ἐστὶ Torel-
 lius; om. Commandinus. ἐστίν, ἔστω] scripsi; ἐστίν (comp.
 F, vulgo; ἔστω Commandinus. 3. ἄλλῳ F. κυλινδρῶν ed.
 Basil, Torellius. 5 ὑπερεχ cum comp. ην uel in F. 8. σχη-
 ματος] τμήματος F; corr. D, Cr. 10. διαχθῶ F; corr. Torel-

inscribatur igitur segmento conoidis figura solida, et alia circumscribatur ex cylindri frustis altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit segmentum conoidis conum Ψ [prop. 20]. iam quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, minore spatio figuram inscriptam excedit, quam quo segmentum excedit conum Ψ , adparet, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . producantur igitur plana frustorum omnium segmento inscriptorum usque ad superficiem frusti basim habentis eandem, quam segmentum, et eundem axem, et sit

$$BP = \frac{1}{3} B\Delta,$$

et cetera eadem construantur, quae antea. rursus igitur primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eam rationem habet, quam $\Delta\Delta^2 : KE^2$. nam frusta altitudinem aequalem habentia eam inter se rationem habent, quam bases [cfr. prop. 10]. bases autem, quoniam sectiones conorum acutiangulorum similes sunt [prop. 14 coroll.], eandem inter se rationem habent, quam quadrata diametrorum respondentium [prop. 6 coroll.]. sed

$$\Delta\Delta^2 : KE^2 = Z\Delta \times \Delta B : ZE \times EB,$$

lius. 11. ενγεγο. F. τμήματι] scripsi; σχηματι F, ulgo. [εστε] εσσειται F; corr. Torellius. 12. τάν] (prius) scripsi, την F, ulgo; om. ed. Basil., Torellius. 14. τὰ ἄλλα] scripsi; τ' ἄλλα F, ulgo. 15. κατασκευάσθω] scripsi; κατασκευασθω F, ulgo. 16. ἄξονα] α F. 17. τῶν] scripsi; τον F, ulgo. 20. εχωντι F. 21. αἱ δὲ βάσεις αὐτῶν] om. F; corr. Commandinus (nisi quod βάσεις scripsit). 23. οὖν] delet Torellius. εχωντι F. 26. ZΔ, ΔB] scripsi; ZΔB F, ZΔB ulgo; sic etiam p. 436 lin. 3. 27. ZEB F, ulgo, ut p. 436 lin. 4.

διὰ τοῦ Θ , καθ' ὃ αἱ ἐγγιστα συμπίπτουσι, αἱ δὲ $ΑΔ$,
 $ΚΕ$ παρὰ τὰν κατὰ τὸ $Β$ ἐπιψάνουσιν. ἔστιν δὲ τὸ
 μὲν ὑπὸ τὰν $ΖΔ$, $ΔΒ$ περιεχόμενον ἴσον τῷ Ω χω-
 ρίῳ, τὸ δὲ ὑπὸ τὰν $ΖΕ$, $ΕΒ$ τῷ $\XiΜ$. ἔχει οὖν ὁ
 5 πρῶτος τόμος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ὁ ἔχων ἄξονα
 τὰν $ΔΕ$ ποτὶ τὸν πρῶτον τόμον τῶν ἐν τῷ ἐγγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν $ΔΕ$ τὸν
 αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ $\XiΜ$. καὶ τῶν
 ἄλλων δὲ τόμων ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ τόμῳ ἄξονα
 10 ἔχόντων τὰν ἴσαν τῇ $ΔΕ$ ποτὶ τὸν τόμον τὸν ἐν τῷ
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι κατ' αὐτὸν ἔοντα καὶ ἄξονα
 ἔχοντα τὰν ἴσαν τῇ $ΔΕ$ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
 τὸ Ω χωρίον ποτὶ τὸ ὁμόλογον τῶν παρὰ τὰν Ξ
 παραπεπτωκότων ὑπερβαλλόντων εἶδει τετραγώνῳ. πά-
 15 λιν οὖν ἐντί τινα μεγέθεα, οἱ τόμοι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ
 τόμῳ, καὶ ἄλλα μεγέθεα, τὰ χωρία, ἐν οἷς τὸ Ω , ἴσα
 τῷ πλήθει τοῖς τόμοις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον
 ἔχοντα αὐτοῖς. λεγόνται δὲ οἱ τόμοι ποτ' ἄλλους τό-
 μους τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. ὁ δὲ ἔσχατος
 20 τόμος οὐδὲ ποθ' ἐν λέγεται, τὰ δὲ Ω χωρία ποτ'
 ἄλλα χωρία τὰ παρὰ τὰν Ξ παραπεπτωκότα ὑπερ-
 βάλλοντα εἰδῆσι τετραγώνοις, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς
 αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον οὐδὲ ποθ' ἐν λέγεται.
 ὁῦλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τόμοι ποτὶ πάντας τοὺς
 25 αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ Ω χωρία ποτὶ

1. ὁ αἱ] ας F; corr. Torellius. συμπιπτουσι F. 4. $\XiΝ$] Torellius, ut lin. 8. 6. τῶν] scripsi; τον F, vulgo. 8. το (prius) τῷ F. 10. τὰν] addidi; om. F, vulgo. 12. τὰν] ad h. om. F, vulgo. 13. τὰν Ξ] τα $ΝΞ$ F; corr. ed. Basil. 14. τόμοι οἱ] om. F; corr. Torellius. 17. πλήθῃ F. κατά] supra manu 1 F. 18. ἔχοντα] εχωντι F; εχοντι vulgo, corr. Torellius. ἀλλλους F; corr. BC. 20. ποθ' ἐν] scripsi.

quoniam $Z\Delta$ linea per Θ ducta est, in quo lineae sectioni proximae inter se incidunt, et $A\Delta$, KE lineae in puncto B contingenti parallelae.¹⁾ sed

$$Z\Delta \times \Delta B = \Omega,$$

et $ZE \times EB = \Xi M$. itaque primum frustum totius frusti axem habens ΔE ad primum frustum figurae inscriptae axem habens ΔE eandem rationem habet, quam Ω ad ΞM . et ceterorum quoque frustorum unumquodque eorum, quae in toto frusto sunt axem habentia lineam lineae ΔE aequalem, ad frustum in figura inscripta eodem loco positum et axem habens lineam lineae ΔE aequalem eam rationem habet, quam spatium Ω ad respondens spatium eorum, quae lineae Ξ adplicata sunt figura quadrata excedentia. rursus igitur magnitudines quaedam sunt, frusta totius frusti, et aliae magnitudines, spatia, in quibus est littera Ω , numero frustis aequales et binae cum binis in eadem proportione. et frusta cum aliis frustis, quae in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimum autem frustum in nulla proportione²⁾, et spatia Ω cum aliis spatiis, quae lineae Ξ adplicata sunt figuris quadratis excedentia, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem in nulla est. adparet igitur, etiam omnia frusta ad omnia eandem rationem habitura esse, quam omnia spatia Ω ad omnia spatia

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 55 nr. 24; cfr. supra p. 422, 5 sq.

2) Id scilicet, cuius axis est BO ; numerus enim frustorum inscriptorum uno minor est.

$\piοθεν$ F, vulgo; sic etiam lin. 23. 21. $\tau\acute{\alpha}$] addidi; om. F, vulgo. $\tau\alpha \upsilonπερβαλλοντα$ F; corr. Torellius.

πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς τοῦ μεγίστου. πάντα
 δὲ τὰ Ω χωρία ποτὶ πάντα τὰ παραβλήματα χωρὶς
 τοῦ μεγίστου μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ ὃν ἁ ΞΝ ποτὶ
 τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾶ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ξ καὶ τῷ τρίτῳ
 5 μέρει τᾶς Ν. μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὅλος ὁ τόμος
 ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΞΝ
 ποτὶ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾶ τε ἡμισείᾳ τᾶς Ξ καὶ
 τῷ τρίτῳ μέρει τᾶς Ν· ὥστε καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΖΔ
 ποτὶ τὰν ΘΡ. μείζονα οὖν ἔχει λόγον ὁ ὅλος τόμος
 10 ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνον·
 ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μείζον ἐὼν τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἐστὶν οὖν μείζον
 τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. — εἰ δὲ
 ἔλασσόν ἐστι τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου,
 15 ἐγγραφέντος εἰς τὸ τμήμα σχήματος στερεοῦ καὶ ἄλλου
 περιγραφέντος ἐκ κυλίνδρου τόμων ἴσον ὕψος ἐχόντων
 συγκειμένου, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγ-
 γραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ
 κώνος τοῦ τμήματος, πάλιν ὁμοίως δειχθησέται τὸ
 20 περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσον ἐὼν τοῦ Ψ κώνου.
 καὶ ὁ τοῦ κυλίνδρου τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμ-
 μένον σχῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ
 κώνον· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἐστὶν οὖν οὐδ'
 25 ἔλασσον τὸ τοῦ κωνοειδέος τμήμα τοῦ Ψ κώνου. δι-
 λον οὖν τὸ προτεθέν.

1. τα χωρις FD 3. εχωντι F. MΞ Torellius. 5. M
 Torellius, ut lin. 8. 6. ΞΜ Torellius. 7. Ξ] ΕΞ F; corr
 Cr, ed. Basil. 10. τόν] το F. 11. μείζον ἐόν] μείζιον F,
 corr. B*. 23. ἔχων ἢ] Torellius; εχωντι F, ἔχοντι unlg'o
 24. ἐστίν] supra manu 1 F.

adplicata praeter maximum [prop. 1]. sed omnia spatia Ω ad omnia spatia adplicata praeter maximum maiorem rationem habent, quam

$$E + N : \frac{1}{2} E + \frac{1}{2} N \text{ [prop. 2].}$$

Itaque totum frustum ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam $E + N : \frac{1}{2} E + \frac{1}{2} N$; quare etiam maiorem, quam $Z\Delta : \Theta P$.¹⁾ itaque totum frustum maiorem rationem habet ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ ²⁾; quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . Itaque segmentum conoidis maius non est cono Ψ . — Si minus est segmentum conoidis cono Ψ , inscripta segmento figura solida et alia circumscripta ex cylindri frustis aequalem altitudinem habentibus compositis, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ segmentum excedit, rursus eodem modo demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ [cfr. p. 434, 8 sq.], et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam minorem rationem habere quam ad conum Ψ [cfr. p. 434, 15 sq.]; quod fieri non potest.³⁾ itaque segmentum conoidis ne minus quidem est cono Ψ . constat igitur propositum.

1) U. p. 425 not. 2.

2) Nam frustum totum ad Ψ eam rationem habet, quam $Z\Delta : \Theta P$; cfr. p. 420, 8 sq. itaque figura minor est cono.

3) Tum enim figura circumscripta maior esset cono Ψ (Eucl. V, 10), quod secus est (lin. 19).

κξ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος
διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τὸ ἀμίσειον τοῦ
σφαιροειδέος διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν
ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω σφαιροειδὲς σχῆμα ἐπιπέδῳ τετμαμένον διὰ
τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα. τμαθέντος δὲ
αὐτοῦ ἄλλῳ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος
τομὰ ἔστω ἅ $ΑΒΓΔ$ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος
10 δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σφαιροειδέος ἅ $ΒΔ$, κέντρον
δὲ τὸ $Θ$. διοίσει δὲ οὐδέν, εἴτε ἅ μείζων ἐστὶ διά-
μετρος ἅ $ΒΔ$ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, εἴτε
ἅ ἐλάσσων. τοῦ δὲ τετμακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα
τομὰ ἔστω ἅ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἐσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ
15 $Θ$ καὶ ὀρθὰς ποιήσει γωνίας ποτὶ τὰν $ΒΔ$, ἐπεὶ τὸ
ἐπίπεδον ὑποκείται διὰ τοῦ κέντρου τε ἄχθαι καὶ ὀρθὸν
εἶμεν ποτὶ τὸν ἄξονα. δεικτέον, ὅτι τὸ ἀμίσειον τοῦ
σφαιροειδέος τμᾶμα τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸν κύκλον
τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Β$ συ-
20 μείον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος
τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

ἔστω γὰρ κώνος τις, ἐν ᾧ τὸ $Ψ$, διπλασίῳ τοῦ
κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ
ἄξονα τὸν αὐτόν τὰν $ΘΒ$. φανὲν δὴ τὸ ἀμίσειον τοῦ
25 σφαιροειδέος ἴσον εἶμεν τῷ $Ψ$ κώνῳ. εἰ οὖν μὴ
ἐστὶν ἴσον τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τῷ $Ψ$ κώνῳ,
ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐγγεγράφθω δὴ

1. κξ' Torellius. 6. σχῆμα] τμήμα F; corr. ed Basil.
„portio“ Cr. τετμημενον F, vulgo. 8. διὰ] scripsi; τὸν μὲν
δια F, vulgo. σχήματος] τμήματος F; corr. B. 11 Θ] ΘΔ F
13. ἅ] addidi; om. F, vulgo. τετμηκotos F; corr. Torellius.

XXVII.

Quavis figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta, dimidia pars sphaeroidis duplo maior est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.¹⁾

Si sit figura sphaeroidis per centrum plano ad axem perpendiculari secta. ea autem alio plano per axem secato secta, figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], diametrus autem eius et axis sphaeroidis $B\Delta$, centrum autem Θ . nihil autem interest, utrum maior diametrus sectionis coni acutianguli sit $B\Delta$ an minor. plani autem figuram secantis sectio sit linea ΓA . igitur per punctum Θ [ducta] erit, et cum linea $B\Delta$ rectos angulos faciet, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse et ad axem perpendiculare [incl. XI, 18 et XI def. 4]. demonstrandum est, dimidiam partem sphaeroidis basim habentem circulum cum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem autem punctum B duplo maiorem esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.

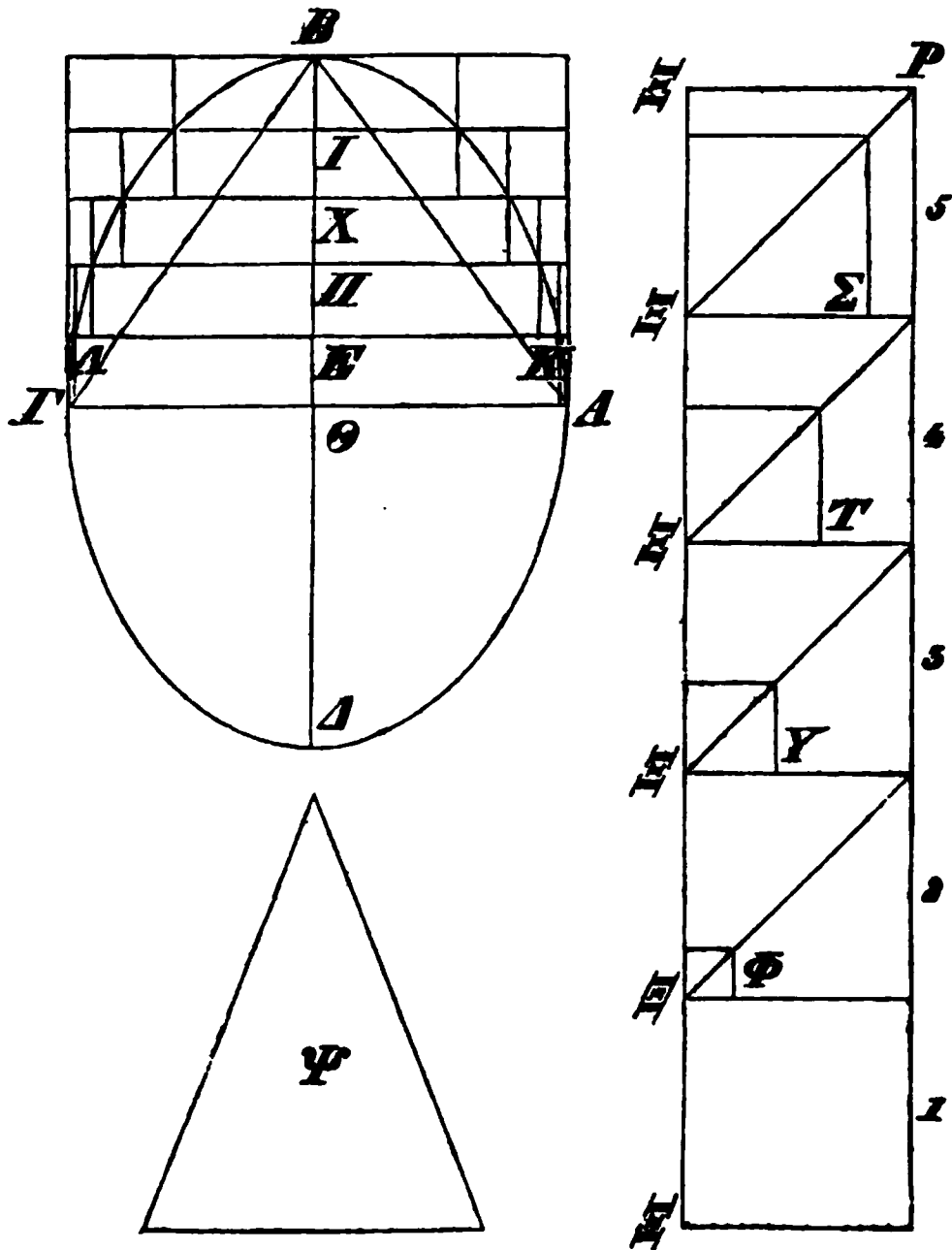
Si sit enim conus aliquis, in quo sit littera Ψ , duplo maior cono basim habenti eandem, quam segmentum, et eundem axem ΘB . dico igitur, dimidiam partem sphaeroidis aequalem esse cono Ψ . iam si dimidia pars sphaeroidis cono Ψ aequalis non est, sit primum, fieri potest, maior. inscribatur igitur segmento,

1) P. 284, 2 sq.: εἰ καὶ τι τῶν σφαιροειδέων σχημάτων ἐπιτεταχθῇ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα, τῶν γεννητῶν τεταχμάτων ἐκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ ἐκείνου ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῇ τεταχμάτι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

11. τε ἀχθαι] scripsi; τεταχθαι F, uulgo.
12. F, uulgo.

24. δῆ] scripsi;

εἰς τὸ τμήμα τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον



ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ
 5 ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μείζον ἐὼν τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἀμίσειος τοῦ σφαιροειδέος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος, ἢ τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 10 ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζον

3. ἔχόντων] εχον τον (comp.) F. Litteram P in figura ad-

sed dimidia pars est sphaeroidis, figura solida, et
 circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem
 habentibus composita, ita ut figura circumscripta
 cedat inscriptam minore spatio, quam quali excedit
 dimidia pars sphaeroidis conum Ψ [prop. 19]. itaque
 etiam figura circumscripta, quae maior est dimidia
 parte sphaeroidis, minore spatio excedit figuram in-
 scriptam, quam quo dimidia pars sphaeroidis conum Ψ
 excedit, adparet, etiam figuram segmento inscriptam,
 sed dimidia pars sphaeroidis est, maiorem esse cono
 . sit igitur cylindrus basim habens circulum circum

di; quadratum 1 addidit Torellius, sed seorsum; ego cum
 teris iunxi. 6. ἀμύσεος] F; ἀμύσεως vulgo. 7. ἐλάσσονι]
 huius; ἐλάσσον F, vulgo. 9. οὖν] delendum? 10. τῷ
 μέτῳ] scripsi; τοῦ ἀμύσεος FCD, τοῦ ἀμύσεως vulgo.

ἔστι τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὲ κύλινδρος βάσιν μὲν
 ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, ἄξονα
 δὲ τὰν $ΒΘ$. ἐπεὶ οὖν οὗτος ὁ κύλινδρος τριπλάσιός
 ἔστι τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμή-
 5 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, ὁ δὲ Ψ κώνος διπλάσιός
 ἔστι τοῦ αὐτοῦ κώνου, δηλόν, ὥς ὁ κύλινδρος ἡμιώ-
 λιος ἔστι τοῦ Ψ κώνου. ἐκβεβλήσθω δὲ τὰ ἐπίπεδα
 τῶν κυλίνδρων πάντων, ἐξ ὧν συγκείται τὸ ἐγγεγραμ-
 μένον σχῆμα, ἔστω ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου
 10 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα
 τὸν αὐτόν. ἔσσεῖται δὲ ὁ ὅλος κύλινδρος διαιρημένος
 εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει ἴσους τοῖς κυλίνδροις
 τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ μεγέθει
 ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ἔστων οὖν γραμμαὶ καὶ
 15 μέναι, ἐφ' ἧν τὰ Ξ , τῷ πλήθει ἴσαι τοῖς τμημάτεσσι
 τοῖς τῆς $ΒΘ$ εὐθείας, τῷ δὲ μεγέθει ἴσα ἐκάστα τῇ
 $ΒΘ$, καὶ ἀπὸ ἐκάστας τετράγωνον ἀναγεγράφθω. ἀφα-
 ρήσθω δὲ ἀπὸ μὲν τοῦ ἐσχάτου τετραγώνου γνώμων
 πλάτος ἔχων ἴσον τῇ $ΒΙ$. ἔσσεῖται δὲ οὗτος ἴσος τῷ
 20 περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν $ΒΙ$, $ΙΔ$. ἀπὸ δὲ τοῦ παρ'
 αὐτῷ τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων
 διπλάσιον τῆς $ΒΙ$. ἔσσεῖται δὲ οὗτος ἴσος τῷ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τῶν $ΒΧ$, $ΧΔ$. καὶ αἰὲ ἀπὸ τοῦ ἐχομένου
 τετραγώνου γνώμων ἀφαιρήσθω, οὗ πλάτος ἐνὶ τμή-
 25 ματι μείζον τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ ἀφαιρημένου
 γνώμονος. ἔσσεῖται δὲ ἕκαστος αὐτῶν ἴσος τῷ περι-

1. βάσιν] scripsi; ὁ βασιν F, vulgo. 9. ἔστω] ἔσσεῖται F,
 corr. Torellius. 11. διαιρημένος] scripsi; διαιρουμένος F
 vulgo. 14. ἔστων] scripsi; ἔστω δὲ F; ἔστωσαν δὲ Nizsius
 cum BD. 15. ἴσα F; corr. Torellius. τμημασι F, vulgo.
 τμήμασι Torellius. 19. ἴσαν] scripsi; ἴσαν F, vulgo. δὲ
 Nizsius; δε F, vulgo. 21. τετραγῶνων F. 22. τῷ] τῷ F

Nam AT descriptum, axem autem $B\Theta$. iam hic cylindrus triplo maior est cono basim eandem, quam segmentum, et eundem axem [XII, 10; cfr. supra prop. 10], sed conus Ψ maior eodem cono, adparet, cylindrum dimidia maiorem esse cono Ψ . producantur igitur plana cylindrorum, ex quibus composita est figura, usque ad superficiem cylindri basim habentis quam segmentum, et eundem axem. totus cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae, magnitudine maximo eorum aequales. ponantur igitur lineae, in quibus sint litterae E , numero partibus $B\Theta$ aequales, magnitudine autem singulae aequales $B\Theta$, et in singulis quadratum construatur. ab igitur ab ultimo quadrato gnomon latitudinem lineae BI aequalem. is igitur aequalis erit $X\Delta$.¹⁾ a quadrato autem ei proximo auferatur latitudinem habens $2BI$. is igitur aequalis $X \times X\Delta$. et semper deinceps a quadrato se auferatur gnomon, cuius latitudo una parte $B\Theta$] maior est latitudine gnomonis ante ablati. usque igitur eorum aequalis erit spatio partibus

Nam cum $B\Delta$ in partes aequales (in Θ) et in inaequales diuisa sit, erit (Eucl. II, 5): $BI \times I\Delta + I\Theta^2 = B\Theta^2$, $\Theta^2 - I\Theta^2 = BI \times I\Delta$, sed $B\Theta^2 - I\Theta^2$ ipse gnomon eodem modo ceteri gnomones inueniuntur.

$\muένου$] $\varepsilon\pi\omicron\muένου$ Torellius. 24. $\omicron\upsilon$] addidi; om. F, $\varepsilon\upsilon\lambda$] scripsi; $\mu\epsilon\nu \eta$ FCD; $\mu\epsilon\nu \iota\sigma\omicron\nu$ AB, ed. Basil; $\varepsilon\nu\iota$ Commandinus, Torellius. 25. $\pi\rho\acute{o}$] C, Torellius; $\varepsilon\upsilon\lambda$ D; $\pi\rho\acute{\omega}\tau\omicron\nu$ AB, ed. Basil.

εχομένῳ ὑπὸ τῶν τᾶς $ΒΔ$ τμαμάτων, ὧν τὸ ἕτερον
 τμαμα ἴσον ἐστὶ τῷ πλάτει τοῦ γινώμονος. ἴσσεύεται
 δὴ καὶ [ἀπὸ] τοῦ τετραγώνου τοῦ δευτέρου τὸ λοιπὸν
 τετράγωνον τὰν πλευρὰν ἔχον ἴσαν τᾷ $ΘΕ$. ὁ δὲ
 5 κύλινδρος ὁ πρῶτος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων
 ἄξονα τὰν $ΘΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν πρῶτον τῶν
 ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχοντα ἄξονα
 τὰν $ΘΕ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν τὸ τετράγωνον τὸ
 ἀπὸ τᾶς $ΑΘ$ ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς $ΚΕ$.
 10 ὥστε καὶ ὅν τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΘ$, $ΘΔ$ περιεχόμενον ποτὶ
 τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $ΕΔ$ περιεχόμενον. ἔχει οὖν ὁ κύλιν-
 δρος ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν αὐτὸν λόγον, ὅν τὸ
 πρῶτον τετράγωνον ποτὶ τὸν γινώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ
 δευτέρου τετραγώνου ἀφαιρημένον. ὁμοίως δὲ καὶ
 15 τῶν ἄλλων κυλίνδρων ἕκαστος ἄξονα ἔχόντων ἴσον
 τᾷ $ΘΕ$ ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ
 σχήματι καὶ ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν
 λόγον, ὅν τὸ τετράγωνον τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ
 ποτὶ τὸν γινώμονα τὸν ἀπὸ τοῦ ἐπομένου αὐτῷ τε-
 20 τραγώνου ἀφαιρημένον. ἐντὶ δὴ τινα μεγέθη, οἱ
 κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ, καὶ ἄλλα, τὰ τε-
 τράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν $ΞΞ$, ἴσα τῷ πλήθει τοῖς κυλίν-
 δροις καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντα. λεγόνται
 δὲ οἱ κυλίνδροι ποτ' ἄλλα μεγέθη, τοὺς κυλίνδρους
 25 τοὺς ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδέ
 ποθ' ἐν λέγεται, καὶ τὰ τετράγωνα ποτ' ἄλλα μεγέθη,
 τοὺς ἀπὸ τῶν τετραγώνων ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα
 ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἔσχατον τετράγωνον οὐδέ
 ποθ' ἐν λέγεται. πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ

3. ἀπό] deleo 4. τᾷ] ταν F; corr. Torellius. δε δε
 Torellius. 7. εχοντι F, corr. B. 10. ΒΘ] ΒΔ F; corr. τῷ

lineae $B\Delta$ comprehenso, quarum altera latitudini gnomonis aequalis sit. quadrati igitur secundi quod relinquitur, quadratum erit latus habens lineae ΘE aequale. cylindrus autem primus totius cylindri axem habens ΘE ad primum cylindrum figurae inscriptae eundem habentem axem ΘE eandem habet rationem, quam

$$A\Theta^2 : KE^2 \text{ [Eucl. XII, 11; XII, 2];}$$

quare etiam, quam $B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$.¹⁾ itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum quadratum ad gnomonem a secundo quadrato ablatum. et eodem modo etiam ceterorum cylindrorum axem habentium lineae ΘE aequalem unusquisque ad cylindrum figurae inscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam quadratum eodem loco positum ad gnomonem a quadrato proxime sequenti ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, quadrata linearum \mathcal{E}, \mathcal{E} , numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportionem. cylindri autem cum aliis magnitudinibus, cylindris figurae inscriptae, in proportionem sunt, ultimus autem in nulla proportionem [p. 425 not. 1], et quadrata cum aliis magnitudinibus, [gnomonibus] a quadratis ablati, respondentia in iisdem proportionibus, ultimum autem quadratum in nulla proportionem. omnes igitur cylindri totius cy-

1) Apollon. I, 21; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 48 nr. 5.

Basil.* 11. τὸ ὑπὶ] om. F; corr. B*. 12. κύλινδρον] κυλινδρον F; corr. ed. Basil. 15. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, vulgo; τὰν ἴσαν? 18. τὸ ὁμοίως] scripsi; τό om. F, vulgo. 21. ὅλῳ] om. F; corr. Torellius. ἀλλὰ, τὰ] scripsi; τα om. F, vulgo. 26. ποθ' εἶν] scripsi; ποθεν F, vulgo, ut lin. 29. 27. τοὺς] τοὺς γινώμονας τοὺς Nizzius.

ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους κυλίνδρους
 τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα
 ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρεμένους ἀπ'
 αὐτῶν. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ
 5 τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον
 σχῆμα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν πάντα τὰ τετράγωνα
 ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας τοὺς ἀφαιρεμένους ἀπ'
 αὐτῶν. τὰ δὲ τετράγωνα πάντων τῶν γνωμόνων τῶν
 ἀφαιρεμένων ἀπ' αὐτῶν μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια. ἐπὶ
 10 γὰρ τινες γραμμαὶ κειμέναι αἱ ΞP , $\Xi \Sigma$, ΞT , $\Xi \Gamma$, $\Xi \Phi$
 τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἂ ἐλαχίστα ἴσα τῷ
 ὑπεροχᾷ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαί, ἐφ' ἧν τὰ δύο
 Ξ , Ξ , τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει
 ἐκάστα ἴσα τῷ μεγίστῳ. τὰ οὖν τετράγωνα τὰ ἀπὸ
 15 πασῶν, ἧν ἐστὶν ἐκάστα ἴσα τῷ μεγίστῳ, πάντων μὲν
 τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερ-
 εχουσῶν ἐλάσσονά ἐντι ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν
 χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μεγίστης μείζονα ἢ τριπλασίονα.
 τοῦτο γὰρ ἐν τοῖς περὶ τῶν ἐλίκων ἐκδεδομένοις δε-
 20 δείκται. ἐπεὶ δὲ πάντα τὰ τετράγωνα ἐλάσσονά ἐντι
 ἢ τριπλάσια τῶν ἑτέρων τετραγώνων, ἃ ἐντι ἀφαιρη-
 μένα ἀπ' αὐτῶν, δῆλον, ὅτι τῶν λοιπῶν μείζονά ἐντι
 ἢ ἡμιόλια. τῶν οὖν γνωμόνων μείζονά ἐντι ἢ ἡμιόλια.
 ὥστε καὶ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ
 25 τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος

3. ἀφαιρεμένους] scripsi; αφαιρομενους F, vulgo; αφαι-
 ρομενους ed. Basil., Torellius; sic etiam lin. 7. 9. ξ] om F
 10. $\Xi \Phi$] $\Xi \Phi$, $\Xi \Psi$, $\Xi \Omega$ F; corr ed. Basil. 14. τᾷ] τῷ F; c. ut
 Torellius. 15. ἧν] scripsi; ἂ F, vulgo. μὲν τῶν] scripsi
 τῶν om. F, vulgo. 16. τῶν τῷ ἴσῳ] scripsi; των ισων F
 vulgo; τῶν ἴσῳ Torellius. 18. μείζον F; corr. Torellius
 τριπλασίονα] uel τριπλάσια scripsi; τριπλασιον F, vulgo 21

lindri ad omnes ceteros cylindros eandem rationem habebunt, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram inscriptam eandem habet rationem, quam omnia quadrata ad omnes gnomones ab iis ablatos. sed [omnia] quadrata illa maiora sunt quam dimidia parte maiora omnibus gnomonibus ab iis ablati. sunt enim lineae quaedam positae, ΞP , $\Xi \Sigma$, ΞT , $\Xi \Gamma$, $\Xi \Phi$, aequali differentia inter se excedentes, et minima differentiae aequalis est.¹⁾ sed etiam aliae quaedam lineae sunt, in quibus sunt duae litterae $\Xi \Xi$, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae. quadrata igitur omnium linearum, quarum quaeque maximae [illarum] aequalis est, omnibus quadratis linearum inter se aequali differentia excedentium minora sunt quam triplo maiora, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora quam triplo maiora. hoc enim in libro de helicibus edito demonstratum est [prop. 10 coroll.]. quoniam autem omnia quadrata minora sunt quam triplo maiora alteris quadratis, quae ab iis ablata sunt, adparet, reliquiis maiora ea esse quam dimidia parte maiora. gnomonibus igitur maiora sunt quam dimidia parte maiora. quare etiam cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem maior est quam dimidia parte maior figura in-

1) Sunt enim $5BI$, $4BI$, $3BI$, $2BI$, BI .

$\tauριπλάσια$] διπλασια F; corr. ed. Basil.* 22. $μειζονα$] $να$ post lacunam F; corr. ed. Basil. 23. $ημισλιω$ (alt. loco) F; corr. Torellius. 24. $βασιν μεν$ F, ulgo; $μεν$ deleui. 25. $μειζον$ F. $η ημισλιος$] $ημισεος$ F; corr. ed. Basil., Cr.

τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ
 Ψ κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 μείζον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶ μείζον
 τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. οὐδὲ
 5 τοίνυν ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον.
 πάλιν δὴ ἐγγεγράψθω εἰς τὸ ἀμίσειον τοῦ σφαιρο-
 ειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράψθω ἐκ κυ-
 λίνδρων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ
 περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι.
 10 ἢ ὧ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος τοῦ ἡμίσειος τοῦ σφαιρο-
 ειδέος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευ-
 ἀσθαι. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ ἐγγραφέν σχῆμα τοῦ
 τμήματος, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ περιγραφέν σχῆμα ἔλασ-
 σόν ἐστι τοῦ Ψ κώνου. πάλιν δὴ ὁ πρῶτος κύλιν-
 15 δρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΘΕ
 ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΘΕ τὸν αὐτὸν
 ἔχει λόγον, ὅν τὸ πρῶτον τετράγωνον ποτ' αὐτό. ὁ
 δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ
 20 ἔχων ἄξονα τὰν ΕΠ ποτὶ τὸν δεύτερον κύλινδρον
 τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα
 τὰν ΕΠ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν τὸ δεύτερον τε-
 τράγωνον ποτὶ τὸν γινώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρε-
 μένον. καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων ἕκαστος τῶν ἐν
 25 τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχόντων τὰν ἴσαν τὰ ΘΕ
 ποτὶ τὸν κύλινδρον τὸν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχή-
 ματι κατ' αὐτὸν ἔοντα καὶ ἄξονα ἔχοντα τὸν αὐτὸν

4. ἀμίσειον Torellius. 5. ἔλασσον] priore loco ἐλασσων F
 6. ἀμίσειον] αμισθον F; corr. BC*. 10. ὧ] addidi; om.
 F, vulgo. ἀμίσειος Torellius. 18. ποτ' αὐτό] scripsi; ποτ'
 αὐτό vulgo; de neglecta aspiratione cfr. Quaest. Arch p 93.
 21. τῶν] scripsi; τον F, vulgo 22. δεύτερον] Torellius; β F.

inscripta; quod fieri non potest. nam dimidia parte maior est cono Ψ , et demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ . sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur in dimidia sphaeroidis parte inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris altitudinem aequalem habentibus composita, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quo conus Ψ dimidiam sphaeroidis partem excedit, et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens ΘE ad primum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem ΘE eandem rationem habet, quam primum quadratum ad se ipsum.¹⁾ secundus autem cylindrus totius cylindri axem habens $E \Pi$ ad secundum cylindrum figurae circumscriptae axem habentem $E \Pi$ eandem rationem habet, quam secundum quadratum ad gnomonem ab eo ablatum. et ceterorum etiam cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto cylindro sunt axem habentes lineam lineae ΘE aequalem, ad cylindrum in figura circumscripta eodem loco positum et axem eundem habentem eam rationem habet, quam

1) Utraque enim utrisque aequalia sunt.

uulgo. 25. $\tau\acute{\alpha}\nu$] addidi; om. F, uulgo. 26. $\epsilon\gamma\gamma\epsilon\gamma\gamma\alpha\mu\mu\epsilon\nu\omega$
 F; corr. Torellius. 27. $\kappa\alpha\iota \acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha$] scripsi; om. F,
 uulgo; $\kappa\alpha\iota \acute{\epsilon}\chi\omicron\nu\tau\alpha \acute{\alpha}\xi\omicron\nu\alpha$ Torellius.

τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὅν τὸ ὁμοίως τεταγμένον αὐτῷ
 τετράγωνον ποτὶ τὸν γινώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρη-
 μένον. καὶ πάντες οὖν οἱ κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ
 κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ
 5 περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἐξοῦντι λόγον, ὅν
 πάντα τὰ τετράγωνα ποτὶ τὸ ἴσον τῷ πρώτῳ τετρα-
 γώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τε-
 τραγώνων ἀφαιρημένοις. καὶ τὰ τετράγωνα πάντα
 ἐλάσσονά ἐντι ἢ ἡμιόλια τοῦ ἴσου τῷ τε πρώτῳ τε-
 10 τραγώνῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν
 ἀφαιρημένοις, διότι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τῶν τῷ
 ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστης
 τετραγώνου μείζονά ἐντι ἢ τριπλάσια. ὁ ἄρα κύλιν-
 δρος ὁ βάσιν [μὲν] ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ
 15 ἄξονα τὸν αὐτὸν ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιός ἐστι τοῦ περι-
 γεγραμμένου σχήματος ὅπερ ἀδύνατον. τοῦ γὰρ Ψ
 κώνου ἡμιόλιός ἐστι, τὸ δὲ περιγεγραμμένον σχῆμα
 ἔλαττον ἐδείχθη τοῦ Ψ κώνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασ-
 σον τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ
 20 δὲ οὔτε μείζον ἐστὶν οὐδὲ ἔλασσον, ἴσον ἄρα ἐστὶν

κη'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῶ ποτὶ
 τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρου τμαθῇ, ὁμοίως
 τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἐσσεύεται τοῖ
 25 ἀποτμήματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

1. τὸν λόγον] scripsi; τὸν om F, vulgo. ὅν τὸ] Nizzius
 om. F, vulgo. τεταγμένον] Nizzius; τεταγμένῳ F, vulgo
 2. τετράγωνον] Torellius; τετραγώνῳ F, vulgo. videndum
 tamen, ne ferri possit: τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τῷ ὁμοίως τε-
 ταγμένῳ . . τετραγώνῳ. 10. γνωμονεσιν F. 11. τῶν] τῶν F
 corr. Torellius. 12. χωρὶς] χωρ cum comp. ης F. 14. μὲν

quadratum eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum.¹⁾ itaque etiam omnes cylindri totius cylindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae eandem habebunt rationem, quam omnia quadrata ad spatium aequale quadrato primo simul cum gnomonibus a reliquis quadratis ablatiis [prop. 1]. et quadrata omnia minora sunt quam dimidia parte maiora spatio aequali primo quadrato simul cum gnomonibus a reliquis ablatiis, quia quadratis linearum aequali differentia inter se excedentium praeter quadratum maximae maiora sunt quam triplo maiora. quare cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem minor est quam dimidia parte maior figura circumscripta; quod fieri non potest. cono enim Ψ dimidia parte maior est, sed demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . itaque dimidia pars sphaeroidis cono Ψ minor non est. quoniam igitur neque maior est neque minor, aequalis est.

XXVIII

Sed etiam si sphaeroides plano ad axem non perpendiculari per centrum secatur, item dimidia pars sphaeroidis duplo maior erit segmento coni basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem.²⁾

1) Sint C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 cylindri circumscripti, c_1, c_2, c_3, c_4 inscripti, K partes totius cylindri, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 quadrata, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 gnomones. demonstratum est (p. 446, 6 sq.): $K:c_1 = Q_2:g_1, K:c_2 = Q_3:g_2, K:c_3 = Q_4:g_3, K:c_4 = Q_5:g_4$ (nam $Q_1 = Q_2$ etc.); sed $c_1 = C_2, c_2 = C_3, c_3 = C_4, c_4 = C_5$.

2) P. 284, 19: *εἰ καὶ τῶν σφαίροειδῶν τι ἐκκεῖθεν τραπεζί*

daleo. 19. τὸ ἡμέτερον] scripsi; τοῦ ἡμέτερου F, vulgo; τὸ ἡμέτερον Torellius. 20. δὲ] addidi; om. F, vulgo. μέγεθος F. οὐδέ] F; οὐτε vulgo. 21. 1' Torellius; om. F. 25. σφαίροειδῶς F; corr. Torellius.

τετράσθω γὰρ σχῆμα σφαιροειδές· τμαθέντος δὲ
 αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ τὸ
 τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἡ
 ΑΒΓΔ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, κέντρον δὲ αὐτᾶς τὸ
 5 Θ, τοῦ δὲ τετρακότος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἔστω ἡ ΑΓ
 εὐθεῖα. ἑσσεῖται δὴ αὐτὰ διὰ τοῦ Θ ἀγομένα, ἐπεὶ
 τὸ ἐπίπεδον ὑπέκειτο διὰ τοῦ κέντρον ἄχθαι. ἑσσεῖται
 οὖν τις ὀξυγωνίου κώνου τομὰ περὶ διάμετρον τὴν
 ΑΓ, ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον τὸ ἀποτέμνον ὑπέκειτο οὐ ποτ'
 10 ὀρθὰς εἶμεν τῷ ἄξονι ἄγμένον. ἄχθων δὴ τινες αἱ
 ΚΔ, ΜΝ παρὰ τὰν ΑΓ ἐπιφανούσαι τᾶς τοῦ ὀξυ-
 γωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὰ Β, Δ, ἀπὸ δὲ τὰν ΚΔ,
 ΜΝ ἐπίπεδα ἀνεστακέτω παράλληλα τῷ κατὰ τὰν ΑΓ.
 ἐπιψάνοντι δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ Β, Δ,
 15 καὶ ἡ ΒΔ ἐπιζευχθεῖσα πεσεῖται διὰ τοῦ Θ, καὶ ἑσ-
 σούνται τῶν τμαμάτων κορυφαὶ μὲν τὰ Β, Δ σαμεῖα,
 ἀξόνες δὲ αἱ ΒΘ, ΘΔ. δυνατόν δὴ ἔστιν κύλινδρον
 εὑρεῖν ἄξονα ἔχοντα τὰν ΒΘ, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ
 ἑσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἡ περὶ διάμετρον
 20 τὰν ΑΓ. εὐρεθέντος δὲ ἑσσεῖται τις κυλίνδρου τόμος
 τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. πάλιν δὴ καὶ κώνον εὑρεῖν
 δυνατόν ἔστι κορυφὰν ἔχοντα τὸ Β σαμεῖον, οὗ ἐν
 τᾷ ἐπιφανείᾳ ἑσσεῖται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ

1. σχῆμα] τμήμα F; corr. ed. Basil.* 2. αξωνος F. 6.
 δὴ] δ' F; corr. Torellius. ἐπεὶ] ἐπὶ F. 7. ἄχθαι] τε-
 ταχθαι Torellius. 10. ἄχθων] scripsi cum C; αχθων F, vulgo.
 ἄχθωσαν Nizzius cum VBD. 11. ἐπιψανούσαι FBC*. 13.
 τῷ] το F; corr. Torellius. 14. ἐπιψανοντι F. δὴ] scripsi; δε
 F, vulgo. κατὰ τὰ Β, Δ] om. F; corr. Torellius. 15. καὶ
 ἡ ΒΔ] scripsi; καὶ τὰ Β, Δ F, vulgo. διὰ] δε δια F; corr.
 Torellius. 17. ΘΔ] ΘΑ FBC*. δὴ ἔστιν] scripsi; δε ἔστιν
 F, vulgo 18. εὐρ cum comp. ἦν uel ἐν F, ut lin. 22. 20.

secetur enim figura sphaeroides. secta autem ea alio plano per axem posito ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ coni acutianguli sectio [prop. 11, c], centrum autem eius punctum Θ , plani autem figuram secantis sectio sit linea $A\Gamma$. ea igitur per Θ ducta erit, quoniam suppositum est, planum per centrum ductum esse. erit igitur coni acutianguli sectio quaedam circum diametrum $A\Gamma$ descripta, quoniam suppositum est, planum secans ad axem non perpendicularare ductum esse [prop. 14]. ducantur igitur lineae $K\Delta$, MN lineae $A\Gamma$ parallelae sectionem coni acutianguli contingentes in punctis B , Δ , et in lineis $K\Delta$, MN erigantur plana plano in linea $A\Gamma$ posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis B , Δ contingunt [prop. 16, b], et ducta linea $B\Delta$ per Θ punctum cadet [prop. 16, c], et uertices segmentorum erunt puncta B , Δ [p. 282, 12], axes autem $B\Theta$, $\Theta\Delta$ [p. 282, 13]. potest igitur fieri, ut inueniatur cylindrus axem habens $B\Theta$, in cuius superficie sit coni acutianguli sectio circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 9]. eo autem inuento erit frustum quoddam cylindri eandem basim habens, quam dimidia pars sphaeroidis, et eundem axem. rursus igitur fieri potest, ut inueniatur conus uerticem habens punctum B , in cuius superficie sit coni acutianguli sectio in

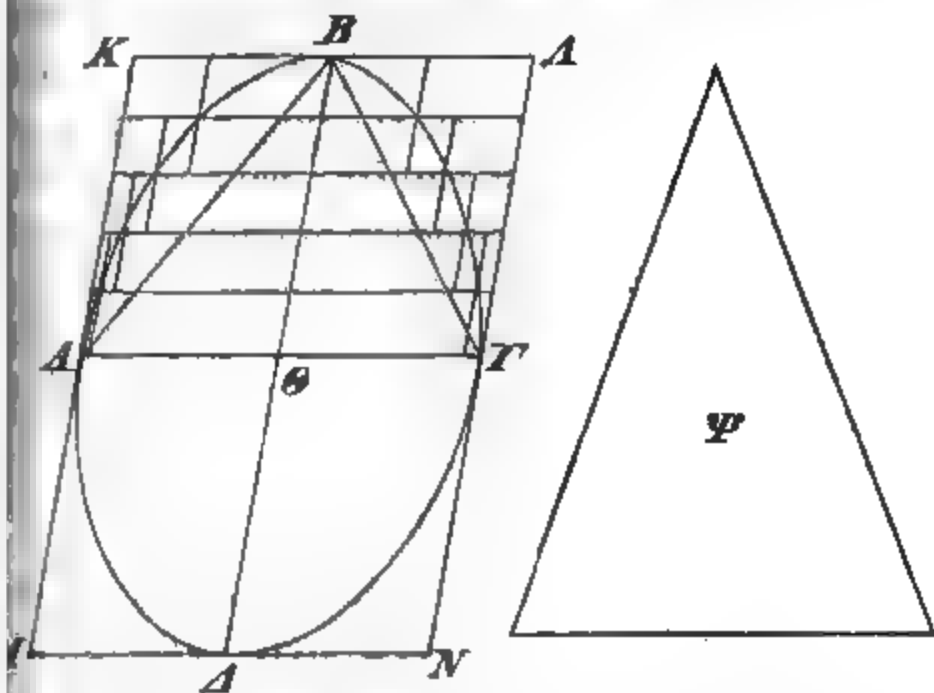
διὰ τοῦ κέντρου μὴ ὀρθῶς ποτὶ τὸν ἄξονα τῶν γεναμένων τμαμάτων ἐκάτερον διπλάσιον ἐσσεῖται τοῦ σχήματος τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. γίνεται δὲ τὸ σχῆμα ἀπότμαμα κώνου.

κυλινδρ supra scripta littera o F; κύλινδρος CD. 21. τῷ ἡμισέῳ] scripsi; του ημισους F, uulgo*; τοῦ ἀμύσεος Torellius.

ἃ ἀπὸ διαμέτρου τᾶς $ΑΓ$. εὐρεθέντος δὲ ἴσσειται τι
 ἀποτέλεσμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. λέγω δὴ, ὅτι τοῦ σφαιροειδέος
 τὸ ἡμίσειον διπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου τούτου. ἔστω
 5 δὴ ὁ Ψ κώνος διπλάσιος τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου.
 εἰ οὖν μὴ ἐστὶν ἴσον τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος
 τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, μείζον. ἐν-
 ἐγράψα δὴ τι εἰς τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα
 στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρου τόμων
 10 ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν
 σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ
 ὑπερέχει τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου.
 ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησέται τὸ ἐγγεγραμμένον
 σχῆμα ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζον εἶναι τοῦ
 15 Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ

1. τι] scripsi; το F, unigo. 2. αποτμημα F, ut lin. 6;
 corr. Torellius. κώνον] om. F; corr. Torellius. 4. ἡμίσειον
 Torellius, ut lin. 6. τοῦ ἀποτμήματος τοῦ κώνου Nizzius.
 7. ἐνέγραψα] scripsi cum VABD; ἐνεγράψω F; ἐγγεγράφθω
 ed. Basil., Torellius. 8. ἡμίσειον Torellius. 9. περιγεγράφθω
 ed. Basil., Torellius. 14. ἡμισέῳ Torellius. 15. τόμος τοῦ
 κυλίνδρου Commandinus, Torellius.

metro AT descripta.¹⁾ eo autem inuento erit segmentum quoddam conici eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem. dico igitur dimidiam sphaeroidis partem duplo maiorem esse cono. sit igitur conus Ψ duplo maior segmento θ . itaque si dimidia pars sphaeroidis cono Ψ equalis non est, sit primum, si fieri potest, maior. scripsi igitur dimidia parti sphaeroidis figuram solidam, et aliam circumscripsi, ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut area circumscripta excedat inscriptam spatio minore,



quam quali excedit dimidia pars sphaeroidis conum [prop. 20]. itaque eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram dimidia parti sphaeroidis inscriptam maiorem esse cono Ψ , et frustum basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem

¹⁾ Ex prop. 6; nam linea $B\theta$ perpendicularis non est.

τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ μὲν Ψ κώνου
 ἡμιόλιος ἐὼν, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐν τῷ
 ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος μείζων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ
 ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροει-
 5 δέος τοῦ Ψ κώνου. εἰ δὲ ἐλασσὸν ἐστὶ τὸ ἡμίσειον
 τοῦ σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου, ἐγγεγράφθω εἰς τὸ
 ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο
 περιγεγράφθω ἐκ κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἐχόν-
 των συγκεείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν τοῦ ἐγγραφέν-
 10 τος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλλίᾳ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος
 τοῦ ἡμίσεος τοῦ σφαιροειδέος. πάλιν οὖν ὁμοίως τοῖς
 πρότερον δειχθησέται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλασ-
 σον εἶναι τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ
 βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τοῦ
 15 αὐτοῦ τοῦ μὲν Ψ κώνου ἡμιόλιος ἐὼν, τοῦ δὲ περι-
 γεγραμμένου σχήματος ἐλάσσων ἢ ἡμιόλιος· ὅπερ ἀδύ-
 νατον. οὐκ ἐσσεύεται οὖν οὐδὲ ἐλασσὸν τὸ ἡμισυ τοῦ
 σφαιροειδέος τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζον ἐστὶν
 οὐδὲ ἐλασσὸν, ἴσον ἐστὶ. φανερὸν οὖν ἐστίν, ὃ ἐδεῖ
 20 δεῖξαι.

καθ'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέν-
 τος μὴ διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα· τὸ
 ἐλαττον τμήμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα
 25 τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον
 ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂ ἴσα συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισείᾳ

2. τῷ ἡμισέῳ] acrispi; ημισεως F, vulgo; ἡμισέῳ B, ἡμι-
 σέῳ Torellius. 4. ἄρα μείζον] acrispi; ἐστὶ οὖν F, vulgo.
 ἐστὶ οὖν μείζον Commandinus, Torellius. ἡμίσειον Torellius.
 5. εἰ δὲ ἐλασσὸν ἐστὶ τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦ
 Ψ κώνου] acrispi; om. F, vulgo; εἰ δὲ ἐλασσὸν ἐστὶν Commandinus.

dimidia parte maius esse cono Ψ , maius autem quam dimidia parte maius figura dimidia parti sphaeroidis inscripta; quod fieri non potest. itaque dimidia pars sphaeroidis maior non est cono Ψ . sin minor est dimidia pars sphaeroidis cono Ψ , inscribatur dimidia parti sphaeroidis figura solida, et alia circumscribatur ex frustis cylindrorum altitudinem aequalem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali excedit conus Ψ dimidiam partem sphaeroidis [prop. 20]. rursus igitur eodem modo, quo antea, demonstrabimus, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ , et frustum cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem dimidia parte maius esse cono Ψ , minus autem quam dimidia parte maius figura circumscripta; quod fieri non potest. quare dimidia pars sphaeroidis ne minor quidem erit cono Ψ . quoniam autem neque maior est neque minor, aequalis est. constat igitur, quod démonstrandum erat.

XXIX.

Quavis figura sphaeroide plano secta per centrum non posito, sed ad axem perpendiculari, minus segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et eundem axem eam habet rationem,

diams, Torellius. 6. $\epsilon\gamma\gamma\rho\alpha\varphi\theta\omega$ F. $\epsilon\lambda\varsigma\ \tau\acute{o}\ \eta\mu\acute{\iota}\sigma\epsilon\omicron\nu$
 $\kappa\epsilon\gamma\gamma\epsilon\gamma\rho\acute{\alpha}\varphi\theta\omega$ $\acute{\epsilon}\kappa$ lin. 8 om. F; corr. Commandinus. 8. $\kappa\upsilon\lambda\iota\delta\eta\delta\epsilon\omicron\nu$ Commandinus. 11. $\eta\mu\acute{\iota}\sigma\epsilon\omicron\varsigma$] scripsi; $\eta\mu\acute{\iota}\sigma\omicron\nu\varsigma$ F, vulgo;
 $\acute{\epsilon}\mu\acute{\iota}\sigma\omicron\nu\varsigma$ Torellius. 17. $\tau\acute{o}$] $\tau\omicron\nu$ (comp.) F; corr. BC*. 18.
 $\mu\acute{\iota}\zeta\omicron\nu$ F. 21. $\lambda\acute{\alpha}$ Torellius; om. F. 26. $\tilde{\omicron}\nu$] addidit
Torellius; om. F, vulgo. $\acute{\iota}\sigma\alpha\ \sigma\upsilon\nu\alpha\mu\phi\omicron\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha\iota\varsigma$] scripsi; $\acute{\alpha}\ \sigma\upsilon\nu\alpha\mu\phi\omicron\tau\acute{\epsilon}\rho\alpha$ F, vulgo; $\acute{\alpha}$ om. Torellius. $\tau\epsilon$] om. F; corr. Torellius.
 $\acute{\alpha}\mu\acute{\iota}\sigma\epsilon\alpha$ idem.

τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος
 τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος.

ἔστω γάρ τι τμήμα σφαιροειδέος σχήματος ἀποτε-
 μαμένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ
 5 κέντρου. τραθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ
 ἄξονος τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἡ $ΑΒΓ$ ὀξυγ-
 νίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ τᾶς τομᾶς καὶ ἄξων
 τοῦ σφαιροειδέος ἔστω ἡ BZ , κέντρον δὲ τὸ Θ , τοῦ
 δὲ ἐπιπέδου τοῦ ἀποτεμνόντος τὸ τμήμα τομὰ ἔστω ἡ
 10 $ΑΓ$ εὐθεΐα. ποιήσῃ δὲ αὐτὰ ὀρθὰς γωνίας ποτὶ τὰν
 BZ , ἐπεὶ τὸ ἐπίπεδον ὀρθὸν εἴμεν ποτὶ τὸν ἄξονα
 ὑπέκειτο. ἔστω δὲ τὸ τμήμα τὸ ἀποτετμαμένον, οὐ
 κορυφαὶ τὸ B σαμεῖον, ἔλασσον ἢ ἀμίσειον τοῦ σφαι-
 ροειδέος σχήματος, καὶ τᾶ $B\Theta$ ἴσα ἔστω ἡ ZH . δεικ-
 15 τέον, ὅτι τὸ τμήμα, οὐ κορυφαὶ τὸ B σαμεῖον, ποτὶ
 τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι
 καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ
 ΔH ποτὶ τὰν ΔZ .

ἔστω δὴ κύλινδρος τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ
 20 ἐλάσσονι τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἔστω δὲ καὶ
 κώνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα
 τὰν αὐτὰν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ΔH
 ποτὶ τὰν ΔZ . φανὲ δὴ τὸν Ψ κώνον ἴσον εἶμεν
 τῷ τμήματι τῷ κορυφαὶ ἔχοντι τὸ B σαμεῖον. εἰ γὰρ
 25 μὴ ἔστιν ἴσος, ἔστω πρῶτον, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων.

1. τῷ ἄξονι] scripsi; ὁ ἄξων F, vulgo. 3. σχήματος,
 τμήματος F; corr. ed. Basil. ἀποτετμημένον F, ut lin. 12;
 corr. Torellius 9. τμήμα] τ supra manu 1 F. 11. εἶναι
 per comp. F; corr. Torellius. 13. ἀμίσειον] scripsi; ἀμισέον
 F, vulgo. σφαιροειδέος F. 14. ἡ ZH] τοῦ ΔZH F; corr.
 B * 18. τὰν] τὰ F; corr. AB. 19. δὴ] scripsi, δὲ F,
 vulgo. 21. τό] τῷ F. 22. αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν
 αὐτόν Nizzius, fortasse recte.

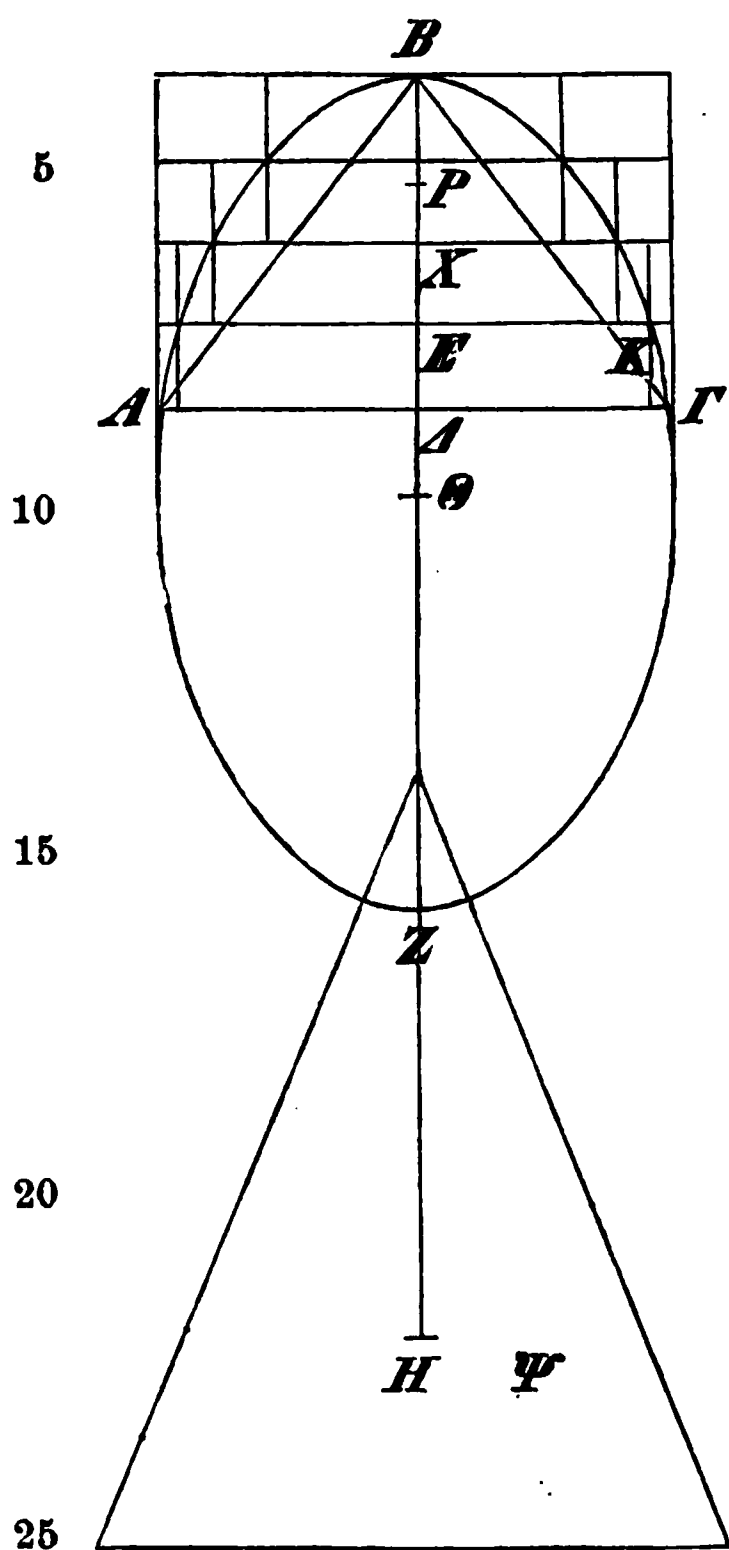
am linea utrique aequalis, et dimidio axi sphae-
dis et axi segmenti maioris, ad axem segmenti
ioris.¹⁾

sit enim segmentum aliquod figurae sphaeroidis
no ad axem perpendiculari non per centrum abs-
am. secto autem eo alio plano per axem posito
rae sectio sit ABF coni acutianguli sectio [prop.
, c], diametrus autem sectionis et axis sphaeroidis
linea BZ , centrum autem Θ ; plani autem segmen-
ta abscindentis sectio sit linea AF . ea igitur cum
rectos angulos faciet, quoniam suppositum est,
num ad axem perpendicularare esse [Eucl. XI, 18;
def. 4]. sit autem segmentum abscisum, cuius ver-
tex sit B punctum, minus quam dimidium sphaeroidis,
sit $ZH = B\Theta$. demonstrandum, segmentum, cuius
vertex sit B , ad conum eandem basim habentem,
eam segmentum, et eundem axem eam habere ratio-
nem, quam $\Delta H : \Delta Z$.

sit igitur cylindrus eandem basim habens, quam
segmentum minus, et eundem axem. sit autem etiam
conus, in quo sit littera Ψ , ad conum eandem basim
habentem [quam segmentum, et eundem axem] eam
habens rationem, quam $\Delta H : \Delta Z$. dico igitur, conum
aequalem esse segmento uerticem habenti punctum
nam si aequalis non est, sit primum, si fieri potest,
minor. inscripsi igitur segmento figuram solidam, et

1) P. 284, 6: εἰ δὲ καὶ ὀρθῶς μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπι-
θετῷ τραπὴ, μὴ διὰ τοῦ κέντρου δὲ, τῶν γεναμένων τραμάτων
μὲν μείζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν
ἴσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦ-
το ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἂν συναμφοτέραις ἴσα τὰ τε ἡμισέα τῆς
θείας, ἃ ἔστιν ἄξων τοῦ σφαιροειδούς κτλ., ut lin. 1—2.

ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μείζον ἐστὶ τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μείζον ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμᾶματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι μείζον ἐστὶ καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς $B\Delta$ ἢ BP . ἐπεὶ οὖν ἂ μὲν BH τριπλασία ἐστὶν τᾶς $B\Theta$, ἂ δὲ $B\Delta$ τᾶς BP , δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστὶν ἂ ΔH τᾶς ΘP . ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ ΔH ποτὶ τὰν ΘP . ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἂ ΔZ ποτὶ τὰν ΔH . ἔξει οὖν ἀνομοίως τῶν λό-

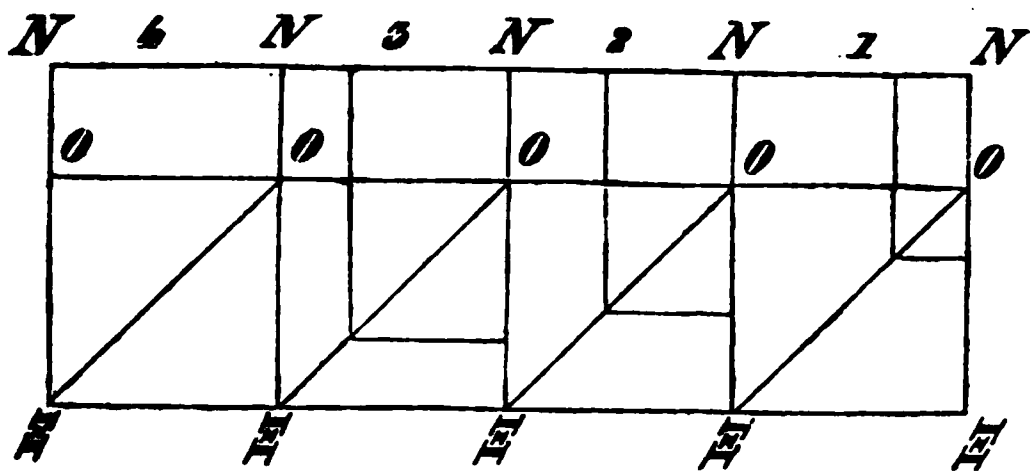


μενον, ὥστε τὸ περιγραφέν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μείζον ἐστὶ τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου. ἐπεὶ οὖν μείζον ἐστὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ τμᾶματος ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ ἐγγεγραμμένου, ἢ τὸ τμᾶμα τοῦ κώνου, δῆλον, ὅτι μείζον ἐστὶ καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κώνου. ἔστω δὴ τρίτον μέρος τᾶς $B\Delta$ ἢ BP . ἐπεὶ οὖν ἂ μὲν BH τριπλασία ἐστὶν τᾶς $B\Theta$, ἂ δὲ $B\Delta$ τᾶς BP , δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστὶν ἂ ΔH τᾶς ΘP . ἔχει δὴ ὁ μὲν κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν $B\Delta$ ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα

τὰν αὐτὰν καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἂ ΔH ποτὶ τὰν ΘP . ὁ δὲ κῶνος ὁ εἰρημένος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἂ ΔZ ποτὶ τὰν ΔH . ἔξει οὖν ἀνομοίως τῶν λό-

1. ἐγγεγράφθω Nizzius. 2. περιγεγράφθω idem. 10. ἐλάσσονι] scripsi cum Nizzio; ελασσον F, vulgo. 18. ἐστίν]

aliam circumscripsi ex cylindris altitudinem aequalem habentibus compositas, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali segmentum sphaeroidis maius est cono Ψ [prop. 19]. iam



quoniam figura circumscripta, quae segmento maior est, excedit figuram inscriptam spatio minore, quam quo segmentum conum excedit, adparet, etiam figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . sit igitur

$$BP = \frac{1}{3} B\Delta.$$

iam quoniam $BH = 3 B\Theta$, et $B\Delta = 3 BP$, adparet, esse $\Delta H = 3 \Theta P$. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et axem $B\Delta$ ad conum eandem basim habentem et eundem axem eam rationem habet, quam $\Delta H : \Theta P$ [Eucl. XII, 10]. conus autem, quem commemorauimus, ad conum Ψ eandem rationem habet, quam $\Delta Z : \Delta H$. itaque cum perturbata sit

comp. F. τὰς $B\Theta$, ἃ δὲ $B\Delta$ τὰς BP , δῆλον, ὅτι τριπλασία ἐστίν] scripsi; om. F, uulgo; τὰς $B\Theta$, καὶ ἃ $B\Delta$ τὰς BP , τριπλασία ἐστὶ καὶ ed. Basil., Torellius. 24. ποτὶ] πρὸς per comp. F; corr. Torellius. 26. τουτον ἐχει τον F; corr. Torellius. 29. ΔZ] ΔH F; corr. B. ΔH] ΔZ F; corr. B.

γων τεταγμένων ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸν Ψ κῶνον
 τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἂ ΔZ ποτὶ τὰν ΘP . ἔστων δὲ
 γραμμαὶ κειμέναι, ἐφ' ἃν τὰ Ξ , N , τῷ μὲν πλήθει
 5 ἴσαι τοῖς τμημάτεσσιν τοῖς τῆς BA , τῷ δὲ μεγέθει
 ἑκάστα ἴσα τῇ $Z\Delta$. ἔστω δὲ καὶ τὰν ΞO ἑκάστα ἴσα
 τῇ BA . τὰν οὖν NO ἑκάστα διπλασία ἐσσεύεται τῆς
 $\Theta\Delta$. παραπεπτωκέτω δὲ παρ' ἑκάσταν αὐτὰν χωρίου
 τι πλάτος ἔχον ἴσον τῇ BA , ὥστε εἶμεν ἕκαστον τῶν
 10 ἔχόντων τὰς διαμέτρους τετράγωνον. ἀφαιρήσθω δὲ ἀπὸ
 μὲν τοῦ πρώτου γνώμων πλάτος ἔχων ἴσον τῇ BE , ἀπὸ
 δὲ τοῦ δευτέρου πλάτος ἔχων ἴσον τῇ BX . καὶ ἐφ'
 ἑκάστου τὸν αὐτὸν τρόπον εἰς ἀπὸ τοῦ ἐπομένου χω-
 ρίου γνώμων ἀφαιρήσθω πλάτος ἔχων ἐνὶ τμήματι
 15 ἔλασσον τοῦ πλάτους τοῦ πρὸ αὐτοῦ γνώμονος ἀφαι-
 ρημένου. ἐσσεύεται δὲ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πρώτου χωρίου
 γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν
 BE , EZ , καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παραπεπτωκὸς παρὰ
 τὰν NO ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ τὰν τοῦ ὑπερ-
 20 βλήματος πλευρὰν ἔχον ἴσαν τῇ ΔE , ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ
 δευτέρου χωρίου γνώμων ἀφαιρημένος ἴσος τῷ περι-
 εχομένῳ ὑπὸ τὰν ZX , XB , καὶ τὸ λοιπὸν χωρίον παρὰ
 τὰν NO παραπεπτωκὸς ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ
 καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως τούτοις ἐξοῦντι. διάχθω δὲ τὰ
 25 ἐπίπεδα πάντων τῶν κυλίνδρων, ἐξ ὧν συγκρίνεται τὸ

2. τὸν Ψ] το Ψ F. 3. ἔστων] C; ἐστὼ per comp. F.
 ἔστωσαν vulgo. 5. τῆς] scripsi cum B; τα F, vulgo; ἐν τῇ
 ed Basil., Torellius. 6. ΞO] $\Xi \Theta$ F. 7. τὰν] τα F; corr.
 BC. 11. τῇ] ταν F. 12. ἐφ'] scripsi; ἀφ' F, vulgo. 14.
 ἐνὶ] ἐν F, corr. Torellius. 19. NO] Θ F; corr. ed. Basil.
 20. ἔχον] scripsi; ἔχων F, vulgo. 24. διάχθω δὲ] scripsi, δι-
 ὠθε F, vulgo; δὲ ὧδε ἐκβεβλήσθω Torellius. 25. τὸ] scripsi
 το τε F, vulgo.

portio [Eucl. V def. 20], cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad conum eandem habebit rationem, quam $\angle Z : \odot P$. sint itur lineae quaedam positae, in quibus sint puncta N , numero partibus lineae $B\Delta$ aequales, magnitudinis autem singulae lineae $Z\Delta$ aequales. sint autem etiam lineae ΞO singulae aequales lineae $B\Delta$. itaque lineae NO singulae erunt $2 \odot \Delta$.¹⁾ adplicetur igitur unicuique harum linearum spatium latitudinem habens lineae $B\Delta$ aequalem, ita ut unaquaeque figurarum diametros habentium quadratum sit. auferatur igitur a primo [spatio] gnomon latitudinem habens lineae BE aequalem, a secundo autem gnomon latitudinem habens lineae BX aequalem. et unoquoque [spatio] eodem modo gnomon ab spatio sequenti auferatur latitudinem habens una parte minus latitudine gnomonis ante eum ablati. erit igitur gnomon a primo spatio ablatum aequalis rectangulo $E \times EZ$ ²⁾, et reliquum erit spatium lineae NO adplicatum excedens figura quadrata et latus excessus lineae ΔE aequale habens. gnomon autem a secundo spatio ablatum erit $= ZX \times XB$, et reliquum erit spatium lineae NO adplicatum figura quadrata excedens³⁾, et cetera eodem modo se habebunt. producantur autem plana omnium cylindrorum, ex quibus

1) Nam

$$NO = \Xi N - \Xi O = Z\Delta - B\Delta = \odot \Delta + B\odot - B\Delta = 2 \odot \Delta.$$

2) Nam gnomon $= Z\Delta \times B\Delta - E\Delta \times (Z\Delta - BE)$

$$\begin{aligned} &= Z\Delta \times (B\Delta - E\Delta) + BE \times E\Delta = Z\Delta \times BE + BE \times E\Delta \\ &= BE \times (Z\Delta + E\Delta) = BE \times EZ. \end{aligned}$$

3) Cuius latus erit $2 \Delta E$.

ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ τμήματι, ποτὶ τὰν ἐπι-
 φάνειαν τοῦ κυλίνδρου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν
 τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. ἐσσεύεται δὴ ὁ ὅλος
 κύλινδρος διαιρημένος εἰς κυλίνδρους τῷ μὲν πλήθει
 5 ἴσους τοῖς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι, τῷ δὲ με-
 γέθει ἴσους τῷ μεγίστῳ αὐτῶν. ὁ δὲ πρῶτος κύ-
 λινδρος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν
 ΔE ποτὶ τὸν πρῶτον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμ-
 μένῳ σχήματι τὸν ἔχοντα ἄξονα τὰν ΔE τὸν αὐτόν
 10 ἔχει λόγον, ὅν τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς $\Delta \Gamma$ ποτὶ
 τὸ ἀπὸ τῆς KE . οὗτος δὲ ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει
 τὸ ὑπὸ τὰν $B \Delta$, ΔZ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 BE , EZ . ἔχει οὖν ὁ κύλινδρος ποτὶ τὸν κύλινδρον
 τὸν αὐτόν λόγον, ὅν τὸ πρῶτον χωρίον ποτὶ τὸν
 15 γινώμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρεημένον. ὁμοίως δὲ καὶ
 τῶν ἄλλων κυλίνδρων τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἕκα-
 στος ἄξονα ἔχων τὰν ἴσαν τῇ ΔE ποτὶ τὸν κατ' αὐτόν
 κύλινδρον τὸν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἄξονα
 ἔχοντα τὸν αὐτόν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὅν τὸ ὁμοίως
 20 τεταγμένον αὐτῷ χωρίον ποτὶ τὸν γινώμονα τὸν ἀπ'
 αὐτοῦ ἀφαιρεημένον. ἐντὶ οὖν μεγέθειά τινα οἱ κυ-
 λίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ καὶ ἄλλα μεγέθη τὰ
 χωρία τὰ παρὰ τὰς ΞN παραπεπτωκότα πλάτος ἔχοντα
 τὰν ἴσαν τῇ $B \Delta$, τῷ δὲ πλήθει ἴσα τοῖς κυλίνδροις
 25 καὶ κατὰ δύο τὸν αὐτόν ἔχοντα λόγον. λεγόνται δὲ
 οἱ τε κυλίνδροι ποτ' ἄλλους κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ
 ἐγγεγραμμένῳ σχήματι, ὁ δὲ ἔσχατος οὐδὲ ποθ' ἐν
 λεγέται, καὶ τὰ χωρία ποτ' ἄλλα χωρία, τοὺς ἀπ'

5. τοῖς] τοὺς F; corr. BC*. 6. κύλινδρος] scripsi, ὁ κυ-
 λινδρος F, vulgo. 8. τῶν] τὸν F; corr. B. 10. $\Delta \Gamma$] ΔE F
 corr. ed. Basil.* 17. κατ' αὐτόν] κατατον F supra scripto u

composita est figura segmento inscripta, ad superficiem cylindri basim habentis eandem, quam segmentum, et eandem axem. totus igitur cylindrus diuisus erit in cylindros numero cylindris figurae circumscriptae aequales, magnitudine autem maximo eorum aequales. primus autem cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae inscriptae axem habentem ΔE eandem habet rationem, quam $\Delta \Gamma^2 : K E^2$ [Eucl. XII, 11; XII, 2], quae eadem est, quam habet $B \Delta \times \Delta Z : B E \times E Z$ [Apollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. itaque cylindrus ad cylindrum eandem rationem habet, quam primum spatium ad gnomonem ab eo ablatum. et eodem modo ceterorum cylindrorum totius cylindri unusquisque axem habens lineam lineae ΔE aequalem ad cylindrum in figura inscripta eodem loco positum et eundem axem habentem eam rationem habet, quam spatium eodem loco positum ad gnomonem ab eo ablatum. sunt igitur magnitudines quaedam, cylindri totius cylindri, et aliae magnitudines, spatia lineis ΔN adplicata latitudinem habentia lineam lineae $B \Delta$ aequalem, numero cylindris aequales et binae cum binis in eadem proportione.¹⁾ praeterea et cylindri cum aliis cylindris, qui in figura inscripta sunt, in proportione sunt, ultimus autem in nulla proportione, et spatia cum aliis spatiis, [gnomonibus] ab iis ablati, respondentia in iisdem pro-

1) Quia cylindri cylindris, spatia spatiis aequalia sunt.

manu 2; corr. B. 19. $\epsilon\chi\omega\nu\tau\alpha$ F. $\delta\upsilon$] om. F, corr. A. 20. $\tau\epsilon\tau\alpha\gamma\mu\acute{\epsilon}\nu\omicron\nu$] α supra manu 1 F. 22. $\tau\grave{\alpha} \chi\omega\rho\acute{\iota}\alpha \tau\acute{\alpha}$] scripsi; $\chi\omega\rho\acute{\iota}\alpha$ F, uulgo. 23. $\tau\acute{\alpha}\varsigma$] scripsi; $\tau\alpha\nu$ F, uulgo. 27. $\pi\omicron\theta$] scripsi; $\pi\omicron\theta\acute{\epsilon}\nu$ uulgo, ut p. 468 lin. 2.

αὐτῶν ἀφαιρημένους, τὰ ὁμόλογα ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις, τὸ δὲ ἴσχατον χωρίον οὐδὲ ποθ' ἐν λεγέται. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ κυλίνδροι ποτὶ πάντας τοὺς ἑτέρους τὸν αὐτὸν ἔξοῦντι λόγον, ὃν πάντα τὰ
 5 χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμήματι τὸν αὐτὸν ἔξει λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας. καὶ ἐπεὶ ἐντί τινες γραμμαὶ ἴσαι
 10 κειμέναι, ἐφ' ἧν τὰ N , O , καὶ παρ' ἐκάστην παραπέπτωκέν τι χωρίον ὑπερβάλλον εἶδει τετραγώνῳ, αἱ δὲ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχοντι, καὶ ἡ ὑπεροχὰ ἴσα ἐστὶ τῇ ἐλαχίστῃ, καὶ ἄλλαι ἐντὶ χωρία παρὰ τὰς EN παραπεπτωκότα, πλάτος δὲ
 15 ἔχοντα ἴσους τῇ BA τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, δῆλον, ὡς εἴρηκεν πάντα τὰ χωρία, ὅν ἐστιν ἕκαστον ἴσον τῷ μεγίστῳ, ποτὶ πάντα τὰ ἑτέρα χωρία ἐλάσσῳ λόγον ἔχοντι τοῦτο, ὃν ἔχει ἡ EN ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέρας τῇ τε ἡμισείᾳ
 20 σέᾳ τῆς NO καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῆς EO . φανερὸν οὖν, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία ποτὶ πάντας τοὺς γνωμόνας μείζονα λόγον ἔξοῦντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ EN ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῇ τε ἡμισείᾳ τῆς NO καὶ δυοῖς τριταμορίοις τῆς EO . ὁ ἄρα κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων
 25 τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμήματι μείζονα λόγον

6. καὶ ἄξονα ad ἐν τῷ τμήματι lin. 7 bis F, sed alterum expunxit manus, ut uidetur, prima. 12. τῷ] addidi; om. F uulgo. 14. τὰς] scripai; ταν F, uulgo. EN] EO Torellius. 15. ἴσον] ἴσας F per comp., uulgo; ἴσαν C; corr. Torellius; fort. τὰς ἴσας. 19. συναμφοτέραις Torellius 24. τὰς] τὰ F; corr. B*

portionibus, ultimum autem spatium in nulla proportionem.¹⁾ adparet igitur, etiam omnes cylindros ad omnes alteros eandem rationem habituros esse, quam omnia spatia ad omnes gnomones [prop. 1]. itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam eandem rationem habebit, quam omnia spatia ad omnes gnomones. et quoniam positae sunt lineae quaedam aequales, in quibus sunt litterae N , O , et singulis adplicatum est spatium figura quadrata excedens, latera autem excessuum aequali differentia inter se excedunt, et differentia minimo aequalis est, et alia spatia sunt, quae lineis EN adplicata sunt, latitudinem habentia lineae $B\Delta$ aequalem et numero illis²⁾ aequalia, magnitudine autem singula maximo aequalia, adparet, omnia simul spatia, quorum quodque maximo aequale est, ad omnia altera spatia minorem rationem habere, quam $EN : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} EO$ [prop. 2]. itaque manifestum est, eadem spatia ad omnes gnomones maiorem rationem habitura esse, quam $EN : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} EO$.³⁾ itaque cylindrus basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram segmento inscriptam maiorem rationem habet, quam $EN : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} EO$.

1) Quia a spatio ultimo nullus gnomon ablatum est.

2) Spatiis, quae lineis NO adplicata sunt.

3) Sit summa spatiorum $EN = s_1$, summa spatiorum

$$NO = s_2,$$

summa gnomonum $= s_3$ ($s_3 = s_1 - s_2$); erit

$$s_1 : s_2 < EN : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} EO.$$

tum convertendo (Pappus VII, 48 p. 688)

$$s_1 : s_3 > EN : EN - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} EO;$$

sed $EN = NO + EO$; itaque

$$EN - \frac{1}{2} NO - \frac{1}{3} EO = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} EO.$$

ἔχει, ἢ ἂν ΞN ποτὶ τὰν ἴσων συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισείᾳ
 τᾷς NO καὶ δυοῖς τριταμορίοις τᾷς ΞO . ἔστιν δὲ τᾷ μὲν
 ΞN ἴσα ἂν ΔZ , τᾷ δὲ ἡμισείᾳ τᾷς NO ἂν $\Delta \Theta$, τὰ δὲ
 δύο τριταμόρια τᾷς ΞO ἂν ΔP . ὅλος ἄρα ὁ κύλινδρος
 5 ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ τμήματι μεί-
 ζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ἔχει ἂν ΔZ ποτὶ τὰν ΘP . ὃν
 δὲ λόγον ἔχει ἂν ΔZ ποτὶ τὰν ΘP , τοῦτον ἐδείχθη
 ἔχων ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. μείζονα
 οὖν ἔξει λόγον ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ
 10 τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μείζον
 εἶναι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα τοῦ Ψ κῶνου. οὐκ ἄρα
 ἐστὶ μείζον τὸ τοῦ σφαιροειδέος τμήμα τοῦ Ψ κῶνου.
 ἀλλ' ἔστω, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν δὲ ἐγγεγράφθω
 τι εἰς τὸ τμήμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγράφθω
 15 ἐκ κυλίνδρων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενον, ὥστε
 τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχει
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ μείζων ἐστὶν ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμή-
 ματος, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευ-
 ἀσθω. ἐπεὶ οὖν ἐλασσόν ἐστι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα
 20 τοῦ τμήματος, καὶ ἐλάσσονι ὑπερέχει τὸ περιγραφέν
 τοῦ ἐγγραφέντος, ἢ ὁ Ψ κῶνος τοῦ τμήματος, δῆλον,
 ὅτι καὶ τὸ περιγραφέν σχῆμα ἐλασσόν ἐστι τοῦ Ψ
 κῶνου. πάλιν δὲ ὁ πρῶτος κύλινδρος τῶν ἐν τῷ
 ὅλῳ κυλίνδρῳ ὁ ἔχων ἄξονα τὰν ΔE ποτὶ τὸν πρῶ-
 25 τον κύλινδρον τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι
 τὸν ἔχοντα ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον,
 ὃν τὸ ἔσχατον χωρίον τῶν παρὰ τὰν ΞN παραπεπτω-
 κότων πλάτος ἔχόντων ἴσον τᾷ $B \Delta$ ποτ' αὐτό. ἐκά-
 τερα γὰρ ἴσα ἐστίν. ὁ δὲ δεύτερος κύλινδρος τῶν ἐν

3. $\Delta \Theta$] ΔE F; corr. Torellius 4 δύο τριταμορία
 scripsi; τριτα δυο μορια F, vulgo; error ortus est ex e gms

sed $\Xi N = \Delta Z$, $\frac{1}{2} NO = \Delta \Theta$, $\frac{2}{3} \Xi O = \Delta P$.¹⁾ itaque totus cylindrus ad figuram segmento inscriptam maiorem habet rationem, quam $\Delta Z : \Theta P$. sed demonstratum est, eundem cylindrum ad conum Ψ eam habere rationem, quam $\Delta Z : \Theta P$. maiorem igitur rationem habebit. [idem cylindrus] ad figuram inscriptam quam ad conum Ψ .²⁾ quod fieri non potest. nam demonstratum est, figuram inscriptam maiorem esse cono Ψ . quare segmentum sphaeroidis cono Ψ maius non est. — sed, si fieri potest, sit minus. rursus igitur segmento inscribatur figura solida, et alia circumscribatur ex cylindris aequalem altitudinem habentibus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam quali conus Ψ maior est segmento [prop. 19], et cetera eadem, quae antea, construantur. iam quoniam figura inscripta segmento minor est, et figura circumscripta inscriptam excedit minore spatio, quam quo conus Ψ segmentum excedit, adparet, etiam figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . rursus igitur primus cylindrus totius cylindri axem habens ΔE ad primum cylindrum figurae circumscriptae eundem axem habentem eam rationem habet, quam ultimum spatium eorum, quae lineae ΞN adplicata sunt latitudinem habentia lineae $B \Delta$

1) Nam $B \Delta = 3 BP = \Xi O = BP + \Delta P$.

2) Itaque figura inscripta minor est cono Ψ (Eucl. V, 10).

numeralibus. 9. λόγον] λόγον ὁ αὐτὸς κύλινδρος Torellius.
 16. υπερεχει F; corr. AB. 17. μείζον F; corr. B. 18. ἄλλα]
 alterum, λ supra manu 1 F. 21. τοῦ ἐγγραφέντος] om. F;
 corr. Torellius. 22. τοῦ] το F. 25. τῶν] τον F; corr. B.
 27. ΞΜ F. 28. ποτ' αὐτό] scripsi; ποτ' αὐτό uulgo; cfr.
 p. 450, 18.

τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχων ἴσον τῇ $ΔΕ$ ποτὶ τὸν
 κύλινδρον τὸν κατ' αὐτὸν ἑόντα τῶν ἐν τῷ περιγε-
 γραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ πρῶ-
 τον χωρίον τῶν παρὰ τὰν $ΞΝ$ παραπεπτωκότων
 5 πλάτος ἔχόντων ἴσον τῇ $ΒΔ$ ποτὶ τὸν γνῶμονα τὸν
 ἀφαιρημένον ἀπ' αὐτοῦ· καὶ τῶν ἄλλων δὲ κυλίνδρων
 ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ἄξονα ἔχόντων ἴσον
 τῇ $ΔΕ$ ποτὶ τὸν κατ' αὐτὸν κύλινδρον τῶν ἐν τῷ
 περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ
 10 ὁμόλογον χωρίον αὐτῷ τῶν παρὰ τὰν $ΞΝ$ παραπεπτω-
 κότων ποτὶ τὸν γνῶμονα τὸν ἀπ' αὐτοῦ ἀφαιρημένον
 πρῶτον λεγομένου τοῦ ἐσχάτου. καὶ πάντες οὖν οἱ
 κυλίνδροι οἱ ἐν τῷ ὅλῳ κυλίνδρῳ ποτὶ πάντας τοὺς
 κυλίνδρους τοὺς ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τὸν
 15 αὐτὸν ἔξουσιν λόγον, ὃν πάντα τὰ χωρία τὰ παρὰ τὰν
 $ΞΝ$ παραπεπτωκότες ποτὶ τὸ ἴσον τῷ τε ἐσχάτῳ κειμένῳ
 χωρίῳ καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀφαιρημένοις ἀπὸ τῶν
 ἄλλων διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ οὖν δεδείκται,
 ὅτι τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν $ΞΝ$ παραπεπτωκότες
 20 ποτὶ τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν $ΝΟ$ παραπεπτω-
 κότες ὑπερβάλλοντα εἶδει τετραγώνῳ χωρὶς τοῦ μεγ-
 στοῦ μείζονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ $ΞΝ$ ποτὶ
 τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τῇ τε ἡμισείᾳ τῆς $ΝΟ$ καὶ
 τῷ τρίτῳ μέρει τῆς $ΞΟ$, δῆλον, ὅτι τὰ αὐτὰ χωρία
 25 ποτὶ τὰ λοιπά, ἃ ἐντι ἴσα τῷ ἐσχάτῳ χωρίῳ κειμένῳ

1. ἴσον] scripsi; ἴσαν F, vulgo. 2. τῶν] scripsi; τον F,
 vulgo. 5. ἴσον] Torellius; ἴσαν F, vulgo; τὰν ἴσαν? 7
 ἴσον] scripsi; ἴσαν F, vulgo; τὰν ἴσαν? 12. πρῶτον] scripsi,
 προ του F, vulgo. λεγομένου] λεγομεν F; corr. A, C*. κατ-
 τος (comp) F. 16. παραπεπτωκότες F. 17. γνωμονεσι F
 19. τὰ χωρία πάντα τὰ παρὰ τὰν $ΞΝ$ παραπεπτωκότες ποτ.]
 om. F; corr Torellius (nisi quod πάντα τὰ χωρία habet).

qualem ad se ipsum. utraque enim inter se aequalia
 ut. secundus autem cylindrus totius cylindri axem
 ens lineae ΔE aequalem ad cylindrum in figura
 circumscripta eodem loco positum eandem rationem
 habet, quam primum spatium eorum, quae lineae ΞN
 adplicata sunt latitudinem habentia lineae $B \Delta$ aequa-
 la, ad gnomonem ab eo ablatum.¹⁾ et etiam cete-
 rum cylindrorum unusquisque eorum, qui in toto
 cylindro sunt et axem lineae ΔE aequalem habent,
 cylindrum in figura circumscripta eodem loco po-
 nitur eandem rationem [habet]²⁾, quam respondens
 spatium eorum, quae lineae ΞN adplicata sunt, ad
 gnomonem ab eo ablatum, ita ut ultimum primo loco
 poneretur.³⁾ quare etiam omnes cylindri totius cy-
 lindri ad omnes cylindros figurae circumscriptae ean-
 dem habebunt rationem, quam omnia spatia lineae
 ΔE adplicata ad spatium aequale spatio ultimo loco
 posito et gnomonibus a ceteris ablati propter eadem,
 ratione autea [prop. 1]. iam quoniam demonstratum
 est [prop. 2], omnia spatia lineae ΞN adplicata ad
 omnia spatia lineae NO adplicata figura quadrata
 praecedentia praeter maximum maiorem rationem habere,
 nam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{1}{3} \Xi O$, adparet, eadem spatia ad
 qualem, quae aequalia sunt spatio ultimo loco posito

1) Quia secundus cylindrus figurae circumscriptae aequalis
 primo inscriptae; tum u. p. 466, 15. idem in ceteris cy-
 lindris fit.

2) Fortasse post τὸν αὐτόν lin. 9 addendum est ἔχει.

3) Fingatur spatium 4 alteri parti adfixum. proportionem
 hae erunt (cfr. p. 453 not. 1): $K : C_1 = Q_4 : Q_4$;

$K : C_2 = Q_1 : g_1$; $K : C_3 = Q_2 : g_2$; $K : C_4 = Q_3 : g_3$.

spatia ΞN sunt.

καὶ τοῖς γνωμόνεσσι τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν ἀφαιρου-
 μένοις, ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι τοῦ, ὃν ἔχει ἡ ΞN
 ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾷς NO
 καὶ δυσὶ τριταμορίοις τᾷς ΞO . θῆλον οὖν, ὅτι καὶ
 5 ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ
 ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον
 ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἡ $\text{Z}\Delta$ ποτὶ τὰν
 ΘP . ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ ΔZ ποτὶ τὰν ΘP , τοῦτον
 ἔχει ὁ εἰρημένος κύλινδρος ποτὶ τὸν Ψ κῶνον. ἐλάσ-
 10 σονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ αὐτὸς κύλινδρος ποτὶ τὸ περι-
 γεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν Ψ κῶνον· ὅπερ ἀδύνα-
 τον. ἐδείχθη γὰρ ἔλασσον εἶναι τὸ περιγεγραμμένον
 σχῆμα τοῦ Ψ κῶνου. οὐκ ἄρα ἐστὶν ἔλασσον τοῦ Ψ
 κῶνου. ἐπεὶ δὲ οὔτε μείζον οὔτε ἔλασσον, ἴσον ἄρα
 15 ἐστίν.

λ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τμαθῇ
 τὸ σφαιροεδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ
 τμάμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κῶνου τὸ βάσιν ἔχον
 20 τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον
 ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἡ ἴσα συναμφοτέρᾳ τᾷ τε ἡμισέᾳ
 τᾷς ἐπιξευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γενομένων τμα-
 μάτων καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμάματος ποτὶ τὸν
 ἄξονα τοῦ μείζονος τμάματος.

1. γνωμόνεσσι] alterum σ supra manu 1 F. ἀφαιρημέ-
 νοις Torellius. 3. ταις τε ημισεαῖς F; corr. Torellius. 4.
 τριταμορίοις F. 7. $\text{Z}\Delta$] $\text{Z}\Lambda$ F. 10. ἄρα] om. F; corr. B.
 11. ἢ] om. F; corr. B. 13. ἔλασσον] ἔλασσον τὸ τοῦ σφαιρο-
 ειδέος τμάμα Torellius. Ψ] om. F; corr. Torellius. 16.
 λβ' Torellius; om. F. 19. αποτμημα F; corr. Torellius. τὸ
 βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, vulgo. 21. ἡ ἴσα
 συναμφοτέρᾳ] scripsi; αἱ (supra manu 1) συναμφοτεραι F, vulgo;
 αἱ συναμφοτέραι ἴσα Torellius.

gnomonibus a ceteris ablatis, minorem rationem ere, quam $\Xi N : \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$.¹⁾ adparet igitur, m cylindrum basim habentem eandem, quam segmentum, et eundem axem ad figuram circumscriptam maiorem rationem habere, quam habet $Z\Delta : \Theta P$.²⁾

quam rationem habet $\Delta Z : \Theta P$, eam habet cylindrus ille ad conum Ψ [p. 462, 29]. itaque idem cylindrus ad figuram circumscriptam minorem rationem habet quam ad conum Ψ ³⁾; quod fieri non potest. ut demonstratum est, figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ . quare [segmentum sphaeroidis] maius non est cono Ψ . et quoniam neque maius neque minus est, aequale igitur est.

XXX.

Uerum etiam si [plano] ad axem non perpendiculari sphaeroides secatur nec per centrum posito, minus eius segmentum ad conum segmentum basim habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis], et eundem axem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et ad utriusque lineae uertices segmentorum ortorum iungenti axi segmenti maioris, ad axem segmenti maioris.⁴⁾

1) *Ἀναστρέψαντι*; u. Pappus VII, 48 p. 686; cfr. p. 469
2) 3.

2) Nam $Z\Delta = \Xi N$, $\Theta P = \Theta\Delta + \Delta P = \frac{1}{2} NO + \frac{2}{3} \Xi O$; u. 470, 2 et 471 not. 1.

3) Quare figura circumscripta maior est cono Ψ (Eucl. 10).

4) P. 284, 24: *εἰ δὲ καὶ μήτε διὰ τοῦ κέντρου μήτε ὀρθῶς ἐπὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμηθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γενομένων τμημάτων τὸ μὲν μείζον κτλ., τὸ δὲ ἔλασσον τμήμα ποτὶ σχῆμα τὸ βάσει ἔχον κτλ.*, ut hoc loco, nisi quod lin. 21 *ἀναμφοτέραις ἴσα* legitur, lin. 22 *γενομένων* omittitur, lin. 24 *τὸ τοῦ* legitur.

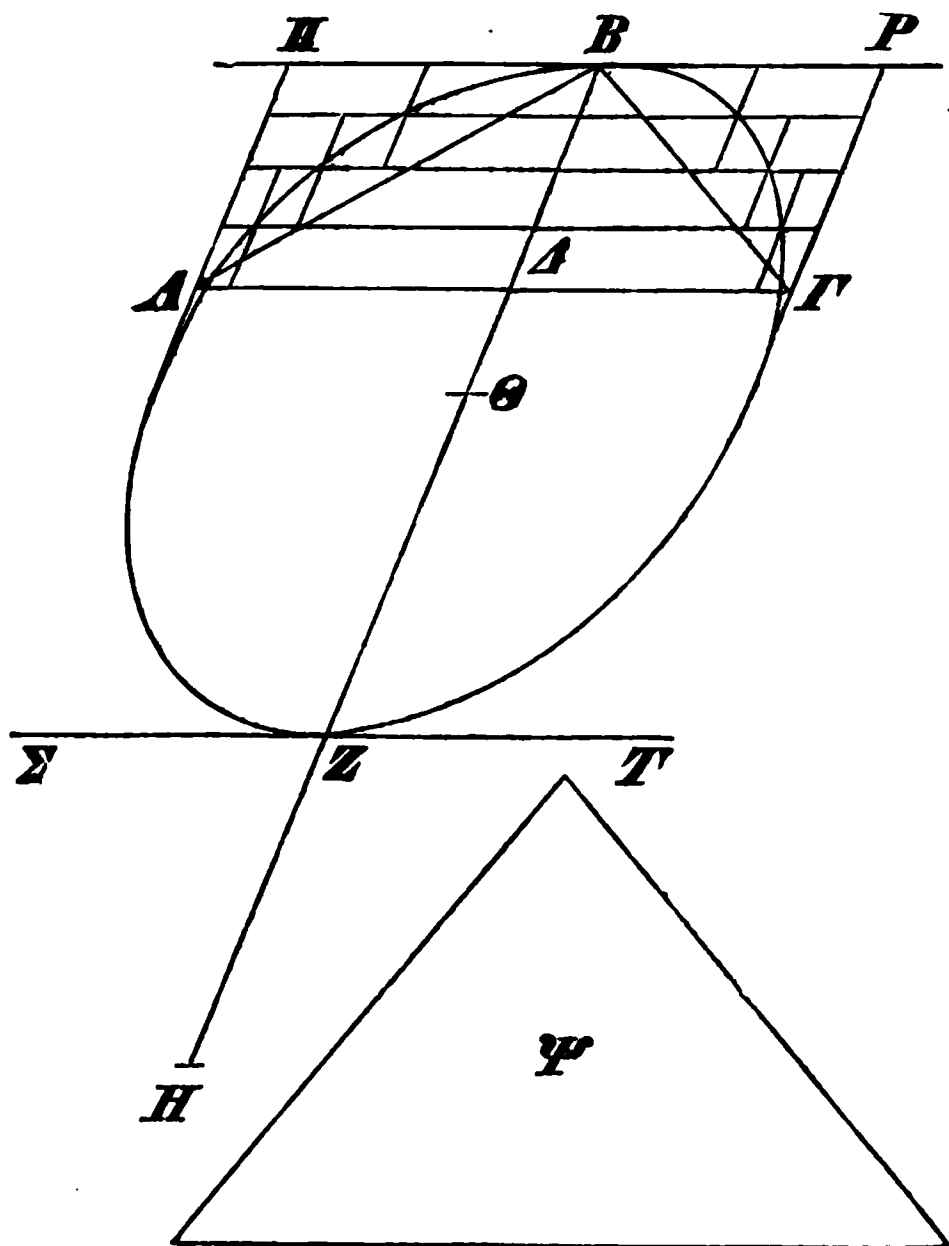
τετμάσθω γάρ τι σχῆμα σφαιροειδές, ὡς εἴρηται.
 καὶ τμαθέντος αὐτοῦ ἄλλω ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ ἄξονος
 ὀρθῶ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος το-
 μὰ ἔστω ἡ $ΑΒΓ$ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμ-
 5 νοντος ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἡ $ΓΑ$ εὐθεῖα. καὶ παρὰ
 τὰν $ΑΓ$ ἄχθων αἱ $ΠΡ$, $ΣΤ$ ἐπιφανούσαι τὰς τοῦ
 κώνου τομᾶς κατὰ τὰ B , Z , καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτῶν
 ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν $ΑΓ$. ἐπιφανσοῦντι
 δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ B , Z , καὶ ἐσσοίν-
 10 ται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων. ἄχθω οὖν ἡ τὰς κορυφὰς
 τῶν τμαμάτων ἐπιξενγνύουσα, καὶ ἔστω ἡ BZ . πεσεί-
 ται δὲ αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου. καὶ ἔστω κέντρον τοῦ
 σφαιροειδέος καὶ τὰς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς τὸ
 Θ . ἐπεὶ οὖν ὑπέκειτο μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τε-
 15 τμάσθαι τῷ ἐπιπέδῳ τὸ σχῆμα, ἡ τομά ἐστὶν ὀξυγω-
 νίου κώνου τομά, καὶ διάμετρος αὐτᾶς ἡ $ΓΑ$. λε-
 λάφθω οὖν ὁ τε κύλινδρος ὁ ἄξονα ἔχων ἐπ' εὐθείας
 τᾶς $BΔ$, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐσσεύεται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου
 κώνου τομά ἡ περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, καὶ ὁ κῶνος
 20 ὁ κορυφὰν ἔχων τὸ B σαμεῖον, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ
 ἐσσεύεται ἡ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά ἡ περὶ διά-
 μετρον τὰν $ΑΓ$. ἐσσεύεται δὴ τόμος τις κυλίνδρου
 τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχων τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν
 αὐτόν, καὶ ἀπότμαμα κώνου τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον
 25 τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεικτέον, ὅτι τὸ
 τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφὰ τὸ B , ποτὶ τὸ

3. τομαν F. 4. $ΑΒΓ$] $ΑΒΓΔ$ F; corr. Nizzius. 6.
 ἄχθων] scripsi; αχθω F, vulgo. 8. ἐπίπεδα παράλληλα]
 Nizzius; επιπεδον παραλληλον F, vulgo. κατὰ] κα F. 9.
 δὴ scripsi; δε F, vulgo. τὰ] το F; corr. AB. 10. ἄχθω
 οὖν ἡ τὰς κορυφὰς τῶν τμαμάτων] scripsi; om. F, vulgo; τὰ
 B , $Δ$. ἄχθω οὖν ἡ τὰς κορυφὰς Nizzius. 11. ἐπιξενγνύουσα]

secetur enim figura sphaeroidis, ita ut diximus. secta ea alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ conici acutianguli [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea ΠP et lineae $A\Gamma$ parallelae ducantur lineae ΠP , sectionem conici in punctis B, Z contingentes, et his plana erigantur plano in linea $A\Gamma$ posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis B, Z continent [prop. 16, b], quae uertices erunt segmentorum [282, 12]. ducatur igitur linea uertices segmentorum iungens, et sit BZ . ea igitur per centrum [prop. 16, c]. et centrum sphaeroidis et sectionis conici acutianguli sit Θ . iam quoniam suppositum est, figuram plano ad axem non perpendiculari tam esse, sectio est conici acutianguli sectio, et diameter eius ΓA [prop. 14]. sumatur igitur et cylindrus axem habens in producta linea $B\Delta$, cuius in superficie sit sectio conici acutianguli circum diametrum ΔB descripta [prop. 9], et conus uerticem habens actum B , cuius in superficie sit sectio conici acutianguli circum diametrum $A\Gamma$ descripta [prop. 8]. erit igitur frustum quoddam cylindri basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem, et segmentum conici eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], axem eundem. demonstrandum est, segmentum sphaeroidis, cuius uertex sit B , ad segmentum conici

psi; επιζευχθεῖσα F, uulgo. 14. τετμησθαι F; corr. Τσῖς. 17. ὁ] addidi; om. F, uulgo. αξωνα F. 24. καὶ ἵμαμα ad lin. 25: τὸν αὐτόν in mg. habet F manu 1, ad-
 ito signo √. εχων F.

ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν
 τμήματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον
 ὃν ἂ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ . ἴσα δὲ ἔστω ἂ ZH τῷ Θ



λελάφθω δὴ τις κώνος, ἐν ᾧ τὸ Ψ , ποτὶ τὸ ἀπό
 5 τμήμα τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμή
 ματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχων τὸν λόγον, ὃ
 ἔχει ἂ ΔH ποτὶ τὰν ΔZ . εἰ οὖν μὴ ἔστιν ἴσον τ
 τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τῷ Ψ κώνῳ, ἔστω πρῶτοι
 εἰ δυνατόν, μείζον. ἐνέγραψα δὴ εἰς τὸ τμήμα το
 10 σφαιροειδέος σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιέγραψα
 κυλίνδρων τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενο

1. αποτμημα] F, ut p. 476 lin. 24, p. 478 lin. 4; corr. Torelli

im habens eandem, quam segmentum [sphaeroidis],
eundem axem eam rationem habiturum esse, quam
 $I : \Delta Z$. sit autem $ZH = \Theta Z$.

sumatur igitur conus aliquis, in quo sit littera Ψ ,
ad segmentum coni basim habens eandem, quam
mentum, et eundem axem eam habeat rationem,
in $\Delta H : \Delta Z$. iam si segmentum sphaeroidis cono
aequale non est, primum, si fieri potest, maius sit
scripsi igitur segmento sphaeroidis figuram solidam,
aliam circumscripsi ex frustis cylindrorum altitu-
em aequalem habentibus compositas, ita ut figura

ῥάσιν ἔχον] scripsi; του βάσιν έχοντος F, ulgo. 3. ΘZ] ΔZ

5. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; του βάσιν έχοντος F, ulgo.
χον F; corr. Torellius. 9. ἐγγεγράφθω et lin. 10: περι-
γράφθω Nizzius.

ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχει
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει τὸ τμᾶμα τοῦ σφαιροειδέος
 τοῦ Ψ κώνου. ὁμοίως δὲ τῷ προτέρῳ δειχθησέται
 τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζον ἐὶν τοῦ Ψ κώνου,
 5 καὶ ὁ τόμος τοῦ κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν
 τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμέ-
 νον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνον·
 ὃ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἐσσεύεται οὖν τὸ τοῦ σφαι-
 ροειδέος τμᾶμα τοῦ Ψ κώνου μείζον. ἀλλ' ἔστω, εἰ
 10 δυνατὸν, ἐλάσσον. ἐγγεγραμμένον δὲ πάλιν ἔστω εἰς
 τὸ τμᾶμα σχῆμα στερεόν, καὶ ἄλλο περιγεγραμμένον
 ἐκ κυλίνδρου τόμων ὕψος ἴσον ἔχόντων συγκείμενα,
 ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ὑπερέχειν
 ἐλάσσονι, ἢ ἀλίκῳ ὑπερέχει ὁ Ψ κώνος τοῦ τμᾶματος.
 15 πάλιν δὲ διὰ τῶν αὐτῶν δειχθησέται τὸ περιγεγραμ-
 μένον σχῆμα ἐλάσσον τοῦ Ψ κώνου, καὶ ὁ τόμος τοῦ
 κυλίνδρου ὁ βάσιν ἔχων τὰν αὐτὰν τῷ τμᾶματι καὶ
 ἄξονα τὸν αὐτὸν ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἐλάσ-
 σονα λόγον ἔχων ἢ ποτὶ τὸν Ψ κώνον· ὃ ἐστὶν ἀδύ-
 20 νατον. οὐκ ἐσσεύεται οὖν οὐδὲ ἐλάσσον τὸ τμᾶμα τοῦ
 κώνου. φανερόν οὖν, ὃ ἔδει δείξαι.

· λά'.

Παντὸς σχήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμαθέντος
 ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου τὸ μείζον
 25 τμᾶμα ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν
 τῷ τμᾶματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν
 λόγον, ὃν ἂ ἴσα συναμφοτέραις τᾶ τε ἡμισέᾳ τοῦ

10. ἔστω] om. F; corr. Torellius. 12. ἴσον] om. F; corr.
 B. 13. ὑπερέχει F. 20. ἐσσεύεται] εσσει F. 21. ὃ ἔδει]
 ὡσδει F; corr. Torellius. 22. λγ' Torellius; om. F.

circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam
 tali segmentum sphaeroidis conum Ψ excedit.¹⁾ eodem
 modo, quo supra, demonstrabimus, figuram in-
 scriptam maiorem esse cono Ψ , et frustum cylindri
 sim habens eandem, quam segmentum, et eundem
 axem ad figuram inscriptam maiorem rationem habere
 quam ad conum Ψ ; quod fieri non potest. quare
 segmentum sphaeroidis maius non erit cono Ψ . sit
 item, si fieri potest, minus. inscribatur igitur rursus
 segmento figura solida, et alia circumscribatur ex cy-
 lindri frustis altitudinem aequalem habentibus compo-
 sitae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam
 spatio minore, quam quali conus Ψ segmentum excedit
 [prop. 20]. rursus igitur eodem modo demonstrabimus,
 figuram circumscriptam minorem esse cono Ψ , et
 frustum cylindri basim habens eandem, quam segmen-
 tum, et eundem axem ad figuram circumscriptam mi-
 norem rationem habere quam ad conum Ψ ; quod
 fieri non potest. quare segmentum ne minus quidem
 sit cono. manifestum ergo est, quod erat demon-
 strandum.

XXXI.

Quavis figura sphaeroide plano ad axem perpen-
 diculari, per centrum autem non posito, secta, seg-
 mentum maius ad conum basim habentem eandem,
 quam segmentum, et eundem axem eam rationem
 habet, quam linea utrique aequalis, et dimidio axi

1) Ex prop. 20.

ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονι ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονα.

τετράσθω τι σφαιροειδές, ὡς εἰρήται. τμαθέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῶ ποτὶ
 5 τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω ἡ $ΑΒΓ$ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, διάμετρος δὲ αὐτᾶς καὶ ἄξων τοῦ σχήματος ἡ $ΒΔ$, τοῦ δὲ τέμνοντος ἐπιπέδου ἡ $ΓΑ$ εὐθεῖα. ἴσσεῖται δὴ αὐτὰ ποτ' ὀρθὰς τᾷ $ΒΔ$. ἔστω δὲ μείζον τῶν τμαμάτων, οὗ κορυφαῖ τὸ $Β$, καὶ
 10 κέντρον τοῦ σφαιροειδέος τὸ $Θ$. ποτικείσθω δὴ ἡ $ΔΗ$ τᾷ $ΔΘ$ ἴσα, καὶ ἡ $ΒΖ$ τᾷ αὐτᾷ ἴσα. δεικτέον, ὅτι τὸ τμαμα τοῦ σφαιροειδέος, οὗ κορυφαῖ τὸ $Β$, ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὅν ἔχει
 15 ἡ $ΕΗ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$.

τετράσθω δὴ τὸ σφαιροειδές ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ κέντρον ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου κύκλου κώνος ἔστω κορυφὰν ἔχων τὸ $Δ$ σαμεῖον. ἔστι δὴ τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδές διπλάσιον τοῦ τμάματος,
 20 τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν $ΚΔ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαμεῖον, τὸ δὲ εἰρημένον τμαμα διπλάσιον τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν. δεδείκται γὰρ ταῦτα τὸ ὅλον οὖν σφαιροειδές τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ κώνου
 25 τοῦ εἰρημένου. ὁ δὲ κώνος οὗτος ποτὶ τὸν κώνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν

5. σχήματος] τμηματος F; corr. Torellius. 7 δέ] cm. F; corr. Torellius. 25. δέ] scripsi; δη F, vulgo.

haeroidis et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.¹⁾)

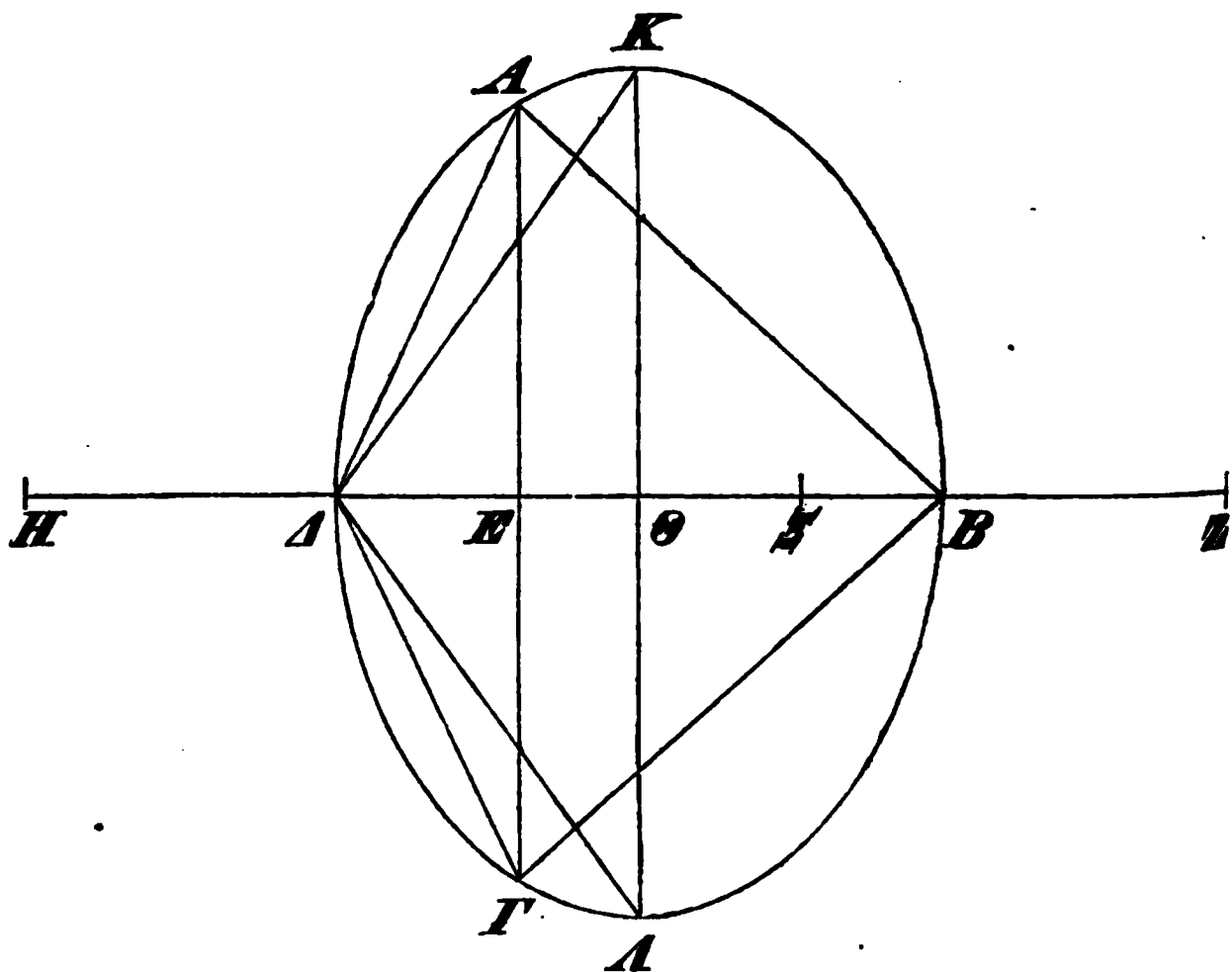
secetur sphaeroides aliquod, ita ut diximus. sectorem eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma$ coni acutianli sectio, diametrus autem eius et axis figurae $B\Delta$ [prop. 11, c], plani autem secantis linea ΓA . ea igitur ad lineam $B\Delta$ perpendicularis erit [p. 440, 15].

autem maius segmentum id, cuius uertex est B nctum, et centrum sphaeroidis sit Θ . adiiciatur itur linea ΔH lineae $\Delta\Theta$ aequalis, et BZ eidem qualis. demonstrandum, segmentum sphaeroidis, ius uertex sit B , ad conum eandem basim habentem, am segmentum, et eundem axem, eam habere rationem, quam habeat $EH : E\Delta$.

secetur igitur sphaeroides plano per centrum ad axem perpendiculari, et in circulo inde orto [prop. 11, c] conus construatur uerticem habens punctum Δ . est itur totum sphaeroides duplo maius segmento basim habenti circulum circum diametrum $K\Delta$ descriptum, uerticem autem punctum Δ [prop. 18]; segmentum item illud duplo maius est cono basim eandem habenti, quam segmentum, et eundem axem [prop. 27]. haec enim demonstrata sunt. itaque totum sphaeroides quadruplo maius est cono, quem commemora-

1) P. 284, 6: εἰ δέ κα ὀρθῶ μὲν ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιθῶ τμαθῇ, μὴ διὰ τοῦ κέντρον δέ, τῶν γεναμένων τμαμάτων μὲν μείζον ποτὶ τὸν κῶνον τὸν τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τῷ ἁματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συνφοτέραις ἴσα τᾶ τε ἡμισεία τᾶς εὐθείας, ἃ ἐστὶν ἄξων τοῦ κωροειδέος, καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμάματος ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ ἐλάσσονος τμάματος.

$ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαρμεῖον τὸν συγκείμενον ἔχει λόγον ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει ἃ $ΘΔ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς $ΚΘ$ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς $ΕΑ$. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς $ΚΘ$ ποτὶ



5 τὸ ἀπὸ τᾶς $ΕΑ$, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ $ΒΘ$, $ΘΔ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $ΕΔ$. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἃ $ΘΔ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$, τοῦτον ἐχέτω ἃ $ΞΔ$ ποτὶ τὰν $ΘΔ$. ἔξει οὖν καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΘ$, $ΘΔ$, ὃν ἃ $ΔΘ$ ποτὶ τὰν $ΔΕ$.
 10 ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἐκ τε τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ $ΞΔ$, $ΘΒ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ $ΒΘ$, $ΘΔ$, καὶ ἐκ τοῦ, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΘ$, $ΘΔ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $ΕΔ$, ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν $ΒΕ$, $ΕΔ$. ἔχει οὖν ὁ μὲν
 15 κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον

7. $ΘΔ$] $ΘΑ$ F. 11. $ΒΘ$, $ΘΔ$] scripsi; $ΒΘ$ Δ F, vulgo.

us. sed hic conus ad conum basim habentem
ulum circum diametrum $A\Gamma$ descriptum, uerticem
am punctum Δ rationem habet compositam ex
one $\Theta\Delta : E\Delta$ et $K\Theta^2 : EA^2$.¹⁾ sed

$$K\Theta^2 : EA^2 = B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

ollon. I, 21; cfr. supra p. 447 not. 1]. sit igitur
cl. VI, 11] $E\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$; quare etiam erit
 $1 \times B\Theta : B\Theta \times \Theta\Delta = \Delta\Theta : \Delta E$. ratio autem com-
ita ex

$$\Delta \times \Theta B : B\Theta \times \Theta\Delta \text{ et } B\Theta \times \Theta\Delta : BE \times E\Delta$$

lem est, quam habet $X\Delta \times \Theta B : BE \times E\Delta$. ita-
s conus basim habens circum diametrum
 Δ descriptum, uerticem autem punctum Δ ad co-
m basim habentem circum diametrum $A\Gamma$
scriptum, uerticem autem punctum Δ eandem ra-
nem habet, quam $E\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$. sed co-

1) U. prop. 10 et Eucl. XII, 2. nam basis segmenti cir-
lus est (prop. 11, c).

τὰν $ΚΔ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαμεῖον ποτὶ τὸν κῶνον
 τὸν βάσιν ἔχοντα τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὰν
 $ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαμεῖον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 5 $ΒΕ$, $ΕΔ$. ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον τὸν
 περὶ διάμετρον τὰν $ΑΓ$, κορυφὰν δὲ τὸ $Δ$ σαμεῖον
 ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ βάσιν ἔχον τὰν
 αὐτὰν αὐτῷ καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν
 λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΒΕ$, $ΕΔ$ ποτὶ τὸ
 10 περιεχόμενον ὑπὸ $ΖΕ$, $ΕΔ$ [τουτέστιν ἂν $ΒΕ$ ποτὶ $ΕΖ$.
 τὸ γὰρ ἔλασσον ἢ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν
 κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ
 ἄξονα τὸν αὐτὸν δεδείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν
 ἂν συναμφοτέrais ἴσα τᾶ τε ἡμισέᾳ τοῦ ἄξονος τοῦ
 15 σφαιροειδέος καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ μείζονος τμήματος
 ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ μείζονος τμήματος. οὗτος δέ
 ἐστίν, ὃν ἔχει ἂν $ΖΕ$ ποτὶ τὰν $ΒΕ$]. ὁ ἄρα κῶνος ὁ
 ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμήμα τοῦ
 σφαιροειδέος τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμίσεος τὸν αὐτὸν ἔχει
 20 λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ
 ὑπὸ τὰν $ΖΕ$, $ΕΔ$. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς
 ποτὶ τὸν κῶνον τὸν ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος
 τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν
 $ΖΗ$, $ΞΔ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΒΘ$, $ΞΔ$. τετραπλάσιον
 25 γὰρ ἑκάτερον ἑκατέρου. ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἡμισέῳ
 τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸ τμήμα τὸ ἔλασσον ἢ τὸ
 ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν
 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΒΘ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 $ΖΕ$, $ΕΔ$, ἔχοι καὶ τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ

1. τὰν] τὰ F.
 $ΕΔ$] $ΞΕ$, $ΒΕ$ F.

7. τοῦ] το του F.
 13. εἰχων F.

εἰχων F.

10. $ΖΕ$.

19. τοῦ ἡμίσεος] scripsi;

s basim habens circulum circum diametrum AI scriptum, uerticem autem punctum A ad segmentum sphaeroidis basim habens eandem, quam conus, eundem axem eam habet rationem, quam

$$BE \times EA : ZE \times EA.^1)$$

are conus, qui in dimidia parte sphaeroidis est, ad segmentum sphaeroidis, quod minus est dimidia parte, eandem rationem habet, quam $EA \times B\Theta$ ad $ZE \times EA$ [i' $\epsilon\sigma\sigma\upsilon$ Eucl. V, 22]. iam quoniam totum sphaeroides ad conum, qui in dimidia parte sphaeroidis est, eandem rationem habet, quam

$$ZH \times EA : B\Theta \times EA$$

trumque enim utroque²⁾ quadruplo maius est), conus item, qui in dimidia sphaeroidis parte est, ad segmentum, quod minus est dimidia parte sphaeroidis, eandem rationem habet, quam $EA \times B\Theta : ZE \times EA$, habebit etiam totum sphaeroides ad segmentum eius eandem rationem, quam $ZH \times EA : ZE \times EA$

1) Habent enim eam rationem, quam $BE : ZE$ (prop. 29). ad quae sequuntur uerba lin. 10—17, quibus sine causa redditur prop. 29 tota, subditiua sunt. neque enim $\tau\omicron\upsilon\tau\epsilon\sigma\tau\iota$ i. 10 aptum est, quod tum demum sensum haberet, si Archimedes proportionem $EA : ZE$ uti uellet. ut nunc est, ita debuit scribere: $\delta\upsilon\ \alpha\ \beta\epsilon\ \pi\omicron\tau\iota\ EZ$, $\tau\omicron\upsilon\tau\epsilon\sigma\tau\iota\ \tau\omicron\ \pi\epsilon\tau\omicron\iota\epsilon\chi\omicron\mu\epsilon\upsilon\omicron\nu\ \upsilon\pi\omicron\ \beta\epsilon$, $\epsilon\ \pi\omicron\tau\iota\ \tau\omicron\ \upsilon\pi\omicron\ ZE$, EA .

2) H. e. et sphaeroides cono, et rectangulum $ZH \times EA$ rectangulo $B\Theta \times EA$ (nam $ZH = 4B\Theta$).

$\eta\mu\iota\sigma\upsilon$ F, uulgo; $\tau\omicron\upsilon\ \eta\mu\iota\sigma\epsilon\omega\varsigma$ B; $\eta\ \tau\omicron\ \eta\mu\iota\sigma\epsilon\omicron\nu$ Torellius. $\epsilon\ \eta\mu\iota\sigma\epsilon\omega\varsigma$] $\eta\mu\iota\sigma\upsilon$ F; corr. B. 25. $\epsilon\kappa\alpha\tau\epsilon\tau\epsilon\omicron\nu$] addidi; om. F, uulgo. 28. $\tau\alpha\upsilon$] (alterum) $\tau\omega\upsilon$ per comp. F; corr. Torellius. $\epsilon\ \kappa\alpha$] addidi; om. F, uulgo. $\epsilon\chi\epsilon\iota$ B, Nizzius.

τμήμα τὸ ἑλασσον αὐτοῦ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ
 περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH , ΞA ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE ,
 $E A$. ὥστε καὶ τὸ μείζον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος
 ποτὶ τὸ ἑλασσον τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει, ὃν ἂ ὑπεροχά,
 5 ἂ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH , ΞA τοῦ
 ὑπὸ τῶν ZE , $E A$, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE , $E A$. ὑπερέχει
 δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ZH , ΞA τοῦ ὑπὸ τῶν ZE , $E A$ τῷ
 τε ὑπὸ τῶν ΞA , EH περιεχομένῳ καὶ τῷ ὑπὸ τῶν
 ZE , ΞE . ἔχει ἄρα τὸ μείζον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος
 10 ποτὶ τὸ ἑλασσον τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφο
 τέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞA , EH καὶ τῷ
 ὑπὸ τῶν ZE , ΞE ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZE ,
 $E A$. τὸ δὲ ἑλασσον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ
 τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν αὐτῷ καὶ
 15 ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ περι
 εχόμενον ὑπὸ τῶν ZE , $E A$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν BE , $E A$
 [τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἂ ZE ποτὶ τὰν BE].
 ὁ δὲ κῶνος ὁ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμήματι ποτὶ τὸν κῶνον
 τὸν ἐν τῷ μείζονι τμήματι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν
 20 τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν BE , $E A$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς
 BE τετράγωνον. τὸν γὰρ τῶν ὑψέων λόγον ἔχοντι
 οἱ κῶνοι, ἐπεὶ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτάν. ἔχοι οὖν κα
 τὸ μείζον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος ποτὶ τὸν κῶνον τὸν
 ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένον, ὃν τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ
 25 τε περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ΞA , EH καὶ τῷ ὑπὸ τῶν
 ZE , ΞE ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς BE . οἷτος

1. αὐτοῦ] delet Nizzius. 2. ZH] ZN F. ZE , $E A$
 scripsi; $ZE A$ F, vulgo. 5. τοῦ] το F; corr. Torellius. 6.
 ποτὶ] προς per comp. F; corr. Torellius. ZE , $E A$] scripsi
 $ZE A$ F, vulgo. 7. τό] του per comp. F; corr. ed Basil.
 τοῦ] α F; corr. ed Basil. 8. τῷ] το F. 11. EH]
 EN F. 16. τό] τὸ περιεχόμενον Torellius. BE , $E A$]

Eucl. V, 22]. quare etiam maius sphaeroidis segmentum ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

διελόντι Eucl. V, 17]. sed

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta = \Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E.^1)$$

aque segmentum maius sphaeroidis ad minus eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : ZE \times E\Delta.$$

ad minus segmentum sphaeroidis ad conum eandem basim habentem et axem eundem eam habet rationem, quam $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta.^2)$ et conus, qui in minore segmento est, ad conum, qui est in maiore, eandem rationem habet, quam $BE \times E\Delta : BE^2$; coni enim rationem altitudinum inter se habent, quoniam eandem habent basim [Eucl. XII, 14; cfr. supra prop. 10]. quare maius segmentum sphaeroidis ad conum ei inscriptum [eam rationem] habet, quam habet

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : BE^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

haec autem ratio eadem est, quam habet $EH : E\Delta$.

1) Nam $ZH = EH + EZ$; itaque

$$ZH \times \Xi\Delta = EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta;$$

$$\text{et } EH \times \Xi\Delta + EZ \times \Xi\Delta - EZ \times E\Delta$$

$$= EH \times \Xi\Delta + EZ \times (\Xi\Delta - E\Delta) = EH \times \Xi\Delta + EZ \times E\Xi.$$

2) Uerba τὸν γὰρ αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἃ ZE ποτὶ τὰν BE lin. 17 prorsus superuacua sunt, cum Archimedes iam p. 486, 5 hac ipsa proportione usus sit, nulla addita causa. itaque interpolatori tribuenda esse putavi. — Hinc sequitur (Eucl. V, 22), segmentum maius ad conum in minore segmento inscriptum eam habere rationem, quam

$$\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : BE \times E\Delta.$$

BEΔ F; corr. Torellius.

17. ZE] ZΘ F; corr. ed. Basil.

22. ἐπεὶ] ἐπὶ F. ἔχει οὖν κα] scripsi; εἶχει ἀν καὶ F, vulgo;

ἔχει οὖν καὶ Nizzius. 24. ὅν] scripsi; om. F, vulgo; τοῦτον

τὸν λόγον, ὅν ed. Basil., Torellius. 26. ZE] ZΘ F.

δὲ ὁ αὐτός ἐστι τῷ, ὃν ἔχει ἡ $ΕΗ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$. τὸ
 γὰρ ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΕΗ$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΕΔ$
 τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ $ΕΗ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$, καὶ
 τὸ ὑπὸ τὰν $ΞΕ$, $ΖΕ$ περιεχόμενον ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν
 5 $ΖΕ$, $ΘΕ$ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ $ΕΗ$ ποτὶ τὰν
 $ΕΔ$. ἡ γὰρ $ΞΕ$ ποτὶ τὰν $ΘΕ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον,
 ὃν ἡ $ΕΗ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$ διὰ τὸ ἀνάλογον εἶμεν τὰς
 $ΞΔ$, $ΘΔ$, $ΔΕ$, καὶ τὰν $ΘΔ$ ἴσαν εἶμεν τῇ $ΗΔ$. καὶ
 τὸ ἴσον οὖν ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν
 10 $ΞΔ$, $ΕΗ$ καὶ τῷ ὑπὸ τὰν $ΖΕ$, $ΞΕ$ ποτὶ τὸ ἴσον
 συναμφοτέροις τῷ τε ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΕΔ$ καὶ τῷ ὑπὸ
 τὰν $ΖΕ$, $ΘΕ$ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἡ $ΕΗ$ ποτὶ
 τὰν $ΕΔ$. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς $ΕΒ$ τετραγώνου ἴσον ἐντὶ
 ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΕΔ$ καὶ
 15 τῷ ὑπὸ τὰν $ΖΕ$, $ΘΕ$. τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆς $ΒΘ$ τε-
 τραγώνου ἴσον τῷ ὑπὸ τὰν $ΞΔ$, $ΕΔ$ περιεχομένῳ, ἡ
 δὲ ὑπεροχά, ἥ μείζον ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς $ΒΕ$ τετραγώνου
 τοῦ ἀπὸ τῆς $ΒΘ$, ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τὰν
 $ΖΕ$, $ΘΕ$, ἐπεὶ ἴσαι αἱ $ΒΘ$, $ΒΖ$. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ
 20 μείζον τοῦ σφαιροειδέος τμήμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν
 βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν
 αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἡ $ΕΗ$ ποτὶ τὰν $ΕΔ$.

λβ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα μὴ ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ
 25 ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδὲς μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου,

1. ὁ] addidi; om. F, vulgo. $ΕΗ$] $ΕΝ$ F. $ΕΔ$] om.
 F; corr. AB. 5. λόγον] λόγον · $ΕΔ$ · F; corr. B; $ΕΔ$ in mar-
 gine adscriptum, ita ut ad lineam 1 pertineret, postea hic ir-
 repsit. $ΕΗ$] $ΕΝ$ F. 6. ἡ] αἱ F; corr. AB. 7. εἶμεν]
 το εἶμεν FV. 8. εἶμεν] τ' εἶμεν F; τε εἶμεν vulgo. $ΗΔ$]
 $ΝΔ$ F. 9. τε] addidi; om. F, vulgo. 11. $ΞΔ$] $ΞΕ$ F;
 corr. AB. 12. ὃν] om. F; corr. Torellius. 15. τῷ] acrispi;

est enim $\Xi\Delta \times EH : \Xi\Delta \times E\Delta = EH : E\Delta$, et

$$\Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta;$$

nam $\Xi E : \Theta E = EH : E\Delta$, quia proportionales sunt lineae $\Xi\Delta$, $\Theta\Delta$, ΔE , et $\Theta\Delta = H\Delta$.¹⁾ itaque etiam $\Xi\Delta \times EH + ZE \times \Xi E : \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E = EH : E\Delta$.²⁾ sed $EB^2 = \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E$; nam

$$B\Theta^2 = \Xi\Delta \times E\Delta^3),$$

et $BE^2 - B\Theta^2 = ZE \times \Theta E$, quoniam $B\Theta = BZ$.⁴⁾ adparet igitur, maius sphaeroidis segmentum ad conum eandem basim habentem, quam segmentum, et axem eundem eam habere rationem, quam $EH : E\Delta$.

XXXII.

Uerum etiam si plano ad axem non perpendiculari secatur sphaeroides nec per centrum posito, maius

1) Erat (p. 484, 6): $\Xi\Delta : \Delta\Theta = \Delta\Theta : \Delta E$; quare διελόντι erit $\Xi\Theta : \Delta\Theta = E\Theta : \Delta E = \Xi\Theta : H\Delta$, unde ἐναλλάξ

$$\Xi\Theta : E\Theta = H\Delta : \Delta E$$

et συνθέντι $\Xi E : \Theta E = EH : E\Delta$.

2) Nam

$EH : E\Delta = \Xi\Delta \times EH : \Xi\Delta \times E\Delta = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E$; unde ἐναλλάξ

$\Xi\Delta \times EH : \Xi E \times ZE = \Xi\Delta \times E\Delta : ZE \times \Theta E$, et συνθέντι

$$\begin{aligned} & \Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi E \times ZE \\ & = \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E : ZE \times \Theta E; \end{aligned}$$

et rursus ἐναλλάξ

$$\begin{aligned} & \Xi\Delta \times EH + \Xi E \times ZE : \Xi\Delta \times E\Delta + ZE \times \Theta E \\ & = \Xi E \times ZE : ZE \times \Theta E = EH : E\Delta. \end{aligned}$$

3) Nam $B\Theta = \Theta\Delta$, et $\Xi\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : \Delta E$; tum u. Eucl. VI, 17.

4) Nam $BE^2 = B\Theta^2 + E\Theta^2 + 2B\Theta \times E\Theta$ (Eucl. II, 4) $= B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + 2B\Theta) = B\Theta^2 + E\Theta \times (E\Theta + B\Theta + BZ) = B\Theta^2 + E\Theta \times EZ$.

το F, vulgo.

16. ᾱ] ο F.

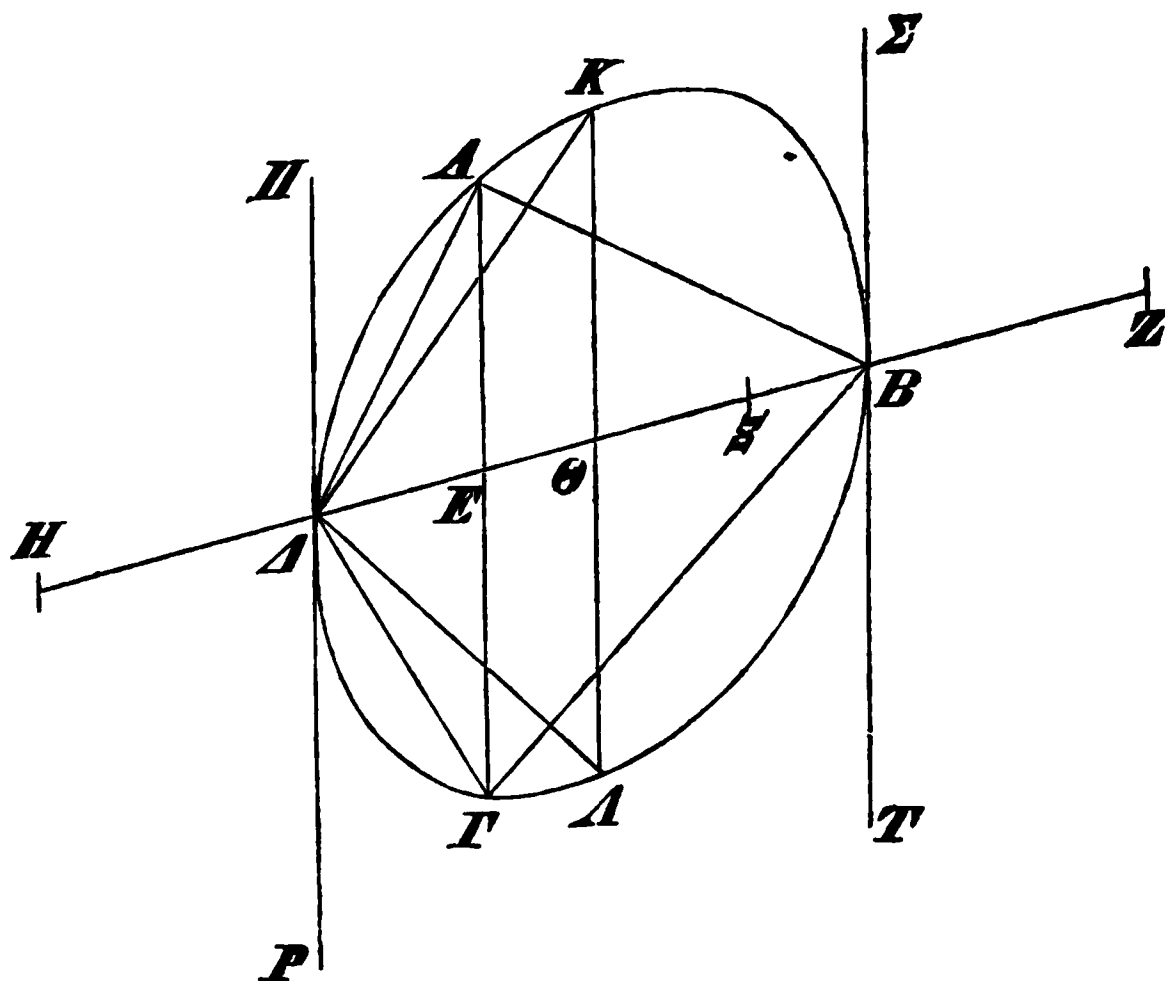
17. μειζον] scripsi; μειζων F,

vulgo. 19. αἰ] scripsi; α F, vulgo.

23. λδ' Torellius; om. F.

τὸ μείζον τμήμα αὐτοῦ ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου
 τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι καὶ ἄξονα τὸν
 αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν ἂ συναμφοτέραις ἴσα
 τᾷ τε ἡμισέᾳ τᾷς ἐπιξενγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν
 5 γενομένων τμαμάτων καὶ τῷ ἄξονι τῷ τοῦ ἐλάσσονος
 τμήματος ποτὶ τὸν ἄξονα τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμά-
 ματος.

τετμάσθω τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ, ὡς εἰρήται. τμα-
 θέντος δὲ αὐτοῦ ἐπιπέδῳ ἄλλῳ διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθῷ
 10 ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον τοῦ μὲν σχήματος τομὰ ἔστω
 ἂ $AB\Gamma\Delta$ ὀξυγωνίου κώνου τομά, τοῦ δὲ τέμνοντος
 ἐπιπέδου τὸ σχῆμα ἂ ΓA εὐθεῖα. παρὰ δὲ τὰν $A\Gamma$



ἄχθωσαν αἱ ΠP , ΣT ἐπιψανούσαι τὰς τοῦ ὀξυγωνίου
 κώνου τομὰς κατὰ τὰ B , Δ , καὶ ἀνεστακέτω ἀπ' αὐτὰν
 15 ἐπίπεδα παράλληλα τῷ κατὰ τὰν $A\Gamma$. ἐπιψανσοῦντι

1. αποτμημα F; corr. Torellius. 2. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi;

segmentum eius ad conii segmentum eandem basim habens, quam segmentum [sphaeroidis], et axem eundem eam habebit rationem, quam linea utrique aequalis, et dimidiaae lineae uertices segmentorum inde ortorum iungenti et axi segmenti minoris, ad axem segmenti minoris.¹⁾

secetur sphaeroides plano, ita ut diximus. et secto eo alio plano per axem ad secans planum perpendiculari figurae sectio sit $AB\Gamma\Delta$ conii acutianguli sectio [prop. 11, c], plani autem figuram secantis linea ΓA . et lineae $A\Gamma$ parallelae ducantur lineae ΠP , ΣT sectionem conii acutianguli in punctis B , Δ contingentes, et ab iis erigantur plana plano in linea $A\Gamma$ posito parallela. ea igitur sphaeroides in punctis

1) P. 284, 24; εἰ δέ κα μήτε διὰ τοῦ κέντρον μήτε ὀρθῶ ποτὶ τὸν ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ τμαθῇ τὸ σφαιροειδές, τῶν γεναμένων τμαμάτων τὸ μὲν μείζον ποτὶ τὸ σχῆμα τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὅν κτλ. ut hoc loco, nisi quod lin. 4 αὐτᾶς τᾶς legitur, et lin. 5 γενομένων omittitur.

του βασιν εχοντος F, ulgo.

αι συναμφοτεραι F, ulgo.

8. τετμησθω F; corr. Torellius.

Δ , B Torellius.

3. ἃ συναμφοτέραις] scripsi;

4. τε] cum B; om. F, ulgo.

9. ἀλλὰ F; corr. B*.

14.

15. ἐπιψανωντι F; corr. Torellius.

δὴ ταῦτα τοῦ σφαιροειδέος κατὰ τὰ B, Δ , καὶ ἴσθουσιν-
 ται κορυφαὶ τῶν τμαμάτων τὰ B, Δ . ἄχθω οὖν ἅ-
 τὰς κορυφὰς ἐπιξενγνύουσα τῶν γενομένων τμαμάτων
 ἅ $B\Delta$ · πεσεῖται δ' αὐτὰ διὰ τοῦ κέντρου· καὶ ἔστω
 5 κέντρον τὸ Θ , μείζον δὲ ἢ τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιρο-
 ειδέος τὸ τμαμα, οὗ κορυφὰ τὸ B . ποτικείσθω δὲ τῇ
 $\Delta\Theta$ ἴσα ἅ ΔH , καὶ ἅ BZ τῇ αὐτῇ. δεικτέον, ὅτι τὸ
 τμαμα τοῦ σφαιροειδέος τὸ μείζον ποτὶ τὸ ἀπότμαμα
 τοῦ κώνου τὸ βάσιν ἔχον τὰν αὐτὰν τῷ τμαματι καὶ
 10 ἄξονα τὸν αὐτὸν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὅν ἅ EH
 ποτὶ τὰν $E\Delta$.

τετμάσθω γὰρ τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ
 κέντρου παραλλήλῳ τῷ κατὰ τὰν AG ἐπιπέδῳ, καὶ
 ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ἡμίσειον τοῦ σφαιροειδέος ἀπό-
 15 τμαμα κώνου κορυφὰν ἔχον τὸ Δ σαρμεῖον, καὶ ὅν
 ἔχει λόγον ἅ $\Delta\Theta$ ποτὶ τὰν $E\Delta$, τοῦτον ἔχέτω ἅ $\Xi\Delta$
 ποτὶ τὰν $\Theta\Delta$. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθῆσέται
 τό τε ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισείῳ τοῦ
 σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ
 20 κώνου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν
 ἔχον λόγον, ὅν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $\Xi\Delta, B\Theta$
 ποτὶ τὸ ὑπὸ τὰν $BE, E\Delta$, καὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώ-
 νου τοῦ ἐν τῷ ἐλάσσονι τμαματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ
 τὸ τμαμα τό, ἐν ᾧ ἐγγεγράφεται, τὸν αὐτὸν ἔχον λόγον.
 25 ὅν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τὰν $BE, E\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ
 τὰν $ZE, E\Delta$. ἔξει οὖν τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ
 ἐν τῷ ἡμισείῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγεγραμμένου ποτὶ

1. δὴ] scripsi; δε F, vulgo. ἴσθουσιν F, vulgo.
 δὲ ἢ τό] οὗτος (comp.) τῷ F; corr. Torellius (ἢ τό iam V, τό
 iam CD. 6. τὸ τμαμα] scripsi; τό om. F, vulgo. τῇ $\Delta\Theta$
 ἴσα ἅ ΔH] scripsi; τὰς ΔH ἴσα ἅ $\Delta\Theta$ FCD; ἅ ΔH ἴσα τῇ
 $\Delta\Theta$ vulgo. 8. ἀποτμημα F; corr. Torellius, ut lin. 14, 18, 19.

Δ contingent [prop. 16, b], et uertices segmentum erunt B , Δ [p. 282, 12]. ducatur igitur uertices segmentorum ita ortorum iungens $B\Delta$ linea (per centrum autem cadet [prop. 16, c]), et centrum sit E et segmentum, cuius uertex est B , maius sit quam dimidia pars sphaeroidis. adiiciatur autem linea ΔH aequalis lineae $\Delta\Theta$, et linea BZ eidem aequalis. monstrandum est, segmentum sphaeroidis maius ad segmentum conici basim habens eandem, quam segmentum, et eundem axem eam habere rationem, quam $H : E\Delta$.

secetur enim sphaeroides plano per centrum posito plano in linea AF posito parallelo, et dimidia sphaeroidis parti inscribatur segmentum conici uerticem habens punctum Δ , et sit $E\Delta : \Theta\Delta = \Theta\Delta : E\Delta$. itaque eodem modo, quo supra, demonstrabimus, segmentum conici dimidia sphaeroidis parti inscriptum¹⁾ ad segmentum conici [segmento] minori inscriptum¹⁾ eandem rationem habere, quam $E\Delta \times B\Theta : BE \times E\Delta$, et segmentum conici segmento minori inscriptum¹⁾ ad segmentum, inscriptum sit, eam rationem habere, quam

$$BE \times E\Delta : ZE \times E\Delta.$$

aque segmentum conici dimidia parti sphaeroidis inscriptum¹⁾ ad minus segmentum sphaeroidis [eam

1) Debat esse (lin. 18, 20, 23, 26): τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον; ad ἀπόγραμμα enim, non ad κώνον pertinet. et ita fortasse in inuito codice scribendum est. lin. 19 ed. Basil. et A habent ἐγγεγραμμένον.

26. 9. τὸ βάσιν ἔχον] scripsi; του βασιν εχοντος F, vulgo. 10. τετραησθω F; corr. Torellius. 17. $\Theta\Delta$] ΘA F. τῷ] το. 19. ἐγγεγραμμένω F; corr. Torellius. 24. εχοντα F; corr. B*.

τὸ ἔλασσον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν $\Xi\Delta$, $B\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE , $E\Delta$. ἔξει οὖν τὸ μὲν ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἡμισέῳ τοῦ σφαιροειδέος ἐγγε-
 5 γραμμένου τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH , $\Xi\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν $B\Theta$, $\Xi\Delta$. τετραπλάσιον γὰρ ἑκατέρου ἑκάτερον. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τὸ εἰρημένον ποτὶ τὸ ἔλασσον τμήμα τοῦ σφαιροειδέος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν
 10 $\Xi\Delta$, $B\Theta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE , $E\Delta$. ἔξει οὖν τὸ ὅλον σφαιροειδὲς ποτὶ τὸ ἔλασσον τμήμα αὐτοῦ [τοῦ σφαιροειδέος] τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH , $\Xi\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE , $E\Delta$. αὐτὸ δὲ τὸ μείζον τμήμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον,
 15 ὃν ἂ ὑπεροχά, ἂ ὑπερέχει τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ZH , $\Xi\Delta$ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ZE , $E\Delta$, ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν ZE , $E\Delta$. τὸ δὲ ἔλασσον τμήμα ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τῶν ZE , $E\Delta$ ποτὶ τὸ
 20 ὑπὸ τῶν BE , $E\Delta$ [δεδείκται γὰρ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἂ ZE ποτὶ τὰν BE]. τὸ δὲ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ ἔλάσσονι τμήματι ἐγγεγραμμένου ποτὶ τὸ ἀπότμαμα τοῦ κώνου τοῦ ἐν τῷ μείζονι τμήματι ἐγγεγραμμένου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ
 25 τῶν BE , $E\Delta$ ποτὶ τὸ ἀπὸ τῆς BE τετράγωνον. τὰ

2. $B\Theta$] BE F. 3. ἀποτμημα F; corr. Torellius; ut hn. 7, 18. 4. τῷ supra manu 1 F. 6. $B\Theta$] $B\Xi$ FD. 9 τῶν] τῶν per comp. F; corr. Torellius. 10. ZE] ZC F. 11. τοῦ σφαιροειδέος] deleo; „eius“ Cr. 13. ZH , $\Xi\Delta$ ποτὶ τὸ ὑπὸ τῶν] bis F; corr. A. 21. ἀποτμημα F; corr. Torellius, ut p. 498, 1 et 5. 22. ἔλάσσονι τμήματι ad τοῦ ἐν τῷ hn 23 om. F; corr. ed. Basil. (τμήματι, ἀπότμημα; corr. Torellius)

tionem] habebit, quam $\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]. habebit igitur totum sphaeroides ad segmentum conici dimidiaie sphaeroidis parti inscriptum¹⁾ eandem rationem, quam $ZH \times \Xi\Delta : B\Theta \times \Xi\Delta$; utrumque enim utroque quadruplo maius est.²⁾ sed segmentum conici, quod commemorauimus, ad minus segmentum sphaeroidis eandem rationem habet, quam

$$\Xi\Delta \times B\Theta : ZE \times E\Delta.$$

habebit igitur totum sphaeroides ad minus segmentum eandem rationem, quam $ZH \times \Xi\Delta : ZE \times E\Delta$ [Eucl. V, 22]. ipsum autem segmentum maius ad minus eandem rationem habet, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : ZE \times E\Delta$$

[μελόντι Eucl. V, 17]. segmentum autem minus ad segmentum conici ei inscriptum³⁾ eandem rationem habet, quam $ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta$.⁴⁾ segmentum autem conici minori segmento inscriptum⁵⁾ ad segmentum conici segmento maiori inscriptum⁵⁾ eandem rationem habet, quam $BE \times E\Delta : BE^2$. nam segmenta conorum, quae commemorauimus, rationem altitudinum habent, quoniam eandem habent basim [prop. 10], et alti-

1) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 4—5); cfr. p. 495 not. 1.

2) H. e. sphaeroides segmento conici, et rectangulum

$$ZH \times \Xi\Delta$$

rectangulo $B\Theta \times \Xi\Delta$ (nam $ZH = 4B\Theta$).

3) τὸ ἐν ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 18); cfr. not. 1.

4) Quare segmentum maius sphaeroidis ad segmentum conici minori inscriptum eam habet rationem, quam

$$ZH \times \Xi\Delta - ZE \times E\Delta : BE \times E\Delta \text{ (Eucl. V, 22).}$$

ad quae sequuntur uerba: δεδεδίχται γάρ lin. 20 ad ποτὶ τὰν BE lin. 21, subditia sunt. nam, si opus essent, adicienda erant p. 494, 26; cfr. p. 489 not. 2.

5) τὸ ... ἐγγεγραμμένον? (lin. 22 et lin. 23—24); cfr. not. 1. eorum semel seruatum est p. 498, lin. 5.





